А. И. ОТРЕШКО, А. М. ИВЯНСКИЙ, К. В. ШМУРНОВ

ИНЖЕНЕРНЫЕ КОНСТРУКЦИИ В ГИДРОМЕЛИОРАТИВНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

СЕЛЬХОЗГИЗ
1955

А. И. ОТРЕШКО
Доктор технических наук, профессор
А. М. ИВЯНСКИЙ, К. В. ШМУРНОВ
Кандидаты технических наук, доценты

ИНЖЕНЕРНЫЕ КОНСТРУКЦИИ В ГИДРОМЕЛИОРАТИВНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Под общей редакцией
доктора технических наук, профессора
А. И. ОТРЕШКО

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва — 1955

Глава I

РЕЗЕРВУАРЫ

1. РАЗНОВИДНОСТИ РЕЗЕРВУАРОВ

Применяемые для производственных и хозяйственных потребностей резервуары могут иметь различное назначение, например:

1) хранение воды для хозяйственно-питьевых, производственных целей, или в виде неприкосновенного запаса на случай пожара;

2) содержание воды как резерва во время незначительного ее расходования из водопроводной сети (при равномерной работе насосов) и пополнение сети в часы наибольшего расхода, превышающего производительность насосов;

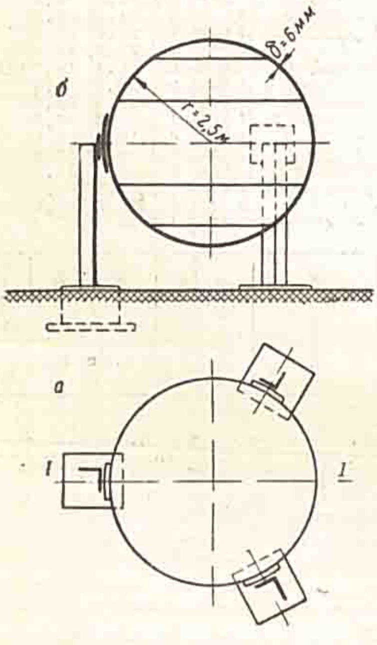
3) поддержание и выравнивание напора в водопроводной сети и устранение гидравлического удара в трубопроводах (контррезервуар, резервуар водонапорной башни, водонапорная колонна, напорный резервуар пневматической насосной станции);

4) содержание больших объемов воды в гигиенических целях (купальные бассейны и ванны);

5) транспортирование запасов воды и жидкостей (цистерны, переносные баки);

6) резервуары при канализационных станциях перекачки и т. п.

7) хранение продуктов промышленного или сельскохозяйственного производства (растительных и минеральных масел, нефтепродуктов, газов, силоса, солений, вин и т. п.).



Фиг. 192. Схема стального сферического резервуара: *а*—план; *б*—разрез по *I—I*.

Конструкция резервуара должна отвечать назначению сооружения, оболочка его должна быть прочной, долговечной, непроницаемой и коррозийно устойчивой по отношению к жидкости, хранимой в ней, и окружающей резервуар среде.

В зависимости от расположения резервуаров по отношению к поверхности земли различают:

а) подземные резервуары, располагаемые целиком под землей;

б) наземные, опирающиеся непосредственно на грунт так, что стены и покрытие резервуара расположены выше поверхности земли;

в) надземные, покоящиеся на опорах выше уровня земли.

При выборе конструкции резервуара очень важно выбрать форму оболочки, соответствующую условиям, в которых сооружению предстоит работать в процессе эксплуатации.

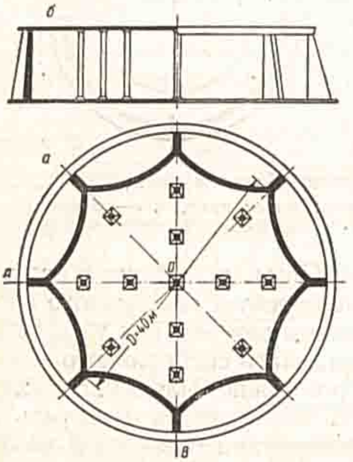
Форма оболочки резервуаров может быть весьма разнообразной. Ее следует выбирать так, чтобы усилия, возникающие в оболочке при загружении внешними силами, распределялись наивыгоднейшим образом.

Примером такого решения может служить стальной сферический резервуар, работающий под давлением газа (фиг. 192).

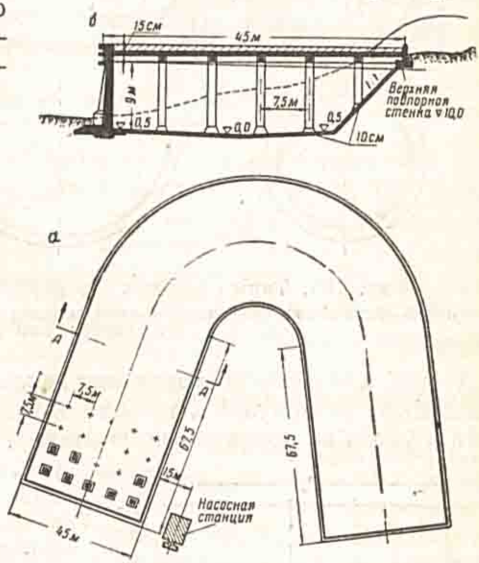
Влияние собственного веса в таком резервуаре незначительно, а внутреннее давление газа вызывает равномерное распределение усилий одного знака (растяжение).

Толщина оболочки получается примерно в 1,5 раза меньше, чем у цилиндрического резервуара при той же емкости.

Далеко не всегда удается форму резервуара выбрать так, чтобы усилия в оболочке всегда распределялись наивыгоднейшим образом. Например, железобетонный резервуар, схематично изображенный на фигуре 193, хорошо работает под нагрузкой от дав-



Фиг. 193. Железобетонный резервуар большой емкости наземного типа:
а—план; *б*—разрез по *АОВ*.



Фиг. 194. Резервуар на косогоре:
а—план; *б*—разрез по *А—А*.

ления изнутри, будучи незасыпанным (наземным). Однако для подземного резервуара подобная схема нерациональна, так как при опорожнении резервуара в цилиндрических стенках оболочки от давления грунта будут возникать большие растягивающие усилия.

Форма резервуара, оказавшаяся удачной при одних условиях, может быть невыгодна при других.

Иногда форма диктуется рельефом местности, как это видно из фигуры 194, на которой изображена схема железобетонного резервуара емкостью 84 000 м³, построенного на склоне холма.

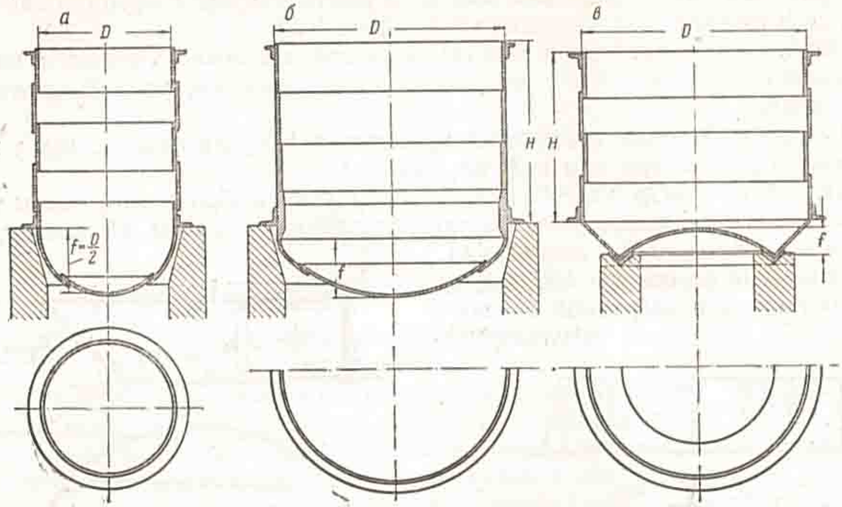
Принятая здесь форма резервуара позволяет свести к минимуму объем земляных работ.

При выборе формы резервуара должны учитываться и свойства материала, из которого предположено его выполнение.

Во всех случаях нужно стремиться делать конструкцию резервуара возможно более простой в отношении изготовления, монтажа и эксплуатации, а также наиболее экономичной по расходу строительных материалов.

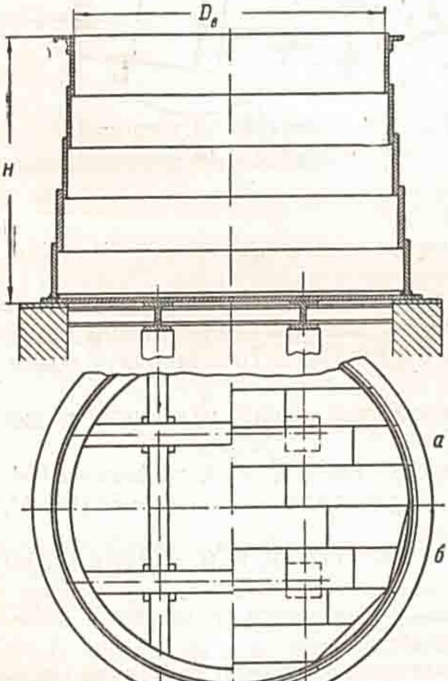
По применяемым для строительства резервуаров материалам различают резервуары стальные [1], деревянные [2], железобетонные [3], каменные и комбинированной (комплексной) [4] конструкции.

Стальные резервуары изготовляют из листовой стали и фасонных профилей. Отдельные элементы резервуара между собой соединяют путем элек-

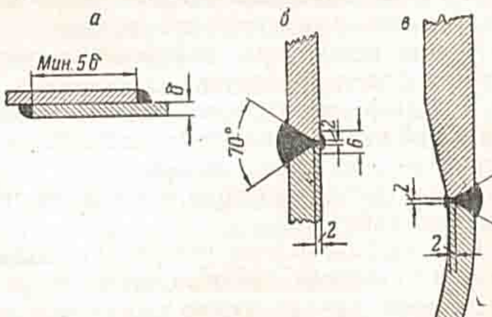


Фиг. 195. Типы стальных резервуаров в форме оболочек вращения:
а—со сферическим (полуциркульным) днищем; б—с овоидальным днищем; в—со сфероконическим днищем.

тродуговой или газовой сварки или заклепками. Сталь применяют в наземных и надземных резервуарах, так как этот материал требует постоянного наблюдения и ухода во время эксплуатации. В подземных резервуарах уход затруднен, если не делать специального помещения, в которое можно было бы проникнуть, чтобы иметь возможность осмотреть конструкции резервуара снаружи и возобновить их покраску. Оболочка стального резервуара имеет небольшую толщину, поэтому ей стараются придать такую форму, при которой, по возможности, не возникало бы изгиба. В резервуарах для газов (воздуха, промышленных, природных газов и т. п.), особенно при значительных давлениях, лучшей формой следует признать сферическую (фиг. 192).



Фиг. 196. Цилиндрический стальной резервуар с плоским днищем:
а—план днища с крайними листами, обрезанными по окружности; б—то же, с сегментами.



Фиг. 197. Типы сварных швов в резервуарах:
а—внахлестку угловыми швами; б—встык V-образным швом с подваркой с обратной стороны; в—то же, при разных толщинах соединяемых листов.

Для воды такая форма оказывается целесообразной при избыточных напорах более 4 атм.

В безнапорных (открытых) надземных стальных резервуарах водонапорных башен обычно применяют оболочки со стенками цилиндрической формы при сферических—выпуклостью вниз (фиг. 195,*а*), или овоидальных (фиг. 195,*б*) днищах. Некоторый интерес представляет конструктивное решение бака (фиг. 195,*в*), дно которого состоит из сферической средней и конической наружной частей. Размеры последних выбирают так, чтобы нижняя опора не испытывала распора*. При наличии опоры в середине можно делать плоское днище (фиг. 196); однако в металлическом надземном резервуаре плоское днище оказывается неэкономичным и применяется редко (при малых размерах).

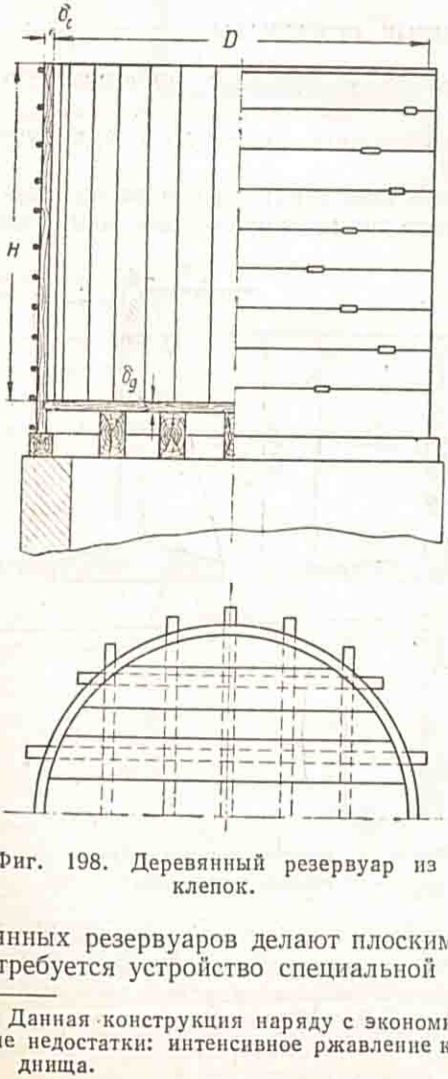
Расположение поясов в цилиндрической стенке резервуара при сварке швов внахлестку бывает параллельное (фиг. 195,*а*,*в*) или телескопическое (фиг. 196). При достаточной толщине стенок сварку швов оболочки производят встык (фиг. 195,*б*), обычно V-образным швом с подваркой с обратной стороны (фиг. 197,*б* и *в*).

Следует избегать так называемой «потолочной» сварки, т. е. сварки шва снизу.

Электросварка листовой стали в резервуарах должна производиться электродами с качественной толстой обмазкой (марки Э42 и выше) [5], дающими хорошее качество наплавленного металла. К сварке швов резервуаров допускаются только специально подготовленные проверенные сварщики не ниже седьмого разряда.

3. ДЕРЕВЯННЫЕ РЕЗЕРВУАРЫ

Деревянные резервуары, монтируемые из клепок, применяют главным образом в наземных и надземных конструкциях, но иногда их делают и подземными (например, чаны для солений). Днища



Фиг. 198. Деревянный резервуар из клепок.

Фиг. 199. Утор деревянного резервуара из клепок.

деревянных резервуаров делают плоскими. При этом в надземных конструкциях требуется устройство специальной балочной клетки (фиг. 198).

* Данная конструкция наряду с экономическими достоинствами имеет эксплуатационные недостатки: интенсивное ржавление кольцевого «кармана», затруднительность чистки днища.

Наиболее сложным местом деревянных резервуаров из клепок является утор—место сопряжения днища со стенкой. Деталь утора дана на фигуре 199.

Стяжные хомуты (фиг. 198) делают из круглой или полосовой стали.

Ниже в таблице 1 приведены данные по основным размерам типовых деревянных резервуаров для воды.

Таблица 1

Основные размеры типовых деревянных резервуаров для воды

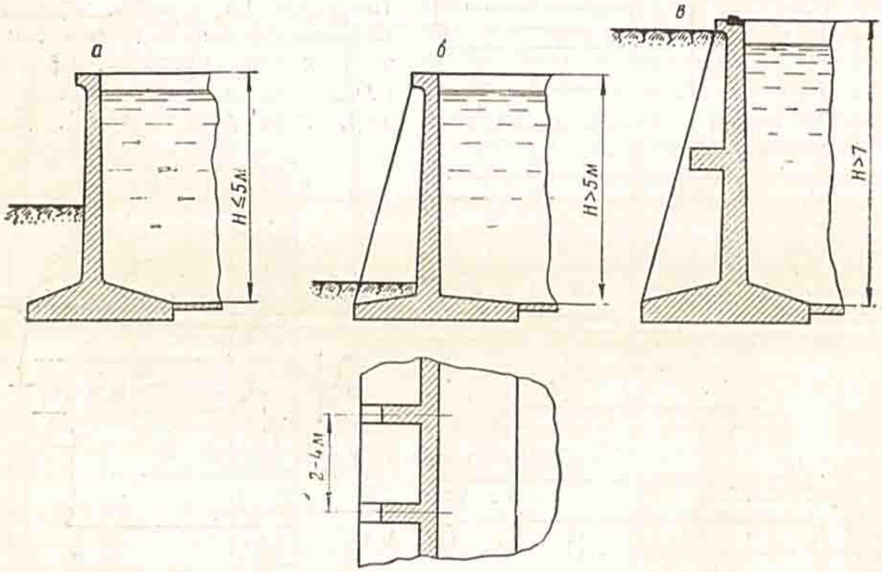
Емкость резервуара (в м³)	Внутренний диаметр D резервуара (в м)	Высота стенки H резервуара (в м)	Толщина стенки δ_c (в см)	Толщина днища $\delta_д$ (в см)	Количество и диаметр хомутов (шт/мм)
50	4,00	4,00	10	7	15/17
75	4,60	4,60	10	7	19/17
100	5,06	5,06	12	7	18/20
150	5,70	5,70	12	8	24/20
200	6,35	6,35	12	8	30/20
250	6,85	6,85	14	10	22/26

4. ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ РЕЗЕРВУАРЫ

Железобетонные резервуары делают подземными, наземными и надземными.

Наиболее употребительны железобетонные резервуары прямоугольной и круговой в плане форм.

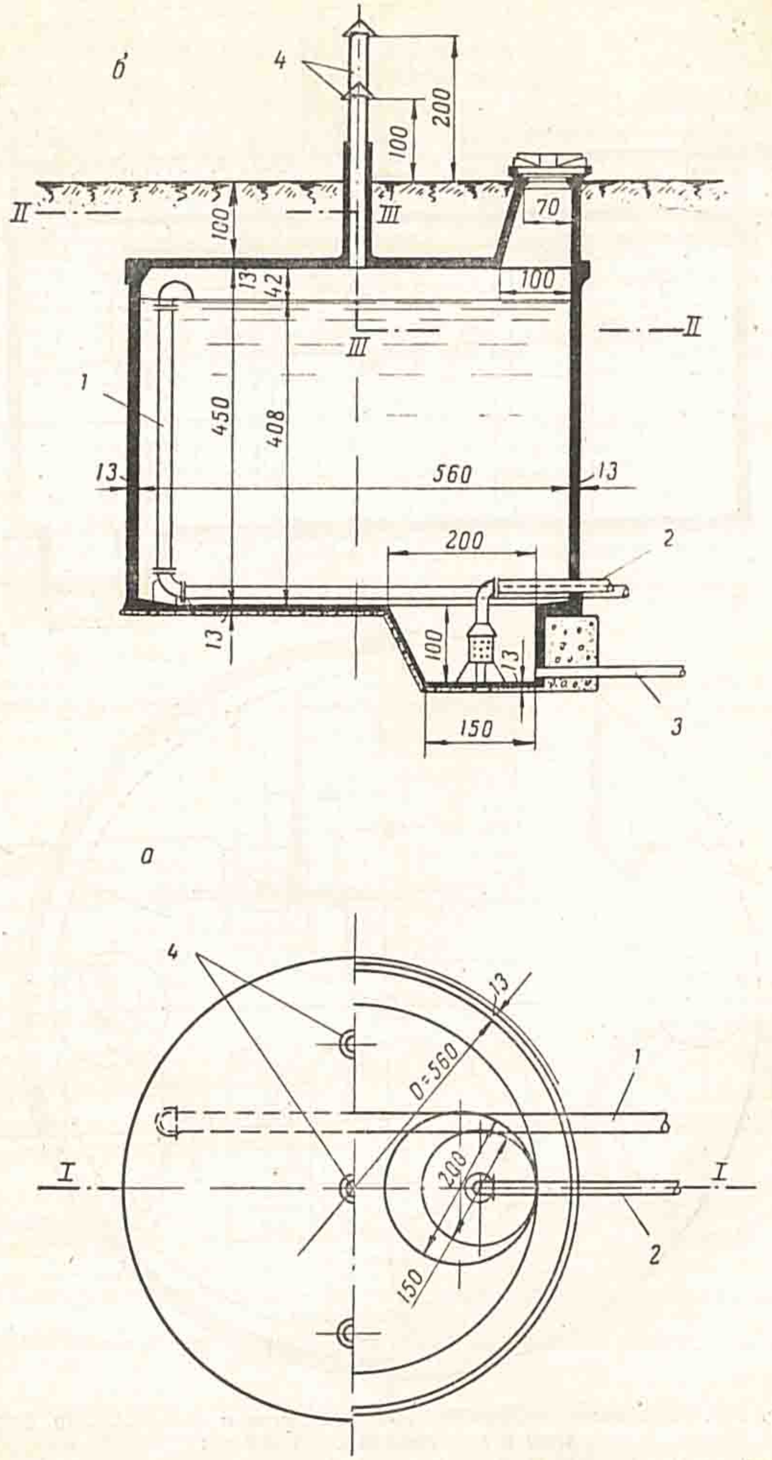
Наземные резервуары, не имеющие покрытия, обычно располагают так, чтобы грунтовые воды были всегда ниже дна резервуара: дно таких резервуа-



Фиг. 200. Типы стен железобетонных открытых резервуаров:
а—гладкая; *б*—с вертикальными ребрами; *в*—с ребрами в двух направлениях.

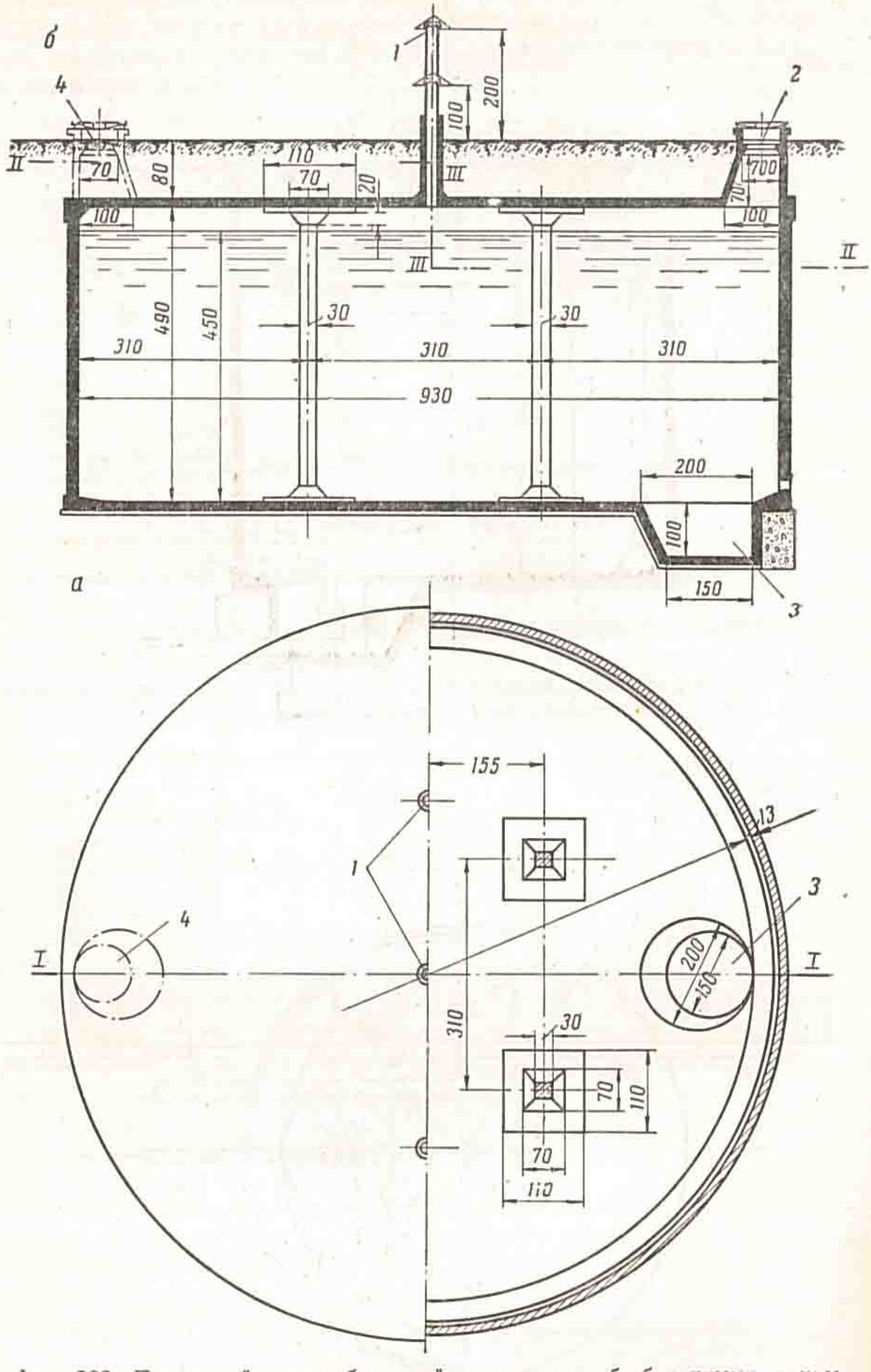
ров делают, по конструктивным соображениям, небольшой толщины (6÷10 см). Стены могут быть гладкими (фиг. 200, *а*) или ребристыми (фиг. 200, *б* и *в*).

Расчет таких стен прямоугольных в плане резервуаров производят, как расчет подпорных стенок (см. часть III настоящей книги), на два случая загружения резервуара: 1) давление земли при пустом резервуаре, 2) давление воды в наполненном, незасыпанном резервуаре.



Фиг. 201. Подземный железобетонный цилиндрический резервуар с плоскими покрытием и днищем емкостью 100 $м^3$:

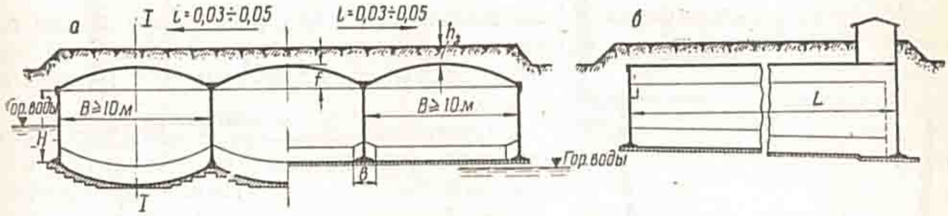
а—план по *II—III—III—II*; *б*—разрез по *I—I*. *1*—подающая труба; *2*—всасывающая труба; *3*—грязевая труба; *4*—вентиляционные трубы.



Фиг. 202. Подземный железобетонный резервуар с безбалочными покрытием и днищем емкостью 300 м^3:

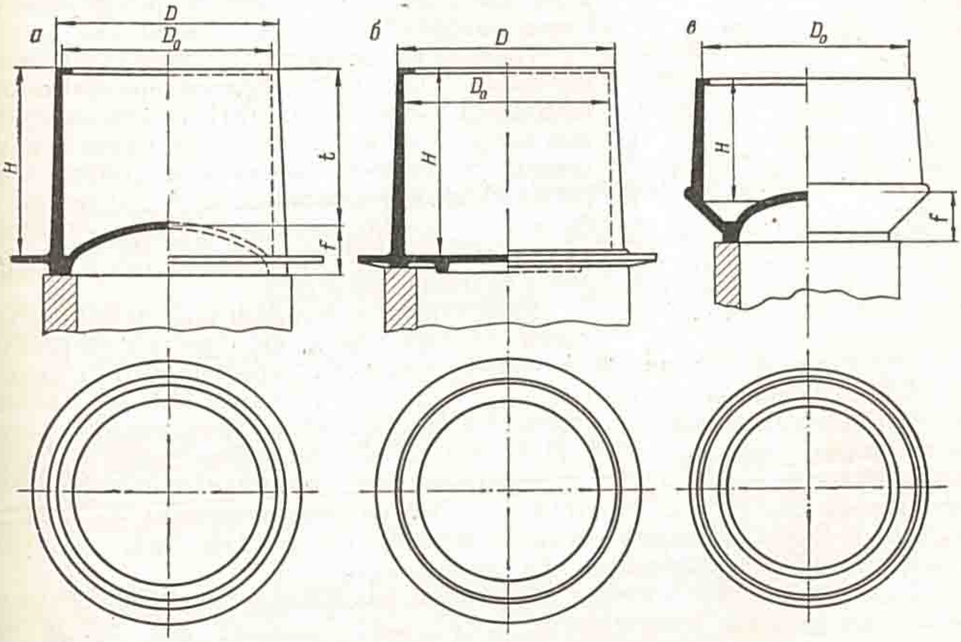
а—план по *II—III—III—II*; *б*—разрез по *I—I*. *1*—вентиляционные трубы; *2*—люк; *3*—приямок; *4*—запасный люк.

Покрытия железобетонных резервуаров наиболее употребительны [6]:
а) безбалочные,
б) кессонные,
в) ребристые (в производственном водоснабжении),
г) сводчатые (при прямоугольной форме в плане),
д) купольные (сферические, при круговой форме в плане),
е) в форме гладких или ребристых круглых плит (в круглых резервуарах),
ж) складчатые.



Фиг. 203. Подземный железобетонный резервуар большой емкости с покрытием в форме многоволновой цилиндрической оболочки:
а—поперечный разрез; *б*—продольный разрез по *I—I*.

Когда поверхность грунтовых вод лежит выше подошвы резервуара, днище резервуара делается несущим и конструируется как покрытие, с учетом разницы в нагрузках за счет веса стен и иного распределения нагрузок при упругом отпоре грунта.



Фиг. 204. Конструктивные схемы цилиндрических железобетонных резервуаров надземного типа:
а—круглый резервуар с купольным днищем; *б*—то же, с плоским днищем; *в*—то же, со сферо-коническим днищем.

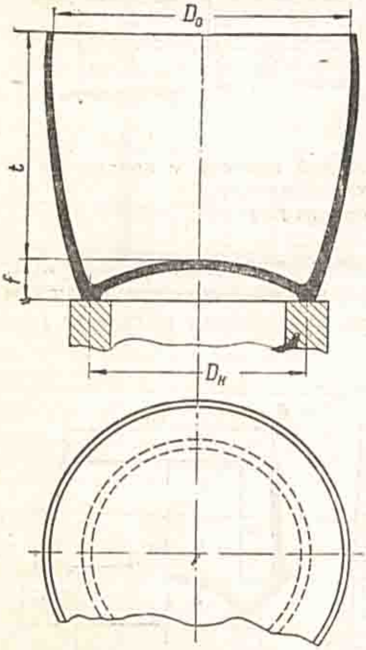
Стенки резервуаров с покрытиями выполняются гладкими: при круговой цилиндрической форме—всегда, при прямоугольной форме в плане—преимущественно.

Конструктивная схема железобетонного подземного цилиндрического резервуара с плоскими покрытием и днищем приведена на фигуре 201. На фигуре 202 дана схема цилиндрического резервуара с днищем и покрытием безбалочного типа.

Фигура 203 дает схематичное представление о железобетонном прямоугольном резервуаре с покрытием в форме многоволновой цилиндрической оболочки при таком же днище (слева на поперечном разрезе) для случаев, когда грунтовая вода лежит выше дна резервуара, и с плоским дном (справа на поперечном разрезе) для постройки в сухих грунтах.

Весьма эффективным является создание предварительных напряжений в железобетонных цилиндрических стенках резервуаров (предварительно напряженный железобетон) [7]. При плоских покрытии и днище стенку можно не связывать с ними.

В круглых резервуарах с коническим дном или купольным покрытием полезно создавать предварительные напряжения в опорном кольце; в этом случае стенку и купол изготовляют монолитно, без швов.



Фиг. 205. Надземный железобетонный резервуар-чаша.

Напряженную арматуру в цилиндрических резервуарах натягивают на оболочку после достижения бетоном достаточной прочности.

Перед бетонированием такой оболочки укладывают по конструктивным соображёниям арматуру, как кольцевую, так и вертикальную, в количестве 0,2—0,3%.

Надземные железобетонные резервуары водонапорных башен могут иметь разнообразную форму; преимущественно применяют круглые резервуары с купольным (фиг. 204, *а*) или плоским (фиг. 204, *б*) днищами и резервуары по схеме, изображенной на фигуре 204, *в*.

Плоское днище в круглых резервуарах водонапорных башен целесообразно применять при небольшой высоте стенки [24]. Без промежуточных опор плоское днище в виде плиты с кольцевыми балками (а иногда и с радиальными ребрами) делают для резервуаров диаметром не более 6—7 м. При наличии центральной опоры такие днища могут устраиваться для резервуаров и бо́льших диаметров.

Резервуары с купольным днищем (фиг. 204, *а*) имеют тот недостаток, что требуют устройства мощного опорного кольца для воспринятия распора, передаваемого от днища.

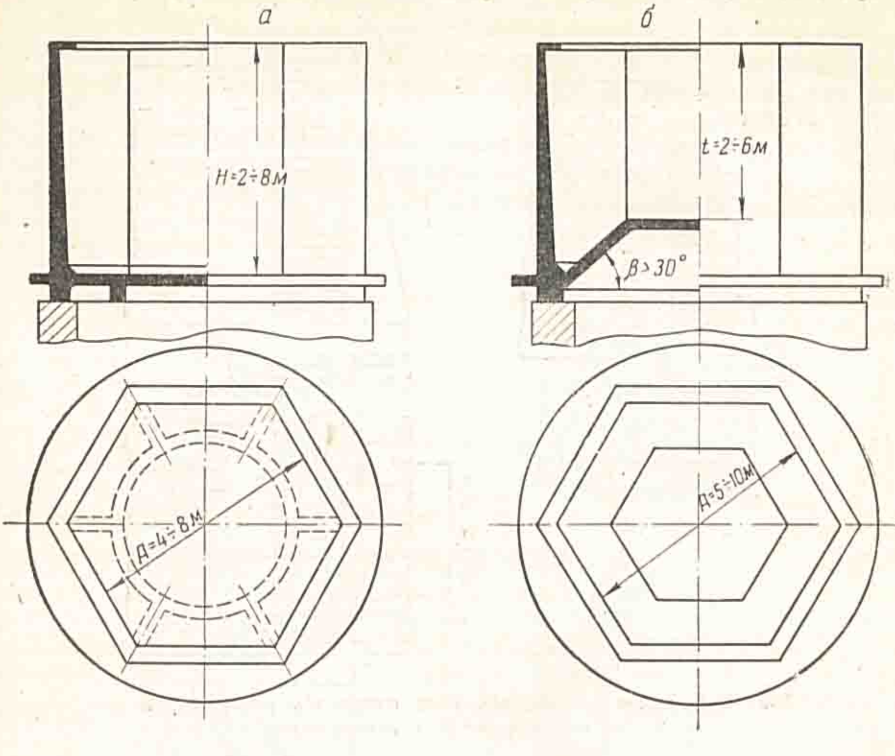
С целью уменьшения растягивающих напряжений вблизи опорного кольца и уменьшения размеров последнего можно придавать железобетонному резервуару форму чаши (фиг. 205). При удачном выборе формы стенки и днища в резервуаре такого типа можно избавиться от меридионального изгиба и получить весьма экономную конструкцию. Однако резервуар-чаша не получил большого распространения из-за сложности изготовления его опалубки и затруднений, встречающихся при бетонировании.

Надземные железобетонные резервуары, имеющие в плане форму многоугольника (обычно правильного), могут иметь плоские (фиг. 206, *а*) или вспарушенные (фиг. 206, *б*) днища.

Раньше наиболее распространенной в железобетонных резервуарах являлась арматура из мягкой стали круглого сечения.

В последнее время нашла применение и все более широко распространяется арматура периодического профиля, изготовляемая путем горячей прокатки в заводских условиях или получаемая из круглой, путем холодного вальцевания в стане Авакова, непосредственно на строительной площадке. Такая арматура имеет более высокий предел прочности, а впадины на ее поверхности улучшают сцепление арматуры с бетоном. В дальнейшем все большее распространение должна получить горячекатанная арматура периодического профиля (заводского изготовления).

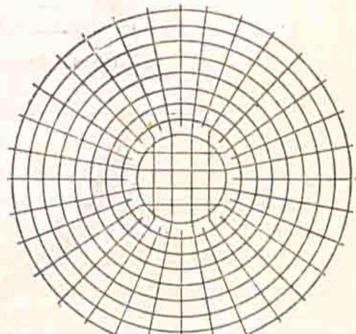
Для предварительно напряженной арматуры применяют сталь с повышенным пределом прочности, так как предварительное натяжение оказывается эффективным лишь при значительных напряжениях (не менее 30—40 кг/мм²).



Фиг. 206. Типы надземных железобетонных многогранных резервуаров: *а*—с плоским днищем; *б*—со вспарушенным днищем.

Приемы конструирования гибкой арматуры железобетонных резервуаров такие же, как и в других сооружениях. Особо следует отметить лишь некоторые особенности конструирования кольцевой и меридиональной арматуры в круглых плитах.

В центре круглых плит арматуру конструируют так, чтобы получалась квадратная сетка размерами не менее 1 ×1 м (фиг. 207); таким способом избегают пересечения нескольких радиальных стержней в центре круга.



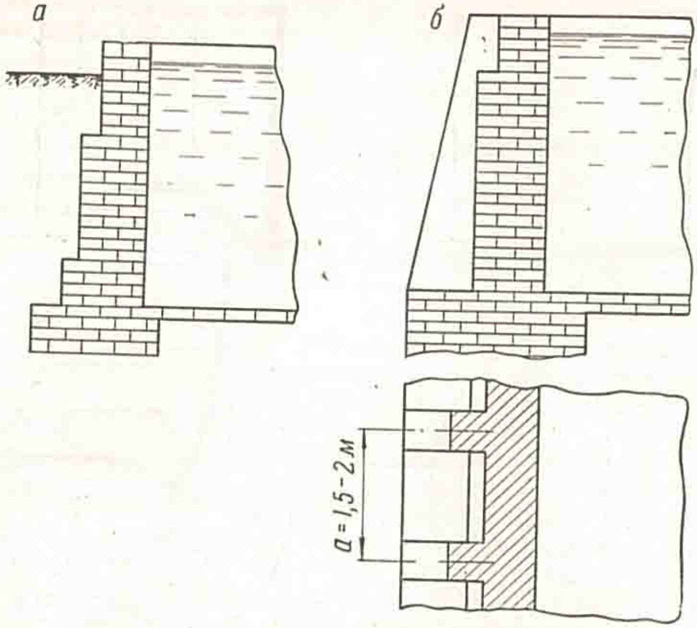
Фиг. 207. Схема армирования круглой железобетонной плиты.

5. КАМЕННЫЕ РЕЗЕРВУАРЫ

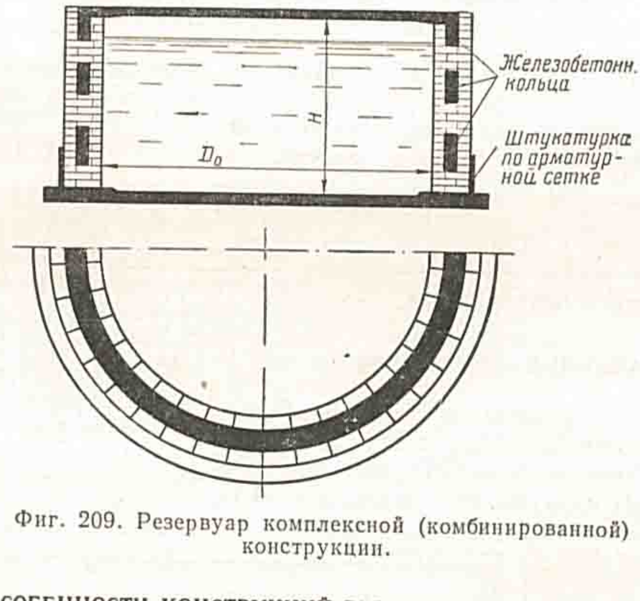
Каменные резервуары из кирпичной (или естественных камней) кладки на достаточно прочном и плотном растворе [8] применяют чаще всего в наземных сооружениях открытого типа. При высоте до 5 м стену делают гладкой или ступенчатой (фиг. 208, *а*), при большей высоте—с контрфорсами (фиг. 208, *б*).

В резервуарах закрытого типа покрытия из каменной кладки делают сводчатыми; при наличии перегородок своды могут быть цилиндрическими, а при опирании на колонны применяют крестовые своды [8].

Большой интерес представляет конструкция цилиндрической каменной стенки, усиленной безопалубочным железобетоном [4] (фиг. 209). Совместная работа железобетонных колец и кладки позволяет значительно уменьшить толщину стенки по сравнению с обычной каменной конструкцией, а для возведения стенки не нужна опалубка. Этим описанная конструкция выгодно отличается от железобетонного и чисто каменного резервуара.



Фиг. 208. Типы кирпичных стен открытых резервуаров:
а—без контрфорсов; *б*—с контрфорсами.



Фиг. 209. Резервуар комплексной (комбинированной) конструкции.

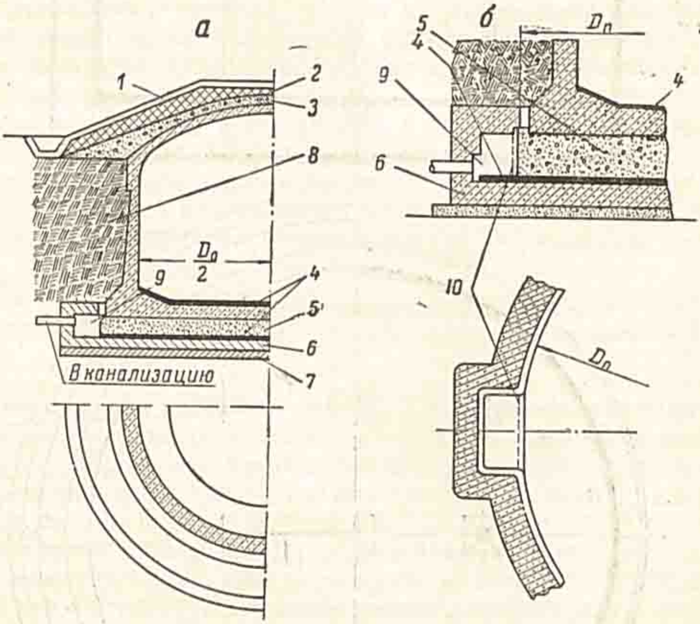
6. ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИЙ РЕЗЕРВУАРОВ, ВОЗВОДИМЫХ НА ЛЕССОВИДНЫХ ПРОСАДОЧНЫХ ГРУНТАХ И В СЕЙСМИЧЕСКИХ РАЙОНАХ

а) Сооружения, возводимые в лессовидных грунтах. Лессовидные (макропористые) грунты имеют значительное распространение на территории СССР; поэтому следует учитывать особенности таких грунтов как оснований для сооружений такого типа, какими являются резервуары.

Структура таких грунтов меняется при изменении влажности. Если в первоначально естественно влажный (влажность 6—10%) лессовидный грунт добавить такое количество воды, при котором влажность повысится до 20% и более, грунт даст под нагрузкой значительную осадку. Следовательно, если увлажнение, как это часто имеет место под сооружениями, будет происходить неравномерно, то местная осадка может повести к неприятным для сооружения последствиям.

Поэтому резервуары для воды, возводимые на лессовидных грунтах, должны конструироваться соответствующим образом.

Особенности конструирования резервуаров, возводимых на лессовидных грунтах, сводятся к следующим основным положениям.



Фиг. 210. Круглый резервуар с поддоном для лессовидных просадочных грунтов:

а—разрез резервуара; *б*—деталь поддона. *1*—одерновка; *2*—мятая глина; *3*—шлак [illegible]м; *4*—асфальт по 2 см; *5*—песок с гравием; *6*—поддон; *7*—подготовка из бетона 1:3:6; *8*—перемятый местный грунт; *9*—приемник поддона; *10*—фильтр из сетки с отверстиями 1—1,5 мм и каркас из толстой оцинкованной проволоки.

1. Для таких конструкций рекомендуются строительные материалы, могущие при неравномерной осадке основания безаварийно нести возникающую перегрузку. Лучшим следует признать монолитный или сборно-монолитный железобетон, конструкции из которого обладают большой жесткостью и не так хрупки, как каменные и бетонные.

2. При небольших размерах сооружения следует обеспечивать должную жесткость конструкции. Если размеры сооружения велики, необходимо разрезать его швами на части такого размера, чтобы каждая из них была достаточно жесткой. Швы должны быть непроницаемы при относительных смещениях частей.

3. Участок, на котором возводится сооружение, следует планировать, обеспечивая сток поверхностных вод так, чтобы не было неравномерного увлажнения основания сооружения (фиг. 210).

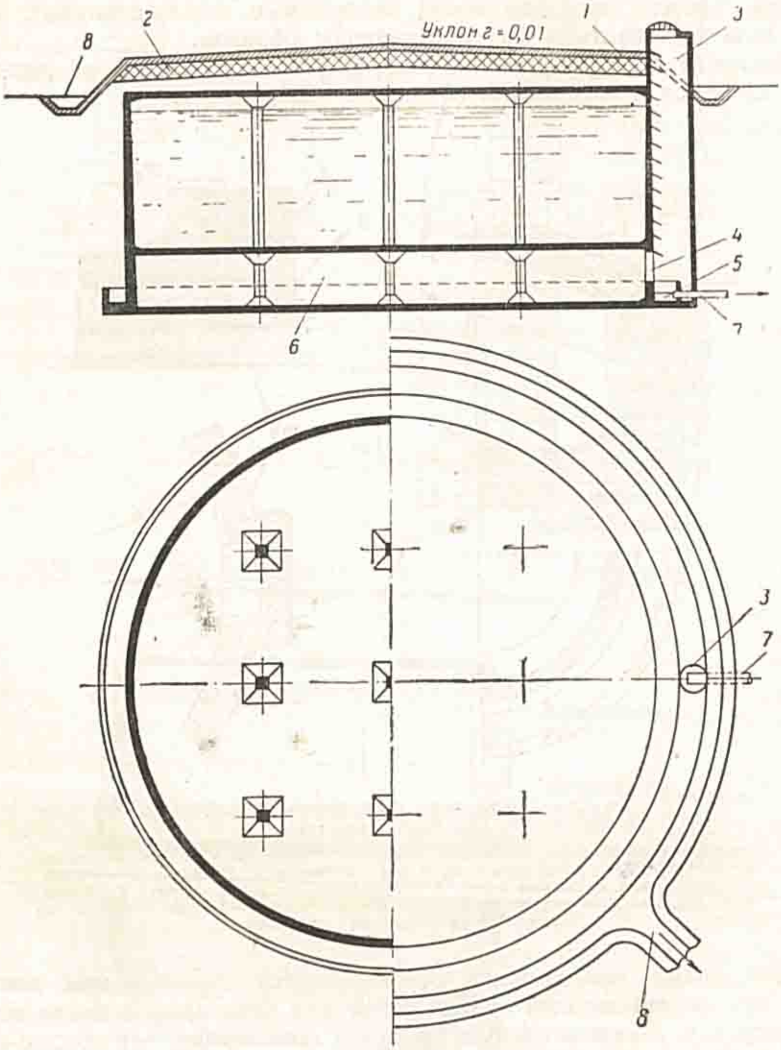
4. Вводы и выводы воды в резервуар и из него должны конструироваться так, чтобы они не нарушались при смещениях конструкции.

5. Для устранения неравномерного увлажнения под резервуаром в результате местной утечки воды, наполняющей резервуар, под ним устраивают

контрольную камеру (фиг. 211) или так называемый поддон (фиг. 210), или обыкновенный дренаж.

6. Если слой лессовидного грунта невелик, его следует снять и основать сооружение на надежном грунте.

7. При возведении водонапорной башни на лессовидных грунтах корпус следует ставить на жесткий фундамент (лучше в виде сплошной круглой



Фиг. 211. Железобетонный резервуар с контрольной камерой для лессовидных просадочных грунтов:

1—слой дерна 20 см; 2—мятая глина 30 см; 3—контрольный колодец; 4—лаз в камеру; 5—приямок; 6—контрольная камера; 7—водоотводная труба; 8—кювет для отвода поверхностных вод.

плиты), поместив камеру задвижек на плите фундамента, с соблюдением условий 3 и 4.

б) **Сооружения, возводимые в сейсмических районах.** При проектировании сооружений, возводимых в районах, подверженных землетрясениям, сейсмичность учитывают при балльности (по шкале ОСТ ВКС 4537) не ниже VII. Сейсмичность для данного района принимают обычно по картам сейсмического районирования [9].

Следует иметь в виду необходимость соблюдения некоторых основных правил антисейсмического строительства.

1. Участок для постройки не должен быть подвержен оползням или обвалам. Непригодным следует признать участок, если он заболочен или на незначительной глубине (ниже подошвы фундамента не более 3—4 м) содержит рыхлый грунт, насыщенный водой, или заболоченное озеро. Сооружение не должно располагаться на краю обрывов, у подножья затяжных скатов и на крутых косогорах (с уклоном свыше 1 : 3) без соответствующего укрепления таких участков.

2. Ближайшее сооружение или здание должно отстоять от резервуара на расстоянии не менее 10 м. Подошву фундамента камеры задвижек необходимо располагать по возможности на одной отметке с подготовкой днища резервуара.

3. Подводка труб к сооружению должна производиться особо тщательно. Не должна допускаться укладка труб на насыпное ложе или слабый грунт. Проход труб через стенки сооружения должен осуществляться подвижным, например с помощью металлических сальников, допускающих подтяжку их в случае надобности.

Патрубок, проходящий через сальник, должен быть стальным, а не чугунным. Крепление труб должно быть прочным.

4. Резервуары, водонапорные башни и другие сооружения, возводимые в сейсмических районах, рассчитывают кроме обычных нагрузок еще на горизонтальную составляющую сил инерции, равную по величине:

для VII баллов	1/40	от общего веса сооружения с нагрузками (включая вес жидкости, находящейся в резервуаре)
» VIII »	1/20	
» IX »	1/10	

Сила инерции для каждого элемента или всего сооружения прикладывается в центре его тяжести и может приниматься как статическая нагрузка.

При высоте сооружения, превышающей наименьший размер в плане более чем в 5 раз, инерционные силы в верхней точке удваиваются, а в промежутке принимаются по линейной интерполяции.

5. При больших размерах резервуара в плане рекомендуется делить сооружение на самостоятельные жесткие отсеки, с водонепроницаемыми швами. При балльности IX размеры железобетонного резервуара в плане не должны превышать 20 м. Наилучшей формой резервуаров и башен должна быть признана форма оболочки вращения (круговой цилиндр, сфера, конус).

6. В районах с балльностью VIII и IX не рекомендуется строить каменных (не армированных и не усиленных каркасом) резервуаров и башен.

Как показали многочисленные наблюдения и изучение последствий крупных землетрясений в Крыму, Средней Азии и других сейсмических районах, железобетон в сейсмическом строительстве вполне себя оправдал и при соблюдении элементарных требований антисейсмического строительства этот материал может быть с успехом применен для конструкций резервуаров, водонапорных башен и других сооружений.

7. Для бетона в сооружениях, связанных с водой (резервуары, трубы и т. п.), применяются:

1) пуццолановый портландцемент ОСТ 5607 марки «00», или
2) портландцемент ОСТ 5036 и 5157.

Подбор гранулометрического состава инертных должен производиться в соответствии с требованиями технических условий. Инертные должны соответствовать следующим ОСТам:

гравий ОСТ 3327,
песок » 3328,
щебень » 3329.

Водоцементное отношение не должно превышать 0,6, независимо от марки и сорта цемента.

Целесообразным следует признать добавку трасса в количестве 100—120 кг на 1 м^3 бетона.

8. Для штукатурки поверхностей, соприкасающихся с водой, рекомендуется цементный раствор состава 1 : 2 (по объему); размер зерен песка не должен быть больше 2—2,5 мм.

Железнение поверхности следует производить цементным раствором 1 : 1.

При наличии торкрет-пушки желательно применение торкретирования из смеси 1 : 2,5 (по объему) не менее чем в два слоя. После торкретирования поверхности должны быть гладко затерты.

9. Рекомендуется применение вибраторов для получения бетона большой плотности.

10. При применении пуццолановых цементов сроки выдерживания опалубки в изгибаемых и растянутых элементах не должны быть менее 60 дней, при условии отсутствия отрицательных температур воздуха.

11. Применение кирпичного щебня не допускается.

12. Для лучшего схватывания штукатурки с бетоном рекомендуется обработка поверхности бетона пескоструйным аппаратом или стальными щетками. Насечка зубилом для этой цели не допускается.

13. Подошва фундамента должна покоиться на мощных пластах (не менее 3 м) плотных пород; для водонапорных башен рекомендуется применять плитные и массивные фундаменты (устройство ступенчатых фундаментов нежелательно). Глубина заложения фундамента башни не должна быть менее 1,5 м. Лестницы в башнях, возводимых в сейсмических районах, должны быть монолитно связаны с площадками и стенами; не допускается применение кирпичных и каменных лестничных площадок.

14. Вводы и выводы труб из резервуаров, башен и других сооружений не должны иметь жесткой связи со стенами.

Глава II

ВОДОНАПОРНЫЕ БАШНИ И КОЛОННЫ

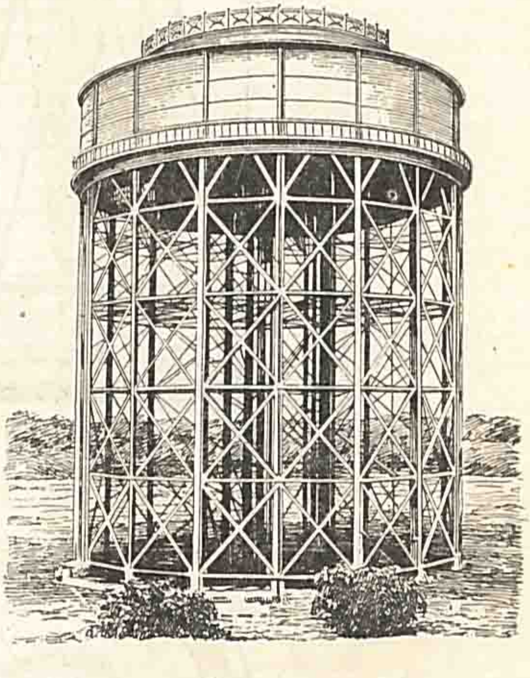
1. ВОДОНАПОРНЫЕ БАШНИ

Корпус водонапорной башни представляет собой пространственную конструкцию, несущую баки с водой, шатер, оборудование и собственный вес. Кроме того, башня подвержена давлению ветра, которое вызывает (особенно при большой высоте) значительные усилия.

Различают две основные разновидности корпусов башен по конструкции, а именно: сквозные и сплошные (оболочки).

Сквозной корпус имеет тот недостаток, что в условиях зимы приходится специально утеплять трубы, подающие воду, и даже возводить для них внутри ствола специальную утепляющую конструкцию.

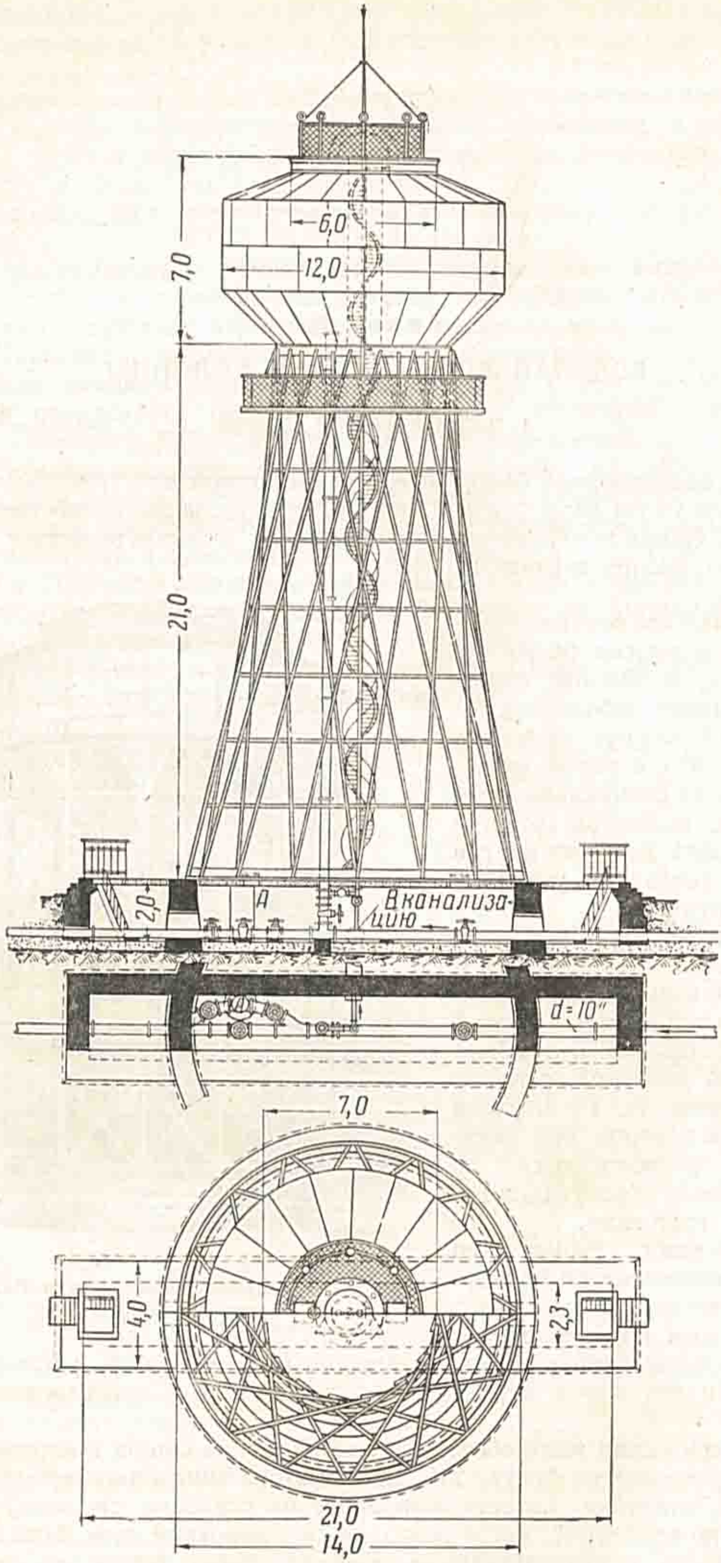
Сталной корпус башни делается обычно сквозным стоечным [1]. Оригинальными являются стальной остов рамной конструкции (фиг. 212) с гибкой или жесткой решеткой, а также остов системы В. Г. Шухова (фиг. 213), в котором оси несущих стоек располагаются по прямолинейным образующим гиперболоида вращения.



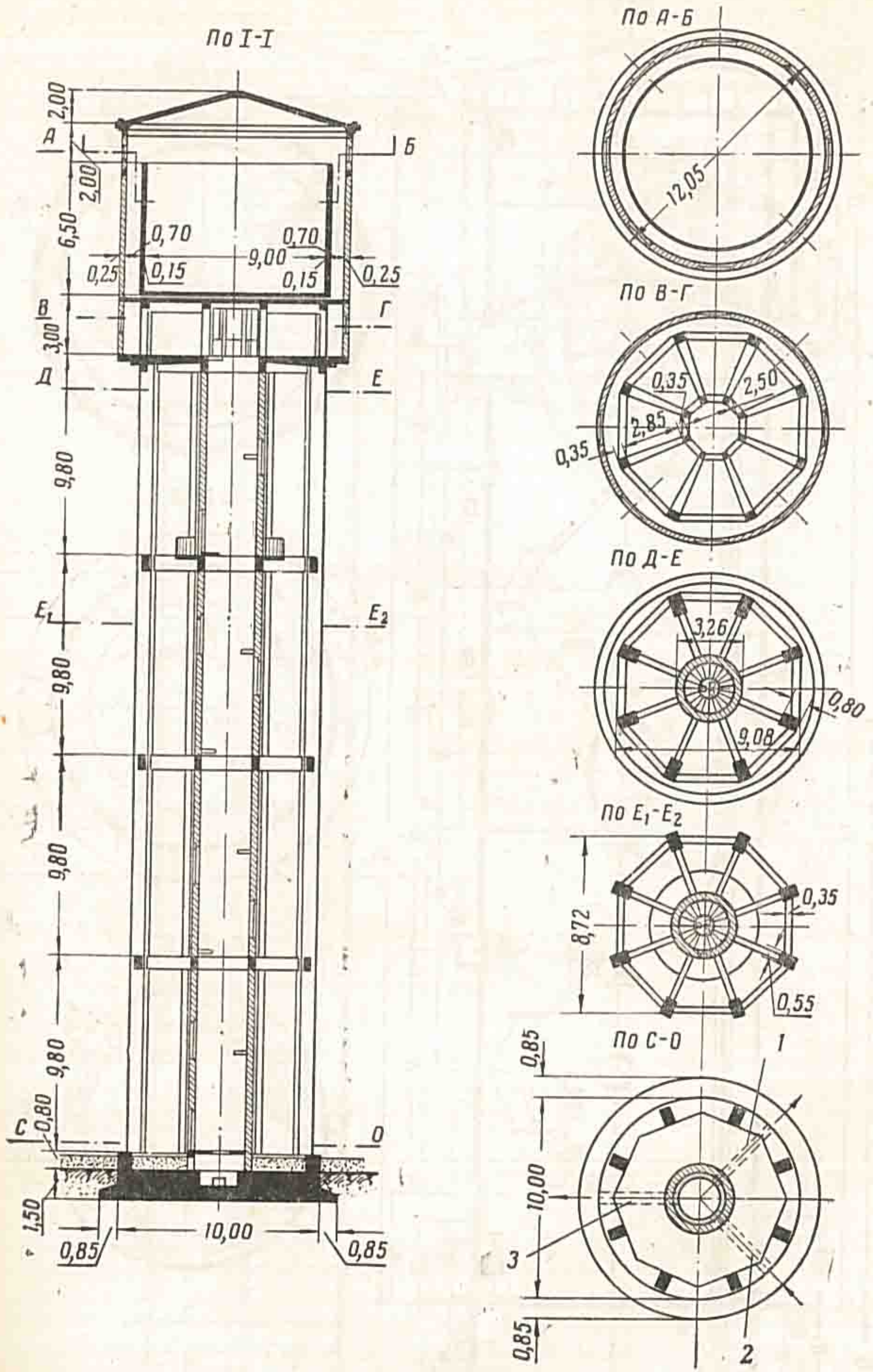
Фиг. 212. Стальная водонапорная башня с корпусом рамного типа.

Конструкция башни со сквозным железобетонным корпусом представлена на фигуре 214. В этом корпусе панели запроектированы одинаковыми, вследствие чего опалубка, устанавливаемая на один или два яруса, может быть переставлена и использована неоднократно.

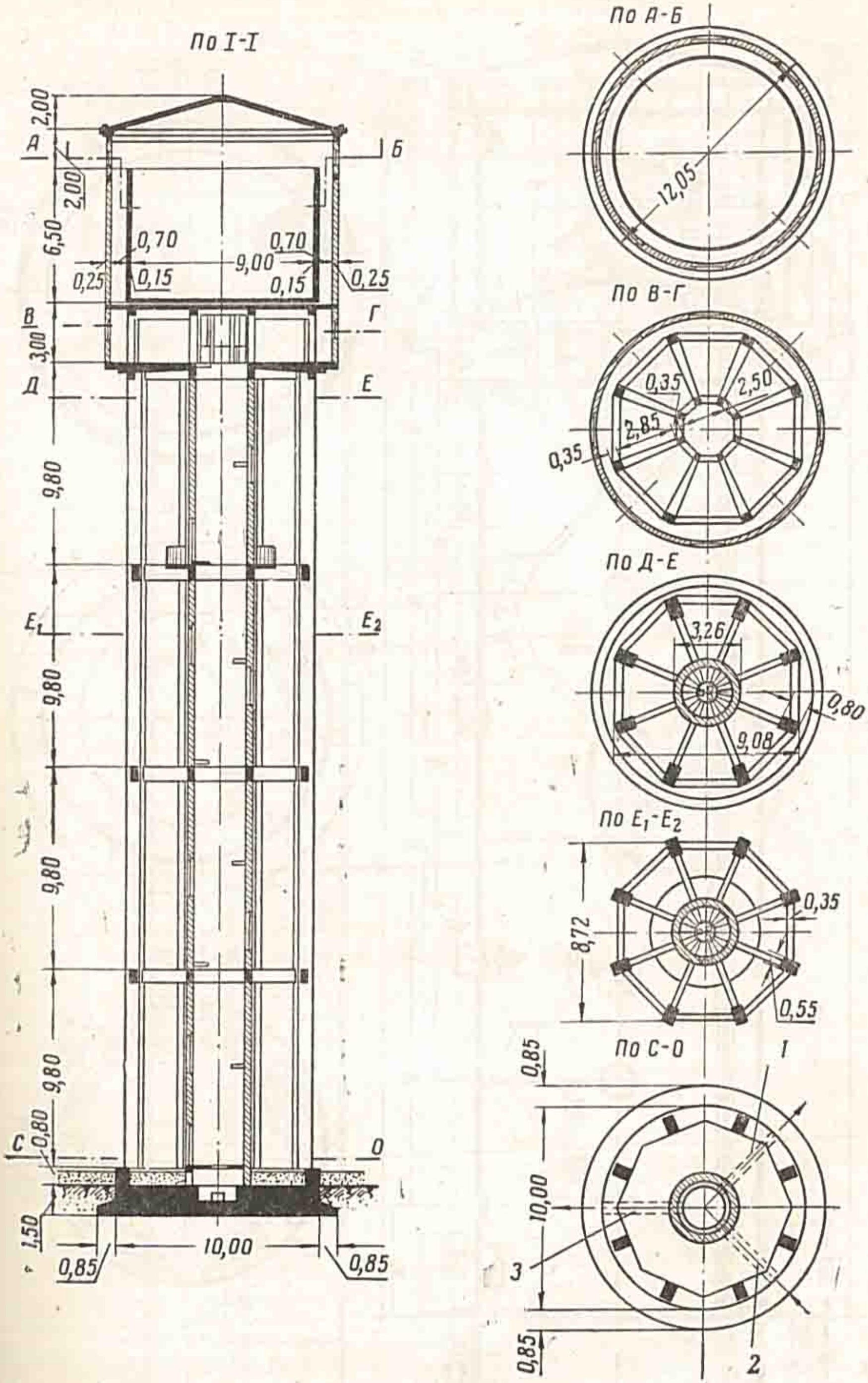
Цилиндрическая железобетонная водонапорная башня с корпусом в виде оболочки приведена на фигуре 215. Башни этого типа благодаря применению скользящей опалубки, которая опирается на стальные стержни, служащие одновременно арматурой, могут возводиться в короткий срок. При небольших емкостях баков и незначительных высотах таких башен не применяют, так как устройство скользящей опалубки оказывается целесообразным при $H_0 > 20$ м.



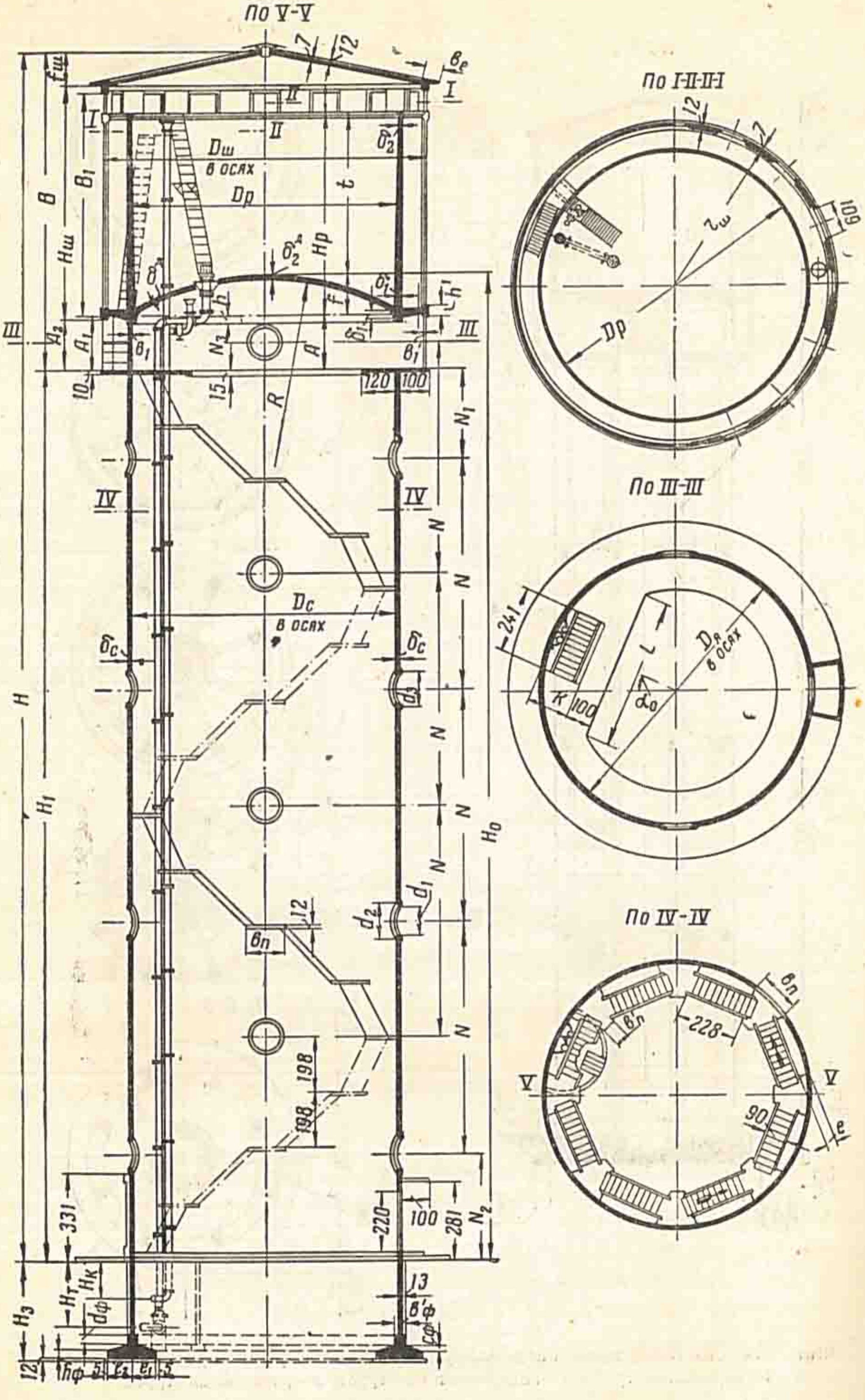
Фиг. 213. Стальная водонапорная башня с корпусом В. Г. Шухова.



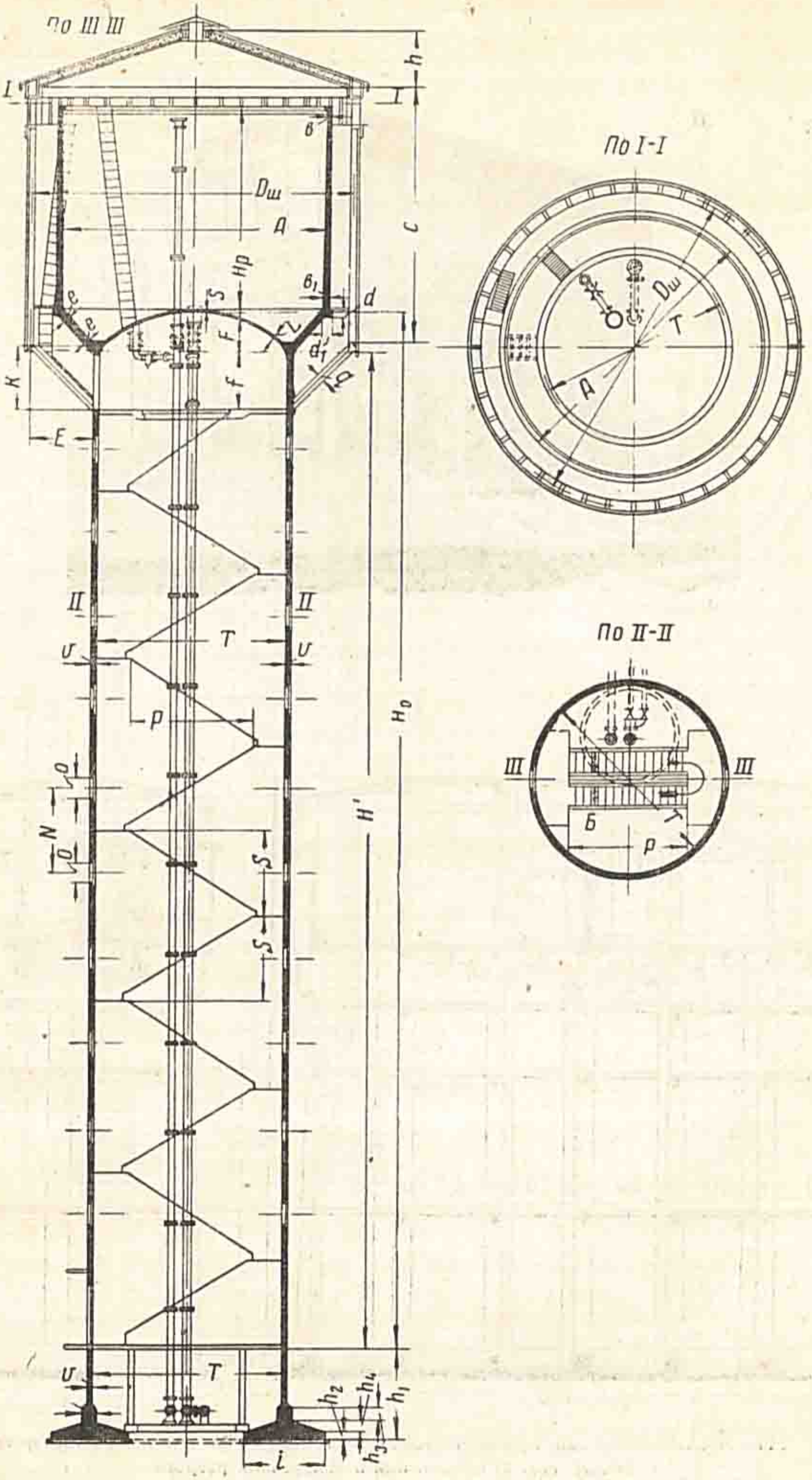
Фиг. 214. Железобетонная водонапорная башня с корпусом рамного типа: *1*—переливная труба; *2*—подающая в бак труба; *3*—разводящая труба.



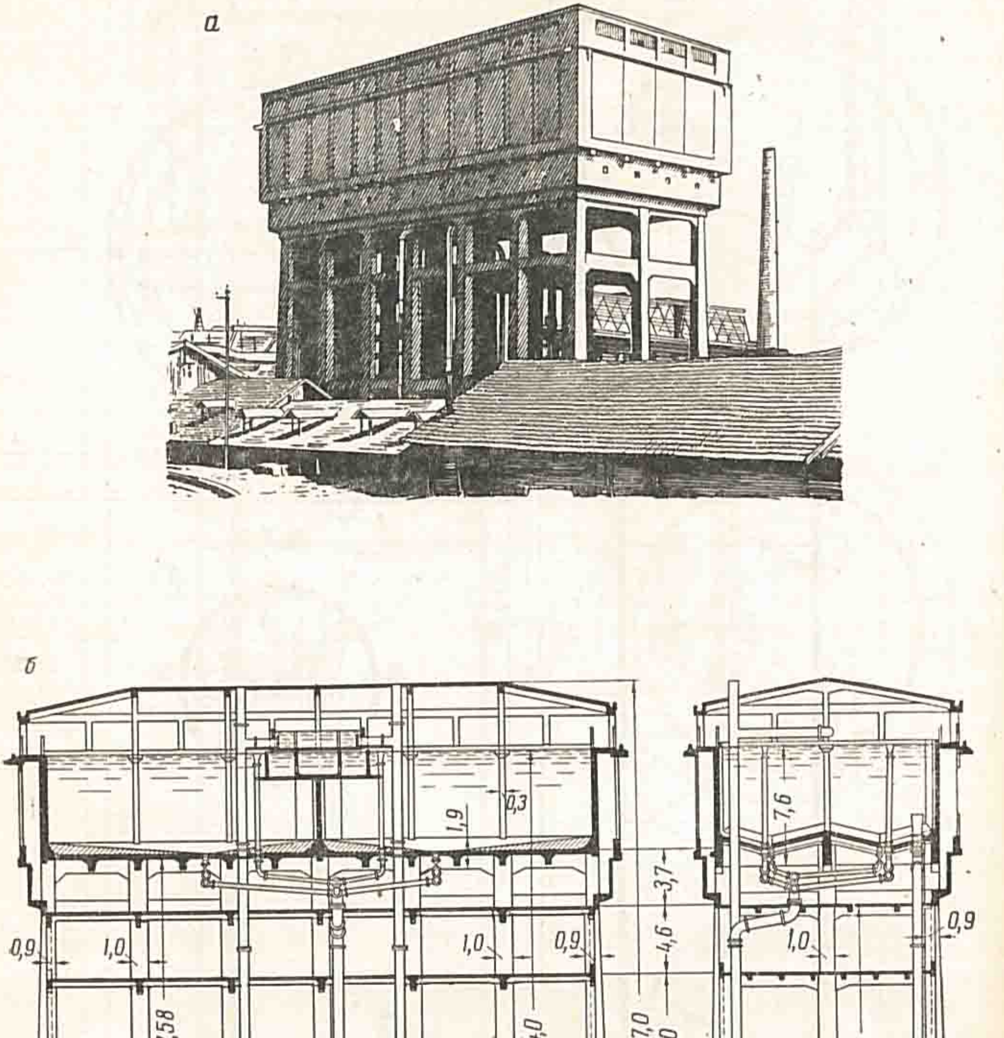
Фиг. 214. Железобетонная водонапорная башня с корпусом рамного типа:
1—переливная труба; 2—подающая в бак труба; 3—разводящая труба.



Фиг. 215. Железобетонная водонапорная башня в виде цилиндрической оболочки. Бак с купольным днищем.



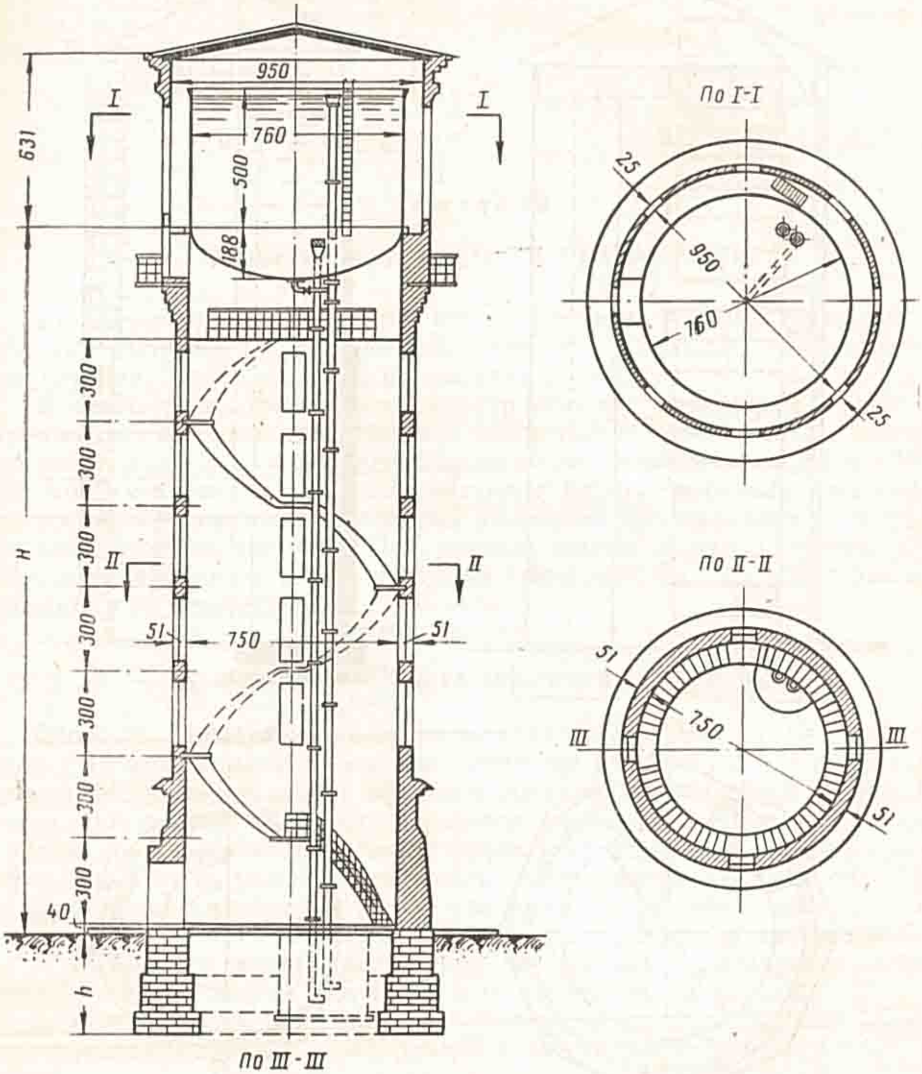
Фиг. 216. Железобетонная водонапорная башня с корпусом в виде цилиндрической оболочки. Бак со сферо-коническим днищем.



Фиг. 217. Железобетонная прямоугольная водонапорная башня рамного типа: а) общий вид; б) продольный и поперечный разрезы.

На фигуре 216 изображена цилиндрическая железобетонная башня, корпус которой при большой емкости бака получается экономичнее, чем в цилиндрической башне фигуры 215.

Внешний вид железобетонной водонапорной башни с прямоугольным баком большой емкости, на рамных опорах, приведен на фигуре 217,*а*, конструктивные разрезы ее—на фигуре 217,*б*.



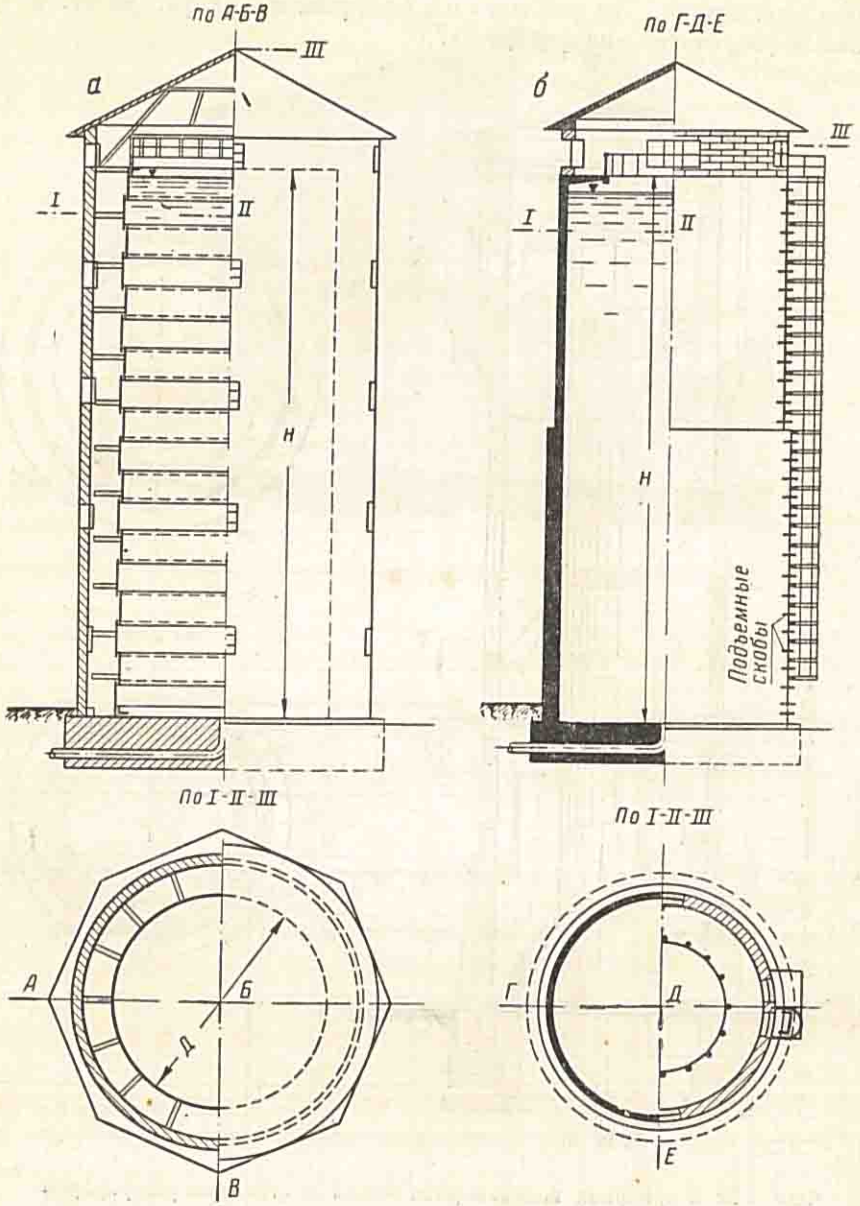
Фиг. 218. Кирпичная водонапорная башня со стальным резервуаром.

Фигура 218 дает представление о конструктивной схеме водонапорной башни с кирпичным корпусом и шатром при стальном резервуаре емкостью 250 м^3.

2. ВОДОНАПОРНЫЕ КОЛОННЫ

В целях поглощения гидравлического удара и создания запаса воды на промышленных водопроводах устраивают водонапорные колонны, отличающиеся от ранее разобранных конструкций наземных резервуаров значительной высотой, достигающей нескольких десятков метров.

Водонапорные колонны делают стальными (фиг. 219, *а*) из листов, соединяемых обычно с помощью электродуговой сварки, или железобетонными (фиг. 219, *б*).



Фиг. 219. Типы водонапорных колонн:
а) стальная; *б*) железобетонная.

К этому же типу сооружений относятся и уравнительные башни напорных трубопроводов, также встречающиеся в системах водоснабжения.

Глава III

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА РЕЗЕРВУАРОВ

Расчет прочности резервуаров приходится вести главным образом на статические нагрузки (гидростатическое давление жидкости, собственный вес конструкции, давление земли, вес засыпки и т. п.).

В наиболее употребительных конструктивных схемах резервуаров конструкция и нагрузка симметричны относительно какой-нибудь плоскости или линии (оси). Эту симметрию используют для упрощения расчетов, так как при этом уменьшается число неизвестных и решение в большинстве случаев удается свести к системе трехчленных уравнений, симметричной относительно главной диагонали матрицы. При удачном выборе основной системы можно добиться упрощения и самих уравнений (обращаются в ноль некоторые коэффициенты при неизвестных).

1. ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ОБОЛОЧКИ РЕЗЕРВУАРА

Оболочка резервуара—пространственная конструкция, состоящая из различных элементов (плит, балок, рам, оболочек вращения и т. п.). Пользуясь симметрией, решение сводят обычно к плоской или линейной задаче [10]. Совместную работу отдельных элементов учитывают определением усилий в местах их примыканий (краевой эффект) на основании условий совместности (метод сил), условий равновесия (метод деформаций) или смешанным методом, когда в уравнения входят как силы, так и деформации.

При этом решение статической задачи распадается на две части.

1. Вычисление коэффициентов при неизвестных в уравнениях, основываясь на данных теории упругости и сопротивления материалов.

2. Решение системы уравнений с целью вычисления краевого эффекта, т. е. определение усилий и деформаций в местах сопряжения отдельных элементов.

Для определения значений коэффициентов при неизвестных нужно знать величины краевых сил и деформаций, возникающих по краю элемента от различных воздействий, при простых закреплениях края (свободный край, шарнирная опора, жесткая заделка), что требует знания основных уравнений изгиба. Значения краевых сил (изгибающего момента M, поперечной силы Q, нормальной силы N) и деформаций края (смещения w и угла поворота ψ) для наиболее часто встречающихся элементов даются в таблицах (см., например, табл. 2). Кроме того, даются общие приемы для их определения в тех случаях, которые выходят за пределы таблиц.

При расчетах прочности в пределах упругости широко применяют принцип наложения напряжений при сложном сопротивлении, рассматривая результирующее напряжение как сумму простых напряжений. При определении деформаций бруса пренебрегают влиянием нормальных и поперечных сил, т. е. вместо суммы трех интегралов

$$\delta_{ik} = \int \frac{M_i M_k}{EI} ds + \int \frac{N_i N_k}{EF} ds + \int \frac{Q_i Q_k}{GF} ds$$

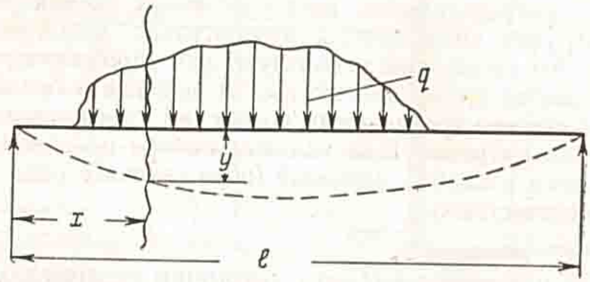
учитывают лишь первый интеграл (влияние чистого изгиба), т. е. принимают

$$\delta_{ik} = \int \frac{M_i M_k}{EI} ds.$$

Ниже приводятся данные по теории изгиба балок, тонкостенных осесимметричных оболочек и плит при загружениях нагрузкой, распределенной не сложнее, чем по линейному закону, которые преимущественно встречаются при расчетах резервуаров. Расчет тонкостенных оболочек дается как по безмоментной теории, так и с учетом изгиба.

2. УРАВНЕНИЕ ИЗОГНУТОЙ ОСИ БАЛКИ

В курсе сопротивления материалов решается задача о перемещениях точек бруса при деформации его оси и поперечных сечений под влиянием внешних сил [11].



Фиг. 220. Схема загружения балки [к записи уравнений (1); (2)].

В основу этого решения положена гипотеза Бернулли (1694 г.):

$$k = \frac{1}{\rho} = \pm \frac{M}{EI},$$

где $k = \frac{1}{\rho}$ — кривизна изогнутой оси бруса;

M — изгибающий момент;

EI — жесткость бруса.

Это уравнение русским академиком Л. Эйлером в 1744 г. приведено к дифференциальной форме [10], исходя из зависимости между кривизной и вертикальным перемещением точек горизонтального бруса (балки) y (фиг. 220):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Если $\frac{dy}{dx}$ мало по сравнению с единицей (что имеет место в упругих системах из материалов, применяемых в строительстве), данное уравнение приводится к виду:

$$\frac{1}{\rho} \approx \frac{d^2y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EI}. \tag{1}$$

Между изгибающим моментом M, поперечной силой Q и нагрузкой q на единицу длины данной балки существует зависимость, выражаемая известной формулой Журавского — Шведлера:

$$Q=\frac{dM}{dx}; \qquad \pm q=\frac{dQ}{dx}=\frac{d^2M}{dx^2}. \tag{2}$$

Продифференцировав дважды уравнение (1) и подставив в уравнение (2), получим:

$$[EIy^{\cdot\cdot}]^{\cdot\cdot}=\frac{d^2}{dx^2}\left[EI\frac{d^2y}{dx^2}\right]=q. \tag{3а}$$

Уравнение (3а) — основное дифференциальное уравнение изгиба балок переменной жесткости.

Для балки постоянного сечения ($EI=\mathrm{const}$) из уравнения (3а) имеем

$$EIy^{\cdot\cdot\cdot\cdot}=EI\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{d^4w}{dx^4}=\pm M^{\cdot\cdot}=q, \tag{3б}$$

где $w=EIy$; $w^{\cdot\cdot}=\pm M$.

Если, например, нагрузка q распределена не сложнее, чем по линейному закону ($q=ax+б$), что имеет место в резервуарах, то продифференцировав уравнение (3б) 2 раза и учитывая уравнение (1), получим:

$$M^{\cdot\cdot\cdot\cdot}=\frac{d^4M}{dx^4}=0. \tag{3}$$

Интеграл этого дифференциального уравнения:

$$M=\frac{C_1'}{6}x^3+\frac{C_2'}{2}x^2+C_1x+C_2,$$

а так как

$$q=\frac{d^2M}{dx^2}=C_1'x+C_2', \text{ то } C_1'=a;\ C_2'=б.$$

Следовательно, так называемые 6 строк строительной механики запишутся так:

$$\left.\begin{array}{l}
1)\ \pm EIy=\pm w=\frac{a}{120}x^5+\frac{б}{24}x^4+\frac{C_1}{6}x^3+\frac{C_2}{2}x^2+C_3x+C_4\\
2)\ \pm EIy^{\cdot}=\pm w^{\cdot}=\frac{a}{24}x^4+\frac{б}{6}x^3+\frac{C_1}{2}x^2+C_2x+C_3\\
3)\ \frac{1}{\rho}\approx\pm y^{\cdot\cdot}=\frac{1}{EI}\left[\frac{a}{6}x^3+\frac{б}{2}x^2+C_1x+C_2\right]\\
4)\ M=w^{\cdot\cdot}=\frac{a}{6}x^3+\frac{б}{2}x^2+C_1x+C_2\\
5)\ Q=M^{\cdot}=\frac{a}{2}x^2+бx+C_1\\
6)\ q=Q^{\cdot}=M^{\cdot\cdot}=ax+б
\end{array}\right\} \tag{4}$$

Здесь и далее принято обозначение

$$(\ )^{\cdot}=\frac{d(\ )}{dx}.$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 определяются из краевых условий. Вычисление краевых перемещений и усилий по уравнениям (4) не представляет затруднений.

Например, для однопролетной балки под трапецоидальной нагрузкой (фиг. 221), имея в виду, что на опорах изгибающий момент и прогиб отсутствуют (т. е. при $x=0$; $M=0$; $w=0$ и при $x=l$; $M=0$; $w=0$) и что в то же время $б = q_1$ и $a = \frac{q_2 - q_1}{l}$ будем иметь:

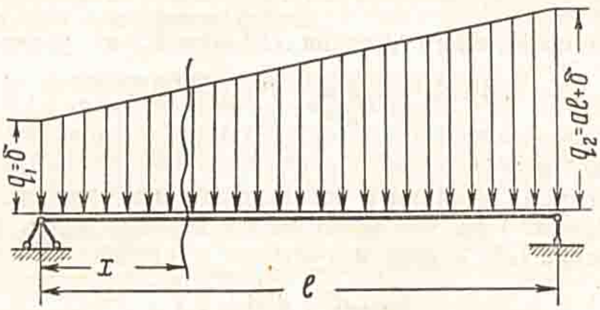
$$C_2 = C_4 = 0 \qquad \text{(при } x = 0 \text{ из 1 и 4-й строк);}$$

$$C_1 = -\frac{a}{6} l^2 - \frac{б}{2} l = -\frac{2q_1 + q_2}{6} l \quad \text{(из 4-й строки);}$$

$$C_3 = -\left(\frac{a}{120} l^4 + \frac{б}{24} l^3 + \frac{C_1}{6} l^2\right) = +\left(\frac{q_1}{45} + \frac{7q_2}{360}\right) l^3 \text{ (из 1-й строки).}$$

Угол поворота на левой опоре (при $x = 0$ из 2-й строки):

$$w_0^{\cdot} = \mp \left(\frac{q_1}{45} + \frac{7q_2}{360}\right) l^3.$$



Фиг. 221. Схема однопролетной балки под трапецоидальной нагрузкой [к определению краевых перемещений и усилий по уравнениям (4)].

Соответственно угол поворота на правом конце (при $x = l$):

$$w_l^{\cdot} = \mp \left(\frac{q_2 - q_1}{24} + \frac{q_1}{6} - \frac{2q_1 + q_2}{12} + \frac{8q_1 + 7q_2}{360}\right) l^3 = \pm \left(\frac{7q_1}{360} + \frac{q_2}{45}\right) l^3.$$

Здесь

$$w^{\cdot} = \frac{dw}{dx} = EI \frac{dy}{dx}.$$

Пользование формулами (4) ограничивается наложением условия, чтобы распределенная нагрузка изменялась не сложнее, чем по линейному закону.

Для вычисления краевых перемещений (нужных для решения краевой задачи при расчете конструкций) удобно пользоваться обобщенной формулой, позволяющей на основании известного графо-аналитического метода Верещагина точно вычислить перемещения при эпюрах моментов, очерченных ломаной линией и годных для приближенного вычисления перемещений при криволинейных эпюрах моментов любого очертания.

Как известно, перемещения краев бруса под влиянием изгиба (угол поворота и смещение) определяются интегралом Мора (по принципу возможных перемещений):

$$\delta_{ki} = \int \frac{\overline{M}_k M_i}{EI} ds.$$

Здесь индексами i и k обозначены порядковые номера, причины, вызывающей перемещение и направления искомого перемещения.

Для вычисления значений краевых перемещений наиболее удобной следует признать формулу, которая основана на том, что увеличенное в EI раз перемещение $EI\delta_{hi}$ может быть вычислено, как произведение площади эпюры изгибающих моментов от причины i на ординату под ее центром тяжести, в прямолинейной эпюре моментов от действия единичной силы, приложенной по направлению k (метод Верещагина).

Рассмотрим две прямолинейные эпюры (фиг. 222,*б* и *в*) с ординатами на концах y_1 и y_2 в k-й эпюре и соответственно η_1 и η_2 в i-й эпюре.

Разобьем каждую из эпюр на треугольники и произведем почленное умножение каждой части в одной из эпюр на ординаты под их центрами тяжести в другой:

$$EI\delta_{ki} = y_1 \frac{l}{2}\left(\frac{2}{3}\eta_1 + \frac{1}{3}\eta_2\right) + y_2 \frac{l}{2}\left(\frac{1}{3}\eta_1 + \frac{2}{3}\eta_2\right)$$

или

$$EI\delta_{ki} = \frac{l}{6}\left[y_1(2\eta_1 + \eta_2) + y_2(\eta_1 + 2\eta_2)\right].$$

Если

$$a_{ki} = EI_0\delta_{ki},$$

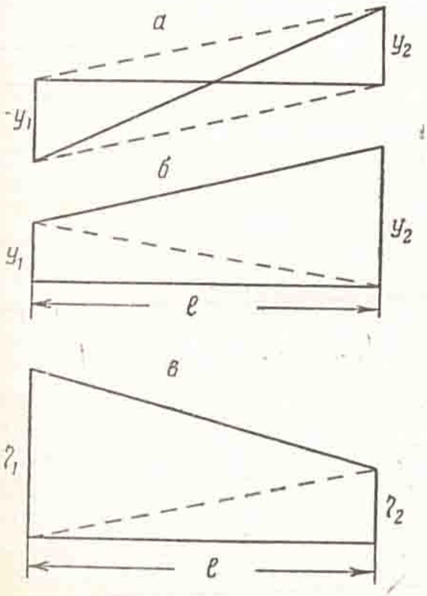
то

$$a_{ki} = \frac{l'}{6}\left[y_1(2\eta_1 + \eta_2) + y_2(\eta_1 + 2\eta_2)\right], \qquad (5a)$$

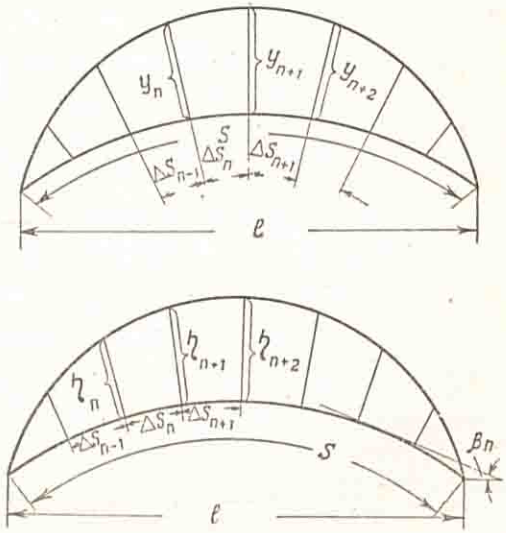
где

$$l' = l\frac{I_0}{I}.$$

Полученная формула действительна и для эпюр, у которых одна из краевых ординат меняет знак (т. е. для эпюр вида, показанного на фиг. 222, *а*).



Фиг. 222. Виды трапецоидальных эпюр [к выводу формулы (5а)].



Фиг. 223. Схемы эпюр произвольного очертания [к выводу формулы (5)].

Формула (5а) может быть обобщена и применена для вычисления перемещений при любой форме эпюр, как для прямого, так и для кривого бруса, у которого жесткость меняется по закону $EI\cos\beta = \text{const}$ (фиг. 223).

Пусть даны в общем случае две криволинейные эпюры моментов в криволинейном брусе переменной жесткости (фиг. 223) длиной s. Разобьем по длине брус на m участков длиной Δs каждый так, чтобы на длине Δs можно было с достаточной для практических целей точностью принять жесткость постоянной, а эпюру прямолинейной.

Для каждого участка можно применить формулу (5а): обозначим для n-го участка длину его Δs_n, длину предыдущего Δs_{n-1}, длину последующего Δs_{n+1}. Соответственно ординаты эпюры на участке Δs_n обозначим в 1-й эпюре y_n и y_{n+1}, а во второй η_n и η_{n+1}, с чередованием всех остальных ординат.

Угол наклона касательной к оси кривого бруса обозначим соответственно для n-го участка через β_n.

Нетрудно убедиться, что для рассматриваемого случая

$$\int_0^s M_k M_i \, ds \approx \sum_{n=1}^{n=m} \frac{\Delta s_n}{6} [y_n (2\eta_n + \eta_{n+1}) + y_{n+1} (\eta_n + 2\eta_{n+1})]$$

или

$$a_{ki} = EI_0 \delta_{ki} \approx \sum_{n=1}^{n=m} \frac{I_0}{I_n} \frac{\Delta s_n}{6} [y_n (2\eta_n + \eta_{n+1}) + y_{n+1} (\eta_n + 2\eta_{n+1})]. \qquad (5)$$

Если выбрать жесткость бруса изменяющейся по закону $\cos\beta$ так, что

$$I_n \cos\beta_n = I_ш = \text{const}$$

и если учесть, что

$$\Delta s_n \cos\beta_n = \Delta l_n \text{ или } \Delta s_n = \frac{\Delta l_n}{\cos\beta_n},$$

то формулу (5) можно привести к более удобному виду:

$$a_{ki} = \frac{I_0}{I_ш} \sum_{n=1}^{n=m} \frac{\Delta l_n}{6} [y_n (2\eta_n + \eta_{n+1}) + y_{n+1} (\eta_n + 2\eta_{n+1})]$$

или

$$a_{ki} = \sum_{n=1}^{n=m} \frac{\Delta l'_n}{6} [y_n (2\eta_n + \eta_{n+1}) + y_{n+1} (\eta_n + 2\eta_{n+1})]. \qquad (5б)$$

В формуле (5б):

$$\Delta l'_n = \frac{I_0}{I_ш} \Delta l_n;$$

$I_ш$ — момент инерции сечения в верхней точке (шалыге) кривого бруса;
Δl_n — проекция длины n-го участка на горизонтальную ось.

С обозначением $\Delta l'_n = \frac{I_0}{I_n} \Delta s_n$ формула (5б) может быть применена к балкам со ступенчатым изменением жесткости или с нагрузками, прерывными по длине балки.

Пример. Вычислить угол поворота на левой опоре однопролетной балки различной жесткости в каждой четверти пролета и находящейся под действием трех сосредоточенных сил $P_1 = 1$; $P_2 = 3$; $P_3 = 2$, приложенных на равных расстояниях (фиг. 224,а).

Решение. а) Строим эпюры изгибающих моментов—действительную от нагрузок P_1, P_2 и P_3 (фиг. 224,*б*) и фиктивную от $M = 1$, приложенного на левом конце балки (фиг. 224,*в*).

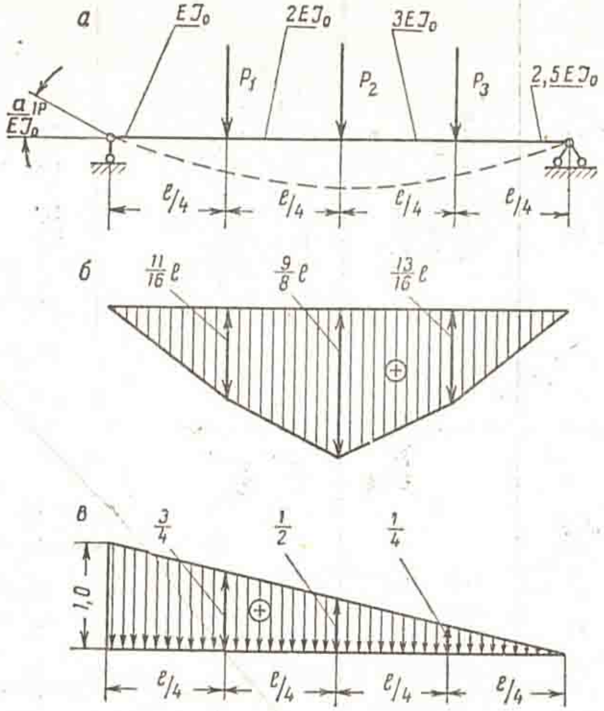
б) Разбиваем балку на четыре участка длиной $\Delta l = \frac{l}{4}$ каждый и, воспользовавшись формулой (5б), получим (имея в виду, что $\Delta l'_1 = \Delta l$; $\Delta l'_2 = \frac{1}{2}\Delta l$; $\Delta l'_3 = \frac{1}{3}\Delta l$; $\Delta l'_4 = 0{,}4\Delta l$):

$$a_{1p} = \frac{1}{6}\left\{\Delta l\left[0 + \frac{11}{16} l\left(1 + 2\frac{3}{4}\right)\right] + \frac{\Delta l}{2}\left[\frac{11}{16} l\left(2\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{9}{8} l\left(\frac{3}{2} + 2 \times \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{\Delta l}{3}\left(\frac{9}{8} l\left(2\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{13}{16} l\left(\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}\right)\right] + 0{,}4\,\Delta l\left[\frac{13}{16} l\left(2\frac{3}{4} + 0\right) + 0\right]\right\};$$

$$a_{1p} = \frac{l}{24}\left(\frac{27{,}5}{16} l\right) + \frac{l}{48}\left(\frac{11}{8} l + \frac{63}{32} l\right) + \frac{l}{54}\left(\frac{45}{32} l + \frac{13}{16} l\right) + \frac{l}{60}\left(\frac{13}{32} l\right) = \frac{11\,073}{69\,120} l^2.$$

Чтобы получить действительный угол поворота, нужно a_{1p} разделить на EI_0 (a_{1p} = угол поворота, увеличенный в EI_0 раз).



Фиг. 224. Схема загружения однопролетной балки и эпюры изгибающих моментов (к примеру вычисления угла поворота):

а—схема загружения балки; *б*—эпюра изгибающих моментов от заданной нагрузки; *в*—фиктивная эпюра изгибающих моментов от $M=1$ на левом конце балки.

Часто встречающиеся при расчете балочных и рамных конструкций резервуаров значения усилий и перемещений краев в балках постоянной жесткости приведены в таблице 2.

3. ИЗГИБ БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Для балки, лежащей на упругом основании (так же, как и для неразрезной балки на упруго оседающих опорах), отпор основания зависит от деформации (величины осадки). Если принять гипотезу о пропорциональности между нагрузкой и упругой осадкой основания [12], то использовав основное дифференциальное уравнение изгиба балок, уравнение (3а) можем написать:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2y}{dx^2}\right) = q - bk_г\, y, \tag{6а}$$

где $k_г = \frac{p}{by}$ — коэффициент пропорциональности между просадкой (y) и отпором грунта p, так называемый «коэффициент постели» (значения $k_г$ см., например, в книге В. А. Киселева «Балки и рамы на упругом основании», ОНТИ 1936, стр. 11);

q — внешняя нагрузка на 1 пог. м подошвы балки;

b — ширина опорной плоскости балки.

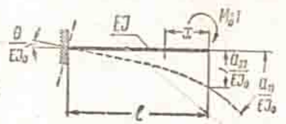
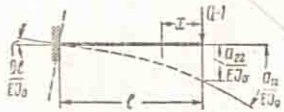
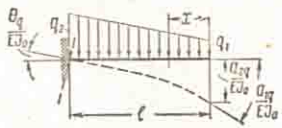
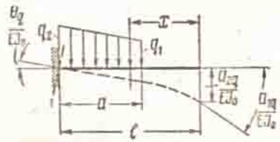
Если внешняя нагрузка q изменяется по линейному закону, то $\frac{d^2q}{dx^2} = 0$.

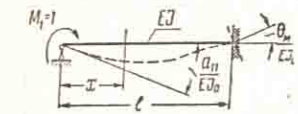
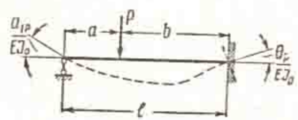
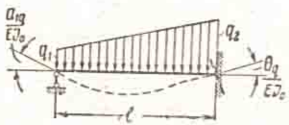
Уравнение (6а) можно для балки постоянного сечения переписать так:

$$\frac{d^2M}{dx^2} + bk_г\, y = q,$$

Таблица 2

Усилия и перемещения краев в балках постоянной жесткости

Наименование элементов и условия закрепления концов	Схема элемента	Значения перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
Консоль постоянной жесткости EI, упруго зажатая одним концом. Опора под влиянием приложенного к ней момента $M=1$ поворачивается на угол $\frac{\theta}{EI_0}$ (при жесткой заделке $\theta=0$) $l_1=l\frac{I_0}{I}$ $a_1=a\frac{I_0}{I}$		$a_{11}=l_1+\theta$ $a_{21}=\left(\frac{l_1}{2}+\theta\right)l;\quad l_1=l\frac{I_0}{I}$	$M=M_0=1$ $Q=N_Q=0$
		$a_{12}=\left(\frac{l_1}{2}+\theta\right)l$ $a_{22}=\left(\frac{l_1}{3}+\theta\right)l^2$	$M=Q_0x=1\cdot x$ $Q=Q_0=1$ $N=0$
		$a_{1q}=\frac{l^2}{24}[l_1(q_2+3q_1)+4\theta(q_2+2q_1)]$ $a_{2q}=\frac{l^3}{120}[l_1(4q_2+11q_1)+20\theta(q_2+2q_1)]$ $\theta_q=\left(\frac{q_1l^2}{3}+\frac{q_2l^2}{6}\right)\theta$	$M=\frac{q_2x^3}{6l}+q_1\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6l}\right)$ $Q=\frac{q_2x^2}{2l}+q_1\left(x-\frac{x^2}{2l}\right)$ $N=0$
		$a_{1q}=\frac{a^2}{24}[a_1(q_2+3q_1)+4\theta(q_2+2q_1)]$ $a_{2q}=\frac{a^3}{120}[a_1(4q_2+11q_1)+20\theta(q_2+2q_1)]+$ $+a_{1q}(l-a)$ $\theta_q=\left(\frac{q_1a^2}{3}+\frac{q_2a^2}{6}\right)\theta;\quad a_1=a\frac{I_0}{I}$	При $x\leqslant l-a;\quad M=Q=N=0$ При $x\geqslant l-a$ $M=\frac{q_2(x-a)^3}{6a}+q_1\left[\frac{(x-a)^2}{2}-\frac{(x-a)^3}{6a}\right]$ $Q=\frac{q_2(x-a)^2}{2a}+q_1\left[x-a-\frac{(x-a)^2}{2a}\right]$

Наименование элементов и условия закрепления концов	Схема элемента	Значения перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
Балка постоянной жесткости EI с одним шарнирно опертым, другим упруго зажатым концами Вторая опора, под действием момента $M=1$, приложенного к ней, поворачивается на угол $\frac{\theta}{EI_0}$. Вертикальных смещений опоры не допускают. (При жесткой заделке $\theta=0$, при шарнирном опирании $\theta=\infty$) $l_1=l\frac{I_0}{I}$; $\xi=\frac{\theta}{l_1}$		$a_{11}=\frac{l_1}{4}\left(1+\frac{1}{\frac{l_1}{\theta}+3}\right)$ или $a_{11}=\frac{l_1}{4}\left(\frac{l_1+4\theta}{l_1+3\theta}\right)=\frac{l_1}{4}\left(\frac{1+4\xi}{1+3\xi}\right)$ $\xi=\frac{\theta}{l_1}$; $\theta_M=\frac{l_1}{6}\left[1-\frac{3\xi}{1+3\xi}\right]$	$M=M_1\left[\frac{l-x}{l}-\frac{x}{l\left(2+6\frac{\theta}{l_1}\right)}\right]$ $Q=\frac{M_1}{l}\left[1+\frac{1}{2+6\frac{\theta}{l_1}}\right]$
		$a_{1p}=\frac{Pabl_1}{4l^2(1+3\xi)}[b+2\xi(b+l)]$ $l_1=l\frac{I_0}{I}$ $\theta_p=\frac{Pab\theta}{l}\left[\frac{1-\frac{b}{2l}}{1+3\frac{\theta}{l_1}}\right]$	При $0\leqslant x\leqslant a$ $M=P\frac{bx}{l}\left[1-\frac{\frac{a}{l}\left(1-\frac{b}{2l}\right)}{1+3\xi}\right]$ $Q=P\frac{b}{l}\left[1-\frac{\frac{a}{l}\left(1-\frac{b}{2l}\right)}{1+3\xi}\right]$ При $a\leqslant x\leqslant l$ $M=P\frac{bx}{l}\left[1-\frac{\frac{a}{l}\left(1-\frac{b}{2l}\right)}{1+3\xi}\right]-P(x-a)$ $Q=P\frac{a}{l}-P\frac{ab\left(1-\frac{b}{2l}\right)}{l^2(1+3\xi)}$
		$a_{1q}=\frac{l^2l_1}{240(1+3\xi)}[3q_1+2q_2+2\xi(8q_1+7q_2)]$ $\theta_q=\frac{l^2}{120}\theta\frac{7q_1+8q_2}{1+3\xi}$	$M=\frac{q_2x^3}{6l}+q_1\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6l}\right)-$ $-\frac{xl}{40}\left[\frac{4q_2+11q_1+20\xi(q_2+2q_1)}{1+3\xi}\right]$ $Q=q_2\frac{x^2}{2l}+q_1\left(x-\frac{x^2}{2l}\right)+$ $+\frac{l}{40}\left[\frac{4q_2+11q_1+20\xi(q_2+2q_1)}{1+3\xi}\right]$

а продифференцировав 2 раза по x и помня, что $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EI}$, получим:

$$\frac{d^4M}{dx^4}+\frac{bk_{\text{г}}}{EI}M=0. \tag{6б}$$

Обозначим $\lambda=\sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_{\text{г}}}}$; тогда $\frac{bk_{\text{г}}}{EI}=\frac{4}{\lambda^4}$,

где λ — характеристика жесткости балки, лежащей на упругом основании.

Умножив обе части уравнения (6б) на λ^4, будем иметь:

$$\lambda^4\frac{d^4M}{dx^4}+4M=0. \tag{6}$$

Полагая

$$M=e^{r\varphi},$$

где

$$\varphi=\frac{x}{\lambda};$$

$$r=\text{const},$$

и учитывая, что

$$\frac{dM}{dx}=\frac{d}{dx}(e^{r\varphi})=\frac{r}{\lambda}e^{r\varphi};\quad \frac{d^2M}{dx^2}=\frac{r^2}{\lambda^2}e^{r\varphi};\quad \frac{d^3M}{dx^3}=\frac{r^3}{\lambda^3}e^{r\varphi};\quad \frac{d^4M}{dx^4}=\frac{r^4}{\lambda^4}e^{r\varphi},\ \text{а}\ e^{r\varphi}\neq 0,$$

то из уравнения (6) после подстановки значений M и $\frac{d^4M}{dx^4}$ получим так называемое характеристическое уравнение *:

$$r^4+4=0$$

или

$$r^4+4r^2+4-4r^2=0;\qquad (r^2+2)^2-(2r)^2=0;$$

$$(r^2+2r+2)(r^2-2r+2)=0;\quad r=\pm 1\pm\sqrt{-1}=\pm 1\pm i.$$

Общий интеграл уравнения (6) будет:

$$M=Ae^{-\varphi(1-i)}+Be^{-\varphi(1+i)}+Ce^{\varphi(1+i)}+De^{\varphi(1-i)}$$

или

$$M=Ae^{-\varphi}e^{i\varphi}+Be^{-\varphi}e^{-i\varphi}+Ce^{\varphi}e^{i\varphi}+De^{\varphi}e^{-i\varphi}.$$

Воспользуемся формулами Эйлера:

$$e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi;\qquad e^{-i\varphi}=\cos\varphi-i\sin\varphi;$$

$$M=Ae^{-\varphi}(\cos\varphi+i\sin\varphi)+Be^{-\varphi}(\cos\varphi-i\sin\varphi)+Ce^{\varphi}(\cos\varphi+i\sin\varphi)+ \\ +De^{\varphi}(\cos\varphi-i\sin\varphi).$$

Приняв $A+B=C_1$; $A-B=-iC_2$; $C+D=C_3$; $C-D=-iC_4$, после подстановки в последнее уравнение, получим:

$$\left.\begin{aligned}
&M=C_1e^{-\varphi}\cos\varphi+C_2e^{-\varphi}\sin\varphi+C_3e^{\varphi}\cos\varphi+C_4e^{\varphi}\sin\varphi\\
&\frac{dM}{dx}=Q=\frac{1}{\lambda}[(C_2-C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi-(C_2+C_1)e^{-\varphi}\sin\varphi+\\
&\qquad\qquad (C_3+C_4)e^{\varphi}\cos\varphi+(C_4-C_3)e^{\varphi}\sin\varphi]\\
&p=bk_{\text{г}}y=q-\frac{dQ}{dx}=q+\frac{2}{\lambda^2}[C_2e^{-\varphi}\cos\varphi-C_1e^{-\varphi}\sin\varphi-\\
&\qquad\qquad -C_4e^{\varphi}\cos\varphi+C_3e^{\varphi}\sin\varphi]\\
&w=EIy=q\frac{\lambda^4}{4}+\frac{\lambda^2}{2}[C_2e^{-\varphi}\cos\varphi-C_1e^{-\varphi}\sin\varphi-C_4e^{\varphi}\cos\varphi+C_3e^{\varphi}\sin\varphi]\\
&\frac{dw}{dx}=\frac{\lambda^4}{4}\frac{dq}{dx}-\frac{\lambda}{2}[(C_2+C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi+(C_2-C_1)e^{-\varphi}\sin\varphi+\\
&\qquad\qquad +(C_4-C_3)e^{\varphi}\cos\varphi-(C_4+C_3)e^{\varphi}\sin\varphi]
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

* В. И. Смирнов. Высшая математика. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.

Здесь, как и в предыдущих формулах, значение характеристики жесткости:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_{\Gamma}}}.$$

Воспользуемся решением в форме (7).

Так как круговые функции $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ — суть функции равнопериодические, то первые два члена в уравнениях (7), содержащие множитель $e^{-\varphi} = \frac{1}{e^{\varphi}}$, с возрастанием φ (или, что то же, с увеличением x, т. е с удалением от начала координат) будут с каждым полупериодом (т. е. при изменении φ в π раз) быстро убывать $\left(e^{-\pi} = \frac{1}{23,5} \approx 0,04\right)$. Последние два члена также быстро убывают с уменьшением φ (т. е. при приближении к началу координат). Очевидно, что первые два члена с коэффициентами C_1 и C_2 представляют влияние краевых условий в начале координат, выбираемых обычно на одном конце балки (или характерного участка), в то время, как члены с коэффициентами C_3 и C_4 учитывают влияние краевых условий на противоположном конце балки (участка).

Чем длиннее балка, тем меньше краевые условия одного конца балки сказываются на другом ее конце.

Для практических целей можно считать, что этим влиянием можно пренебрегать при относительной длине балки $\varphi_б = \frac{l}{\lambda} > 3$, где l — длина балки, или расстояние между сосредоточенными силами, действующими на балку.

С другой стороны, с уменьшением отношения длины балки l к ее упругой характеристике λ все меньшим становится влияние внешних сил на деформацию ее продольной оси. Для балок (или участков) с отношением $\varphi_б = \frac{l}{\lambda} < 1$ при практических расчетах можно пренебрегать искривлением оси балки и рассматривать ее как жесткий брус, лежащий на упругом основании.

Условимся различать поэтому три категории балок на упругом основании:

1. Длинная балка на упругом основании, относительная длина которой $\varphi_б = \frac{l}{\lambda}$ велика (практически $\varphi_б > 3$).

Для таких балок уравнения (7) упрощаются и приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned}
M &= C_1 e^{-\varphi}\cos\varphi + C_2 e^{-\varphi}\sin\varphi = C_1\eta_1 + C_2\eta_2 \\
Q &= \frac{1}{\lambda}\left[(C_2 - C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi - (C_2 + C_1)e^{-\varphi}\sin\varphi\right] = \frac{C_2 - C_1}{\lambda}\eta_1 - \frac{C_2 + C_1}{\lambda}\eta_2 \\
p &= q + \frac{2}{\lambda^2}\left[C_2 e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1 e^{-\varphi}\sin\varphi\right] = q + \frac{2C_2}{\lambda^2}\eta_1 - \frac{2C_1}{\lambda^2}\eta_2 \\
w &= \frac{\lambda^4}{4}q + \frac{\lambda^2}{2}\left[C_2 e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1 e^{-\varphi}\sin\varphi\right] = \frac{\lambda^4}{4}q + \frac{C_2\lambda^2}{2}\eta_1 - \frac{C_1\lambda^2}{2}\eta_2 \\
w^{\cdot} &= \frac{\lambda^4}{4}q^{\cdot} - \frac{\lambda}{2}\left[(C_2 + C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi + (C_2 - C_1)e^{-\varphi}\sin\varphi\right] = \\
&= \frac{\lambda^4}{4}q^{\cdot} - \frac{\lambda(C_2 + C_1)}{2}\eta_1 - \frac{\lambda(C_2 - C_1)}{2}\eta_2
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

2. Короткая балка на упругом основании (короткая оболочка вращения), для решения которой следует пользоваться равенствами (7).

При практических расчетах для короткой балки принимают:

$$1 \leqslant \varphi_б = \frac{l}{\lambda} \leqslant 3.$$

3. Жесткая балка (брус) на упругом основании (например, башмак колонны) при пролетах балки

$$l < \lambda.$$

При расчетах резервуаров короткая балка на упругом основании встречается редко и, кроме того, расчет короткой балки можно свести к длинной балке на упругом основании (метод Клишевича) [13]. Поэтому мы остановимся на решении для длинной балки постоянного сечения и жесткой, отослав интересующихся короткой балкой к перечисленным в конце книги литературным источникам [6], [12], [13], [14].

а) Длинная балка постоянного сечения на однородном упругом основании

(или длинный замкнутый осесимметричный цилиндр постоянной толщины)

Из двух первых уравнений группы (8), считая начало координат на конце балки, где действуют изгибающий момент M_0 и перерезывающая сила Q_0, получим при $\varphi = 0$:

$$M_0 = C_1; \quad Q_0 = \frac{C_2 - C_1}{\lambda};$$

$$C_2 = C_1 + Q_0\lambda = M_0 + Q_0\lambda.$$

Уравнения (8) перепишутся в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ M = M_0\eta_1 + (M_0 + Q_0\lambda)\,\eta_2\\
&2)\ Q = Q_0(\eta_1 - \eta_2) - \frac{2}{\lambda} M_0\,\eta_2\\
&3)\ p = q + \frac{2}{\lambda^2}\left[(M_0 + Q_0\lambda)\,\eta_1 - M_0\,\eta_2\right]\\
&4)\ w = EIy = q\frac{\lambda^4}{4} + \frac{\lambda^2}{2}\left[(M_0 + Q_0\lambda)\,\eta_1 - M_0\,\eta_2\right]\\
&5)\ w^{\cdot} = EIy^{\cdot} = \frac{\lambda^4}{4} q^{\cdot} + Q_0\frac{\lambda^2}{2}(\eta_1 + \eta_2) + M_0\lambda\eta_1
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

где M — изгибающий момент в сечении балки, взятом на расстоянии x от сечения, в котором приложены сосредоточенные M_0 и Q_0;

Q — соответственно поперечная сила;

p — соответственно давление на грунт под балкой.

Необходимо иметь в виду, что знаки, принятые в уравнениях (9), действительны лишь в том случае, если положительные направления момента M_0 и перерезывающей силы Q_0 выбраны так, что перемещение края балки под действием M_0 совпадает с направлением Q_0 (т. е. что перемещения $\delta_{QM} = \delta_{MQ}$ положительны); так же за положительную должна быть принята внешняя нагрузка q, совпадающая с направлением положительной перерезывающей силы Q_0. Угол поворота $w^{\cdot}$ оси у опоры от нагрузки считается положительным, если он совпадает с положительным направлением момента M_0.

Значения $\eta_1 = e^{-\varphi}\cos\varphi$; $\eta_2 = e^{-\varphi}\sin\varphi$, а также $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2$; $\eta_4 = \eta_1 - \eta_2$, приведены в таблице 3.

Уравнения (9) позволяют определить краевые перемещения от единичных усилий и построить линии влияния для длинной балки на упругом основании, а также определить опорные реакции в длинной балке, шарнирно опертой или жестко заделанной на конце (при $\varphi = 0$).

Из уравнений (9) (строки 1 и 2) видно, что распределенная по прямолинейному закону нагрузка q не вызывает изгиба и сдвигающих усилий в балке постоянной жесткости, свободно лежащей на упругом основании.

Таблица 3

Коэффициенты для расчета балок на упругом основании и осесимметричных оболочек

φ	η_1	Разница	η_2	Разница	η_3	Разница	η_4	Разница	φ	η_1	η_2	η_3	η_1
0,00	1,0000	0,0996	0,0000	0,0903	1,0000	0,0093	1,0000	0,1900	3,6	−0,02450	−0,01209	−0,03659	−0,01241
0,10	0,9004	0,0980	0,0903	0,0724	0,9907	0,0256	0,8100	0,1702	3,7	−0,02100	−0,01310	−0,03407	−0,00787
0,20	0,8024	0,0946	0,1627	0,0562	0,9651	0,0384	0,6398	0,1510	3,8	−0,01770	−0,01369	−0,03138	−0,00401
0,30	0,7078	0,0904	0,2189	0,0421	0,9267	0,0483	0,4888	0,1324	3,9	−0,01470	−0,01392	−0,02862	−0,00077
0,40	0,6174	0,0851	0,2610	0,0298	0,8784	0,0553	0,3564	0,1149	4,0	−0,01197	−0,01386	−0,02583	0,00189
0,50	0,5323	0,0793	0,2908	0,0191	0,8231	0,0603	0,2415	0,0984	4,1	−0,00955	−0,01356	−0,02309	0,00403
0,60	0,4530	0,0732	0,3099	0,0100	0,7628	0,0631	0,1431	0,0832	4,2	−0,00753	−0,01307	−0,02042	0,00572
0,70	0,3798	0,0668	0,3199	0,0024	0,6997	0,0643	0,0599	0,0692	4,3	−0,00545	−0,01243	−0,01787	0,00699
0,80	0,3130	0,0602	0,3223	0,0038	0,6354	0,0642	−0,0093	0,0564	4,4	−0,00380	−0,01168	−0,01546	0,00791
0,90	0,2528	0,0540	0,3185	0,0089	0,5712	0,0629	−0,0657	0,0451	4,5	−0,00235	−0,01086	−0,01320	0,00852
1,00	0,1988	0,0478	0,3096	0,0129	0,5083	0,0607	−0,1108	0,0349	4,6	−0,00110	−0,00999	−0,01112	0,00886
1,10	0,1510	0,0418	0,2967	0,0160	0,4476	0,0577	−0,1457	0,0259	4,7	−0,00020	−0,00909	−0,00921	0,00898
1,20	0,1092	0,0363	0,2807	0,0181	0,3899	0,0544	−0,1716	0,0181	4,8	0,00070	−0,00820	−0,00748	0,00892
1,30	0,0729	0,0310	0,2626	0,0196	0,3355	0,0506	−0,1897	0,0114	4,9	0,00090	−0,00732	−0,00593	0,00870
1,40	0,0419	0,0261	0,2430	0,0204	0,2849	0,0465	−0,2011	0,0057	5,0	0,00200	−0,00646	−0,00455	0,00837
1,50	0,0158	0,0217	0,2226	0,0208	0,2384	0,0425	−0,2068	0,0009	5,1	0,00235	−0,00564	−0,00334	0,00795
1,60	0,0059	0,0295	0,2018	0,0206	0,1959	0,0383	−0,2077	0,0030	5,2	0,00260	−0,00487	−0,00229	0,00746
1,70	−0,0236	0,0140	0,1812	0,0202	0,1576	0,0342	−0,2047	0,0062	5,3	0,00275	−0,00415	−0,00139	0,00692
1,80	−0,0376	0,0108	0,1610	0,0195	0,1234	0,0302	−0,1985	0,0086	5,4	0,00290	−0,00349	−0,00063	0,00636
1,90	−0,0484	0,0080	0,1415	0,0184	0,0932	0,0265	−0,1899	0,0105	5,5	0,00290	−0,00288	0,00001	0,00578
2,00	−0,0564	0,0054	0,1231	0,0174	0,0667	0,0228	−0,1794	0,0119	5,6	0,00290	−0,00233	0,00053	0,00520
2,10	−0,0618	0,0034	0,1057	0,0161	0,0439	0,0195	−0,1675	0,0127	5,7	0,00280	−0,00184	0,00095	0,00464
2,20	−0,0652	0,0016	0,0896	0,0148	0,0244	0,0164	−0,1548	0,0132	5,8	0,00270	−0,00141	0,00127	0,00409
2,30	−0,0668	0,0001	0,0748	0,0135	0,0080	0,0136	−0,1416	0,0134	5,9	0,00255	−0,00102	0,00152	0,00356
2,40	−0,0669	0,0011	0,0613	0,0122	−0,0056	0,0110	−0,1282	0,0133	6,0	0,00240	−0,00069	0,00169	0,00317
2,50	−0,0658	0,0022	0,0491	0,0108	−0,0166	0,0088	−0,1149	0,0130	6,1	0,00220	−0,00041	0,00180	0,00261
2,60	−0,0636	0,0028	0,0383	0,0096	−0,0254	0,0066	−0,1019	0,0124	6,2	0,00200	0,00017	0,00183	0,00221
2,70	−0,0608	0,0035	0,0287	0,0083	−0,0320	0,0049	−0,0895	0,0118	6,3	0,00185	0,00003	0,00187	0,00187
2,80	−0,0573	0,0038	0,0204	0,0071	−0,0369	0,0034	−0,0777	0,0111	6,4	0,00165	0,00019	0,00184	0,00146
2,90	−0,0535	0,0042	0,01330	0,0063	−0,0403	0,0020	−0,0666	0,0103	6,5	0,00150	0,00032	0,00179	0,00115
3,00	−0,0493		0,00703		−0,04226		−0,0563		6,6	0,00130	0,00042	0,00172	0,00087
3,10	−0,0450		0,00187		−0,04314		−0,04688		6,7	0,00120	0,00050	0,00162	0,00063
3,20	−0,0407		−0,00238		−0,04307		−0,03821		6,8	0,00095	0,00055	0,00152	0,00042
3,30	−0,0364		−0,00582		−0,04224		−0,03060		6,9	0,00080	0,00058	0,00141	0,00024
3,40	−0,0322		−0,00853		−0,04079		−0,02374		7,0	0,00070	0,00060	0,00129	0,00009
3,50	−0,0283		−0,01059		−0,03887		−0,01769						

Для длинной балки со свободными краями, подставляя в 5-е уравнение группы (9) $q=0$; $M_0=1$; $Q_0=0$ при $\varphi=0$, получим (фиг. 225, *а*):

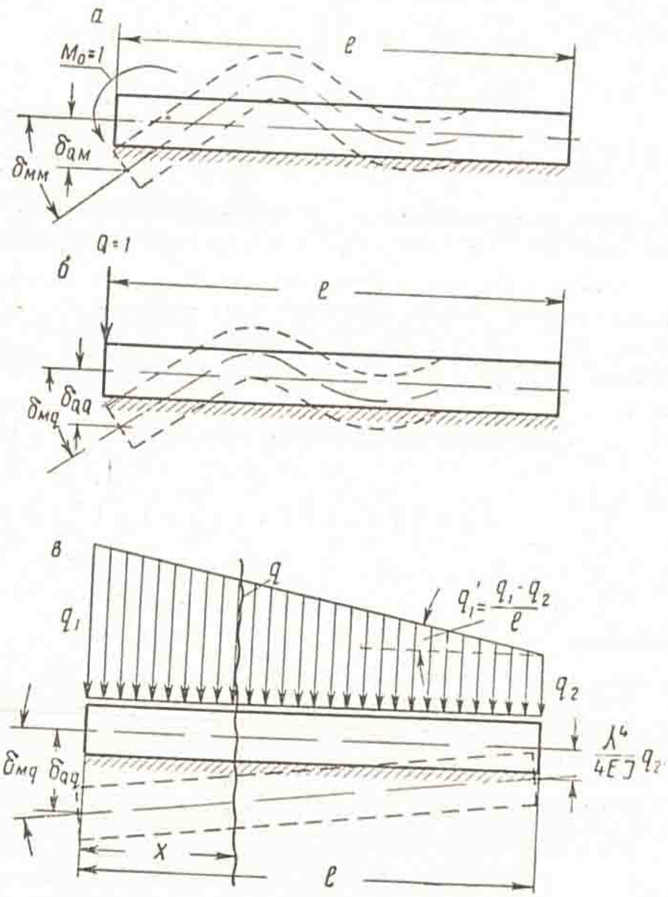
$$a_{11}=EI\delta_{MM}=\lambda; \tag{10}$$

из него же, приняв $Q_0=1$; $M_0=0$; $q=0$ при $\varphi=0$ (фиг. 225, *б*):

$$a_{21}=EI\delta_{QM}=\pm\frac{\lambda^2}{2}=a_{12}; \tag{11}$$

и из 4-й строки:

$$a_{22}=EI\delta_{QQ}=\frac{\lambda^3}{2}. \tag{12}$$



Фиг. 225. Схемы длинной балки со свободными краями на упругом основании и виды деформаций:
а—от $M_0=1$ на левом конце балки; *б*—от $Q_0=1$ на левом конце балки; *в*—от нагрузки распределенной по линейному закону.

Свободные члены (от нагрузки) по методу сил получим соответственно из строк 5-й и 4-й подстановкой $M_0=Q_0=0$; $q=q_1$ (фиг. 225, *в*):

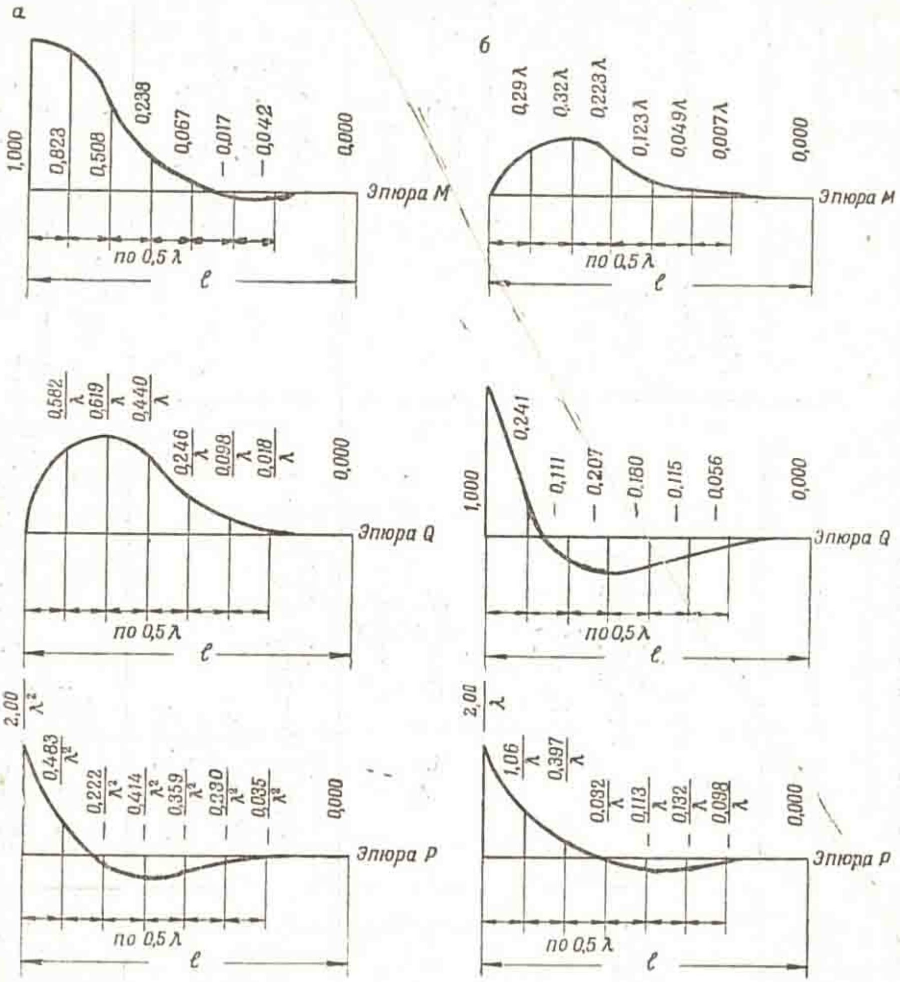
$$a_{1q}=\pm\frac{\lambda^4}{4}q^{\prime}=\pm\frac{\lambda^4}{4l}(q_1-q_2); \tag{13}$$

$$a_{2q}=\frac{\lambda^4}{4}q_1. \tag{14}$$

Верхние знаки в выражениях (11) и (13) соответствуют принятому для уравнений (9) правилу знаков.

Нижние знаки соответствуют тому случаю, когда угол поворота от положительной силы Q_0 и от положительной нагрузки q (отвечающей направлению положительной Q_0) не совпадает с направлением положительного M_0.

Эпюры усилий от краевых единичных сил для длинной балки (фиг. 225) приведены на фигуре 226, а значения их даны в таблице 4.



Фиг. 226. Эпюры усилий для длинной балки на упругом основании при свободных краях:

а—от $M_0=1$ на левом конце балки; *б*—от $Q_0=1$ на левом конце балки.

Если конец балки оперт шарнирно, то величина опорной реакции при загружении $M_0=1$ определится, если в четвертом уравнении группы (9) принять

$$w=0; \quad q=0; \quad M_0=1.$$

Тогда при $\varphi=0$:

$$\eta_1=1; \qquad \eta_2=0;$$

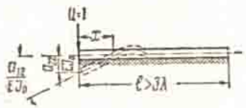
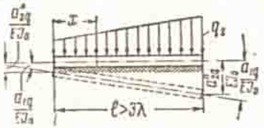
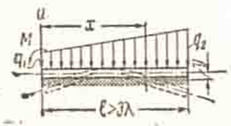
$$r_Q=Q^0_{M=1}=-\frac{1}{\lambda}. \tag{15}$$

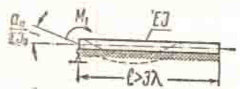
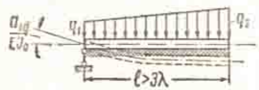
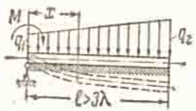
Принимая в том же уравнении: $w=0$; $M_0=0$; $q=q_1$; $\varphi=0$, получим:

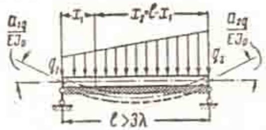
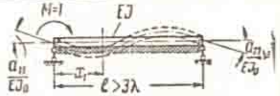
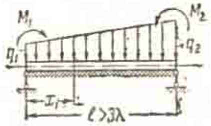
$$r_q=Q^0_q=-\frac{q_1\lambda}{2}. \tag{16}$$

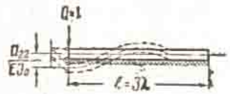
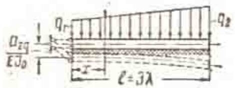
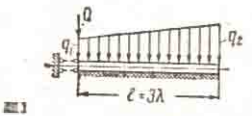
Таблица 4

Усилия и перемещения краев в балках, лежащих на упругом основании, и в осесимметричных оболочках

Характеристика элемента	Схема загружения и опирания балки на упругом основании	Значение перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
1. Длинная балка постоянной жесткости EI, свободно лежащая на упругом основании, с постоянным коэффициентом постели $k_г$ или цилиндрическая осесимметричная оболочка постоянной толщины δ $\left(k_г=\frac{E\delta}{r^2}\right)$ (Коэффициент Пуассона $\nu=0$) λ — характеристика жесткости. Для балки на упругом основании $\lambda=\sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_г}}$. Для цилиндрической оболочки радиуса r толщиной δ $\lambda=\frac{\sqrt{r\delta}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}\approx 0,76\sqrt{r\delta}$		$a_{11}=\lambda\frac{I_0}{I}=\lambda_1$ $a_{21}=\frac{\lambda^2}{2}\frac{I_0}{I}=\frac{\lambda}{2}\lambda_1$ $\lambda_1=\lambda\frac{I_0}{I}$	$M_x=M(\eta_1+\eta_2)$ $Q_x=-\frac{2M}{\lambda}\eta_2;\ \eta_1=e^{-\varphi}\cos\varphi;\ \eta_2=e^{-\varphi}\sin\varphi$ $\varphi=\frac{x}{\lambda}$ Давление на основание $q_x=\frac{2}{\lambda^2}M(\eta_1-\eta_2)$
		$a_{12}=\frac{\lambda}{2}\lambda_1$ $a_{22}=\frac{\lambda^2}{2}\lambda_1$	$M=Q\lambda\eta_2$ $Q_x=-Q(\eta_1-\eta_2)$ $q_x=2\frac{Q}{\lambda}\eta_1$
		$a_{1q}=\frac{\lambda^4}{4l}(q_1-q_2)\cdot\frac{I_0}{I}=\frac{\lambda^3\cdot\lambda_1}{4l}(q_1-q_2)$ $a_{2q}^{n}=\frac{\lambda^3}{4}\lambda_1 q_1$ $a_{2q}^{n}=\frac{\lambda^3}{4}\cdot\lambda_1 q_2$	$M_x=0;\quad Q_x=0$ $q_x=q_1+q_2\frac{x}{l}$ Кольцевые усилия в цилиндрической оболочке $T_x=q_x r$
		$EIy=w_x=\frac{q_x\lambda^4}{4}$; $w_x'=\frac{(q_2-q)\cdot\lambda^4}{4l}+M\lambda\eta_1+Q(\eta_1+\eta_2)\frac{\lambda^2}{2}$	$T_x=q_x r$ $M_x=M\eta_1+(M+Q\lambda)\eta_2$ $Q_x=-Q(\eta_1-\eta_2)-\frac{2M}{\lambda}\eta_2$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x}{l}\right)+q_2\frac{x}{l}+\frac{2}{\lambda^2}[(M+Q\lambda)\eta_1-M\eta_2]$

Характеристика элемента	Схема загружения и опирания балки на упругом основании	Значение перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
2. Длинная на упругом основании балка постоянной жесткости EI, с одним свободным, другим шарнирно опертым (нагруженным) концами или цилиндрическая оболочка постоянной толщины с такими же условиями на концах		$a_{11}=\frac{\lambda_1}{2}$	$M_x=M\eta_1$ $Q_x=-\frac{M}{\lambda}(\eta_1+\eta_2)$ $q_x=\frac{2M}{\lambda^2}\eta_2$
		$a_{1q}=\frac{q_2\lambda^3\lambda_1}{4l}+\frac{q_1\lambda^3\lambda_1}{4l}\left(\frac{l}{\lambda}-1\right)$	$M_x=\frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2$ $Q_x=\frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x}{l}-\eta_1\right)+q\frac{x}{l}$
		$w_x=EIy=q_x\frac{\lambda^4}{4}$ $w'_x=\frac{q_2\lambda^4}{4l}-\frac{q_1\lambda^3}{4}\left(\frac{\lambda}{l}-\eta_1-\eta_2\right)+$ $+\frac{M\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)$	$M_x=M\eta_1+\frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2$ $Q_x=\frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)-\frac{M}{\lambda}(\eta_1+\eta_2)$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x}{l}-\eta_1\right)+q_2\frac{x}{l}+\frac{2M}{\lambda^2}\eta_2$ Кольцевые усилия $T_x=q_xr$

Характеристика элемента	Схема загружения и опирания балки на упругом основании	Значение перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
3. Длинная балка на упругом основании ($EI=$ $=\mathrm{const}$), или цилиндрическая (полярно-симметричная) оболочка постоянной толщины, однопролетная с шарнирно опертыми концами Примечание. Знаки моментов и поперечных сил соответствуют правилу знаков, принятых для простых балок		$a_{1q}=\frac{q_1\lambda\lambda_1}{4l}\left(\frac{l}{\lambda}-1\right)+\frac{q_2\lambda^3\lambda_1}{4l}$ $a_{2q}=\frac{q_2\lambda^3\lambda_1}{4l}\left(\frac{l}{\lambda}-1\right)+\frac{q_1\lambda^3\lambda_1}{4l}$	$M_x=\frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2^n+\frac{q_2\lambda^2}{2}\eta_2^n$ $Q_x=\frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta_2^n)-\frac{q_2\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta_2^n)$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x_1}{l}-\eta_1^n\right)+q_2\left(1-\frac{x_2}{l}-\eta_1^n\right)$ $\eta_1^n=e^{-\varphi_2}\cos\varphi_2;\ \eta_2^n=e^{-\varphi_2}\sin\varphi_2;\quad \varphi_2=\frac{x_2}{\lambda}$ $\eta_1^n=e^{-\varphi_1}\cos\varphi_1;\quad \eta_2^n=e^{-\varphi_1}\sin\varphi_1;\quad \varphi_1=\frac{x_1}{\lambda}$
		$a_{11}=\frac{\lambda_1}{2}$ $a_{21}\cong 0$	$M_x=M_1\eta_1$ $Q_x=-\frac{M_1}{\lambda}(\eta_1^n+\eta_2^n);\ q_x=\frac{2M_1}{\lambda^2}\eta_2^n$
		$a_{12}\cong 0$ $a_{22}=\frac{\lambda_1}{2}$	$M_x=M_2\eta_1^n$ $Q_x=-\frac{M_2}{\lambda}(\eta_1^n+\eta_2^n)$ $q_x=\frac{2M_2}{\lambda^2}\eta_2^n$
		$w_x=EIy=q_x\frac{\lambda^4}{4};$ $w_x'=EIy'=\frac{q_1\lambda^3}{4}\left(\eta_1^n+\eta_2^n-\frac{\lambda}{l}\right)-\frac{q_2\lambda^3}{4}\left(\eta_1^n+\right.$ $\left.+\eta_2^n-\frac{\lambda}{l}\right)+\frac{M_1\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta_2^n)-\frac{M_2\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta^n)$	$M_x=M_1\eta_1^n+M_2\eta_1^n+\frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2^n+\frac{q_2\lambda^2}{2}\eta_2^n$ $Q_x=\frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta_2^n)-\frac{M_1}{\lambda}(\eta_1^n+\eta_2^n)-\frac{q_2\lambda}{2}(\eta_1^n-\eta_2^n)+$ $+\frac{M_2}{\lambda}(\eta_1^n+\eta_2^n)$ $T_x=q_xr$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x}{l}-\eta_1^n\right)+\frac{2M_1}{\lambda^2}\eta_2^n+q_2\left(\frac{x}{l}-\eta_1^n\right)+\frac{2M_2}{\lambda^2}\eta_2^n$

Характеристика элемента	Схема загружения и опирания балки на упругом основании	Значение перемещений по схеме	Текущие значения усилий в элементе
4. Длинная балка постоянной жесткости EI с одним свободным, другим плоско подвижным концами, на упругом основании с постоянным коэффициентом постели $k_г$, или цилиндрическая полярно-симметричная оболочка постоянной толщины при тех же условиях на краях		$a_{22}=\frac{\lambda^3}{4}\lambda_1$	$M_x=Q\frac{\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)$ $Q_x=-Q\eta_1$ $q_x=\frac{Q}{\lambda}(\eta_1+\eta_2)$
		$a_{2q}=\frac{q_1\lambda^3}{8}\lambda_1+\frac{q_2\lambda^3}{8}\lambda_1$ $a_{2q}=\frac{(q_1+q_2)\lambda^3}{8}\lambda_1$	$M_x=\frac{(q_1-q_2)\lambda^3}{4l}(\eta_1+\eta_2)$ $Q_x=\frac{(q_2-q_1)\lambda^2}{4l}\eta_2$ $q_x=q_1\left(1-\frac{x}{l}+\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)+q_2\left(\frac{x}{l}-\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)$
		$w_x=EIy=q_1\frac{\lambda^4}{4}-(q_1-q_2)\times$ $\times\left(\frac{x}{l}-\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)\frac{\lambda^4}{4}+\frac{Q\lambda^3}{4}(\eta_1+\eta_2)$ $w'_x=\frac{(q_2-q_1)\lambda^4}{4l}(1-\eta_1)-Q\frac{\lambda^2}{2}\eta_2$	$M_x=\frac{(q_1-q_2)\lambda^3}{4l}(\eta_1+\eta_2)+\frac{Q\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)$ $Q_x=\frac{(q_2-q_1)\lambda^2}{4l}\eta_2-Q\eta_1$ $q_x=q_1-(q_1-q_2)\left(\frac{x}{l}-\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)+\frac{Q}{\lambda}(\eta_1+\eta_2)$ $T_x=q_xr$

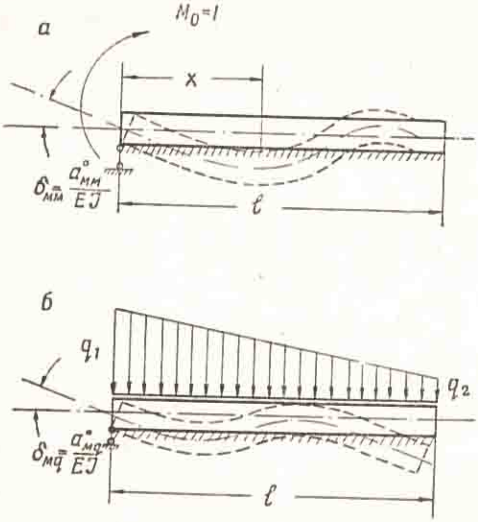
EI — кратный угол поворота шарнирно опертого края под действием $M_0 = 1$ получим из 5-й строки уравнений (9), приняв $M_0 = 1$; $Q_0 = -\frac{1}{\lambda}$; $q = 0$ при $\varphi = 0$ (фиг. 227, *а*):

$$a_{11}^0 = \frac{\lambda}{2}. \qquad (17)$$

Как видим, угол поворота от $M_0 = 1$ для шарнирно опертого края вдвое меньше, чем для свободного.

Умноженный на жесткость EI балки угол поворота (EI – кратный) края длинной балки от нагрузки q получим из 5-й строки уравнений (9), приняв в ней $M_0 = 0$; $Q_0 = -\frac{q_1\lambda}{2}$ и $q^{\cdot} = \frac{q_1 - q_2}{l}$ при $\varphi = 0$ (фиг. 227, *б*):

$$a_{1q}^0 = \frac{(q_1 - q_2)\lambda^4}{4l} - \frac{q_1\lambda^3}{4} = \frac{q_1\lambda^4}{4l}\left(1 - \frac{l}{\lambda}\right) - \frac{q_2\lambda^4}{4l}. \qquad (18)$$



Фиг. 227. Схемы длинной балки на упругом основании с одним шарнирно опертым концом и виды деформаций:

а — от $M_0 = 1$ на опертом конце балки, *б* — от нагрузки распределенной по линейному закону.

Здесь $\frac{l}{\lambda} = \varphi_б$, а знаки соответственно уравнениям (9).

При загружении длинной балки на упругом основании, шарнирно опертой одним краем, нагрузкой, распределенной по закону прямой (фиг. 227, *б*) и изменяющейся от q_1 на опертом краю до q_2 на противоположном свободном, и, кроме того, положительным моментом $M_0 = 1$ (фиг. 227, *а*) из уравнений (9) получаем для сечения, лежащего на расстоянии x от опоры:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ M = M_0\eta_1 + \frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2 \\
&2)\ Q = \frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1 - \eta_2) - \frac{M_0}{\lambda}(\eta_1 + \eta_2) \\
&3)\ p = q_1\left(1 - \frac{x}{l} - \eta_1\right) + q_2\frac{x}{l} + \frac{2M_0}{\lambda^2}\eta_2 \\
&4)\ w = p\frac{\lambda^4}{4} = q_1\frac{\lambda^4}{4}\left(1 - \frac{x}{l} - \eta_1\right) + q_2\frac{x}{l}\frac{\lambda^4}{4} + M_0\frac{\lambda^2}{2}\eta_2 \\
&5)\ w^{\cdot} = \frac{(q_2 - q_1)\lambda^4}{4l} - \frac{q_1\lambda^3}{4}(\eta_1 + \eta_2) + M_0\frac{\lambda}{2}(\eta_1 - \eta_2) = \\
&\qquad = \frac{q_2\lambda^4}{4l} - q_1\frac{\lambda^3}{4}\left(\frac{\lambda}{l} + \eta_1 + \eta_2\right) + M_0\frac{\lambda}{2}(\eta_1 - \eta_2)
\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Эпюры M, Q, p для балки с левым шарнирно опертым концом приведены на фигуре 228, а значения их даны в таблице 4.

Для длинной балки на упругом основании при одном жестко зажатом конце (в сечении, где $\varphi = 0$) можно определить момент $M_з$ и поперечную силу $Q_з$ в заделке, если принять в двух последних уравнениях группы (9) $w = 0$ и $w^{\cdot} = 0$ при $\varphi = 0$ и найдя из них величины M_0 и Q_0, подставить значения последних в первые два уравнения той же группы (9):

$$\left.\begin{aligned}
r_{1q} = M_з = \frac{q_1\lambda^2}{2}\left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) + \frac{q_2\lambda^3}{2l} \\
r_{2q} = Q_з = \frac{q_1\lambda}{2}\left(\frac{\lambda}{l} - 2\right) - \frac{q_2\lambda^2}{2l}
\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

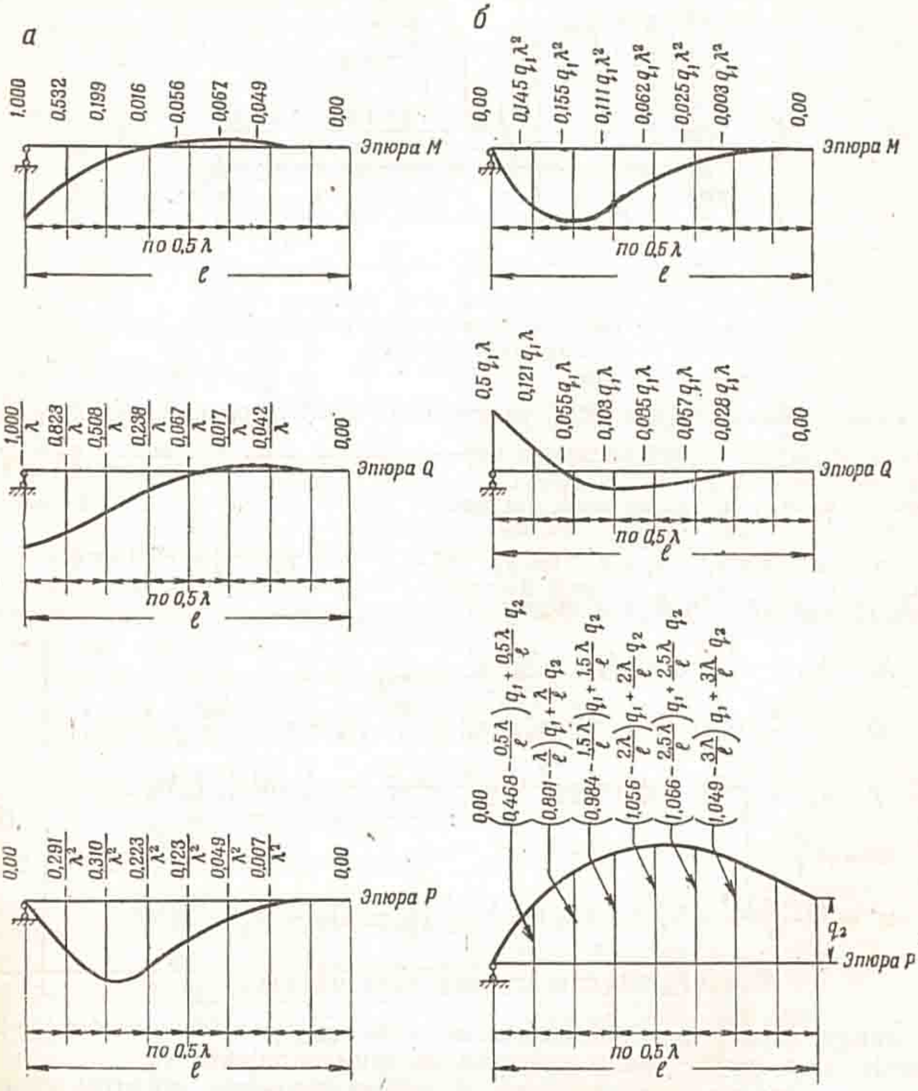
Текущие значения M, Q, p, w и w' получаются из уравнений (19) подстановкой в них значения $M_0 = M_з$.

Из формул (20) легко усмотреть аналогию между консольной длинной балкой на упругом основании и простой консолью вылетом λ.

Например, при равномерно распределенной нагрузке q:

для простой консоли длиной λ

$$M_з = \frac{q\lambda^2}{2}; \quad Q_з = -q\lambda.$$



Фиг. 228. Эпюры усилий для длинной балки на упругом основании при левом шарнирно опертом конце:

а—от нагрузки по фигуре 227,*а*; *б*—от нагрузки по фигуре 227,*б*.

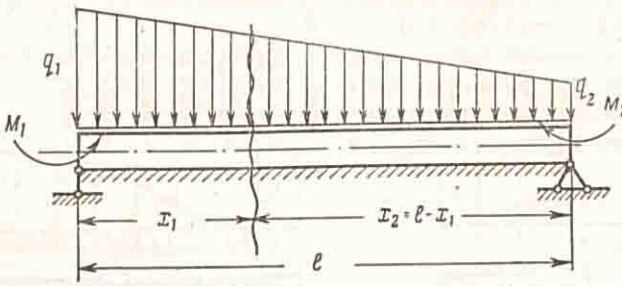
Точно так же для зажатой одним концом длинной балки на упругом основании из формул (20), принимая $q_1 = q_2 = q$:

$$M_з = \frac{q\lambda^2}{2}; \quad Q_з = -q\lambda.$$

Изменяются лишь законы распределения усилий и деформаций по длине консоли.

Для длинной балки на упругом основании, опертой двумя концами шарнирно, эпюры распределения усилий приближенно можно получить простым наложением эпюр, пользуясь уравнениями (19), учитывая, однако, что при сравнительно небольшой характеристике длины балки $\varphi_б = \frac{l}{\lambda}$ условия на концах не будут точно соблюдаться.

Однако уже при $\varphi_б > 4$ эти отклонения составляют десятые доли процента от величины усилий на противоположном конце балки.



Фиг. 229. Схема длинной однопролетной балки, лежащей на упругом основании с двумя шарнирно опертыми концами.

Если обозначить (фиг. 229) расстояния от опор соответственно x_1 и x_2, а текущие значения независимого переменного φ соответственно $\varphi_1 = \frac{x_1}{\lambda}$; $\varphi_2 = \frac{x_2}{\lambda} = \varphi_б - \varphi_1$ и, кроме того, положив

$$\eta_1' = e^{-\varphi_1}\cos\varphi_1; \quad \eta_2' = e^{-\varphi_1}\sin\varphi_1; \quad \eta_1'' = e^{-\varphi_2}\cos\varphi_2; \quad \eta_2'' = e^{-\varphi_2}\sin\varphi_2,$$

то из уравнений (19) будем иметь:

$$\left.\begin{aligned}
M &= M_1\eta_1' - \frac{q_1\lambda^2}{2}\eta_2' + M_2\eta_1'' - \frac{q_2\lambda^2}{2}\eta_2'' \\
Q &= -\frac{M_1}{\lambda}(\eta_1' + \eta_2') - \frac{q_1\lambda}{2}(\eta_1' - \eta_2') + \frac{M_2}{\lambda}(\eta_1'' + \eta_2'') + \frac{q_2\lambda}{2}(\eta_1'' - \eta_2'') \\
p &= q_1\left(1 - \frac{x_1}{l} - \eta_1'\right) + q_2\left(1 - \frac{x_2}{l} - \eta_1''\right) - \frac{2}{\lambda^2}(M_1\eta_2' + M_2\eta_2'') \\
w &= p\frac{\lambda^4}{4} \\
w' &= \frac{(q_2 - q_1)\lambda^4}{4l} - \frac{q_1\lambda^3}{4}(\eta_1' + \eta_2') + M_1\frac{\lambda}{2}(\eta_1' - \eta_2') + \\
&\quad + \frac{q_2\lambda^3}{4}(\eta_1'' + \eta_2'') - M_2\frac{\lambda}{2}(\eta_1'' - \eta_2'')
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Эпюры M и Q для балки пролетом $l = 4\lambda$ при загружении по фигуре 229 приведены на фигуре 230, а значения их даны в таблице 4.

Для балки с одним зажатым и другим шарнирно опертым концом получим аналогично выводу формул (20) из уравнений (19):
при левом зажатом конце

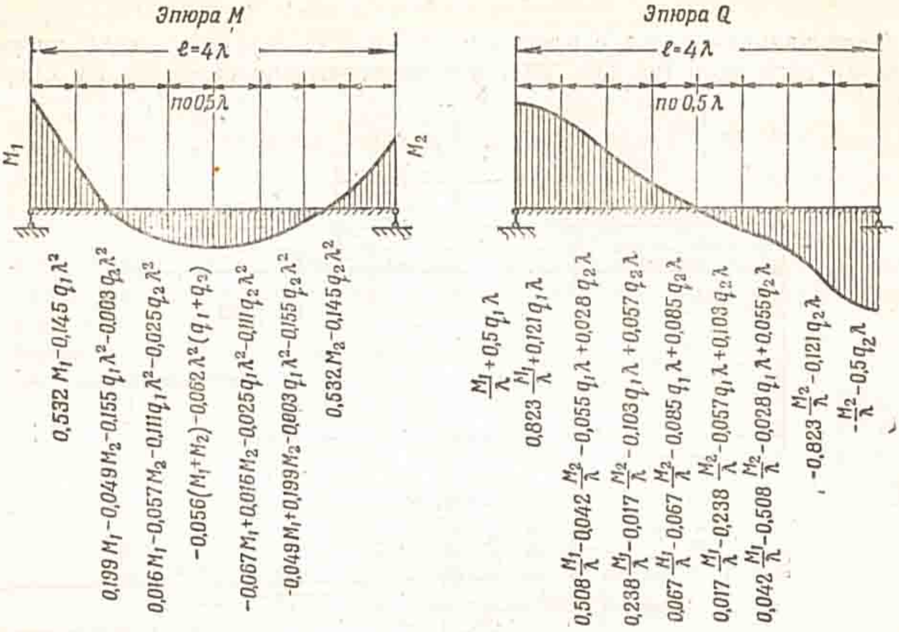
$$M_1 = \frac{q_1\lambda^3}{2l}\left(\frac{l}{\lambda} - 1\right) + \frac{q_2\lambda^3}{2l}$$

при правом зажатом конце

$$M_2 = \frac{q_2\lambda^3}{2l}\left(\frac{l}{\lambda} - 1\right) + \frac{q_1\lambda^3}{2l} \quad (22)$$

При обоих зажатых концах нужно одновременно подставить в уравнения (21) выражения (22).

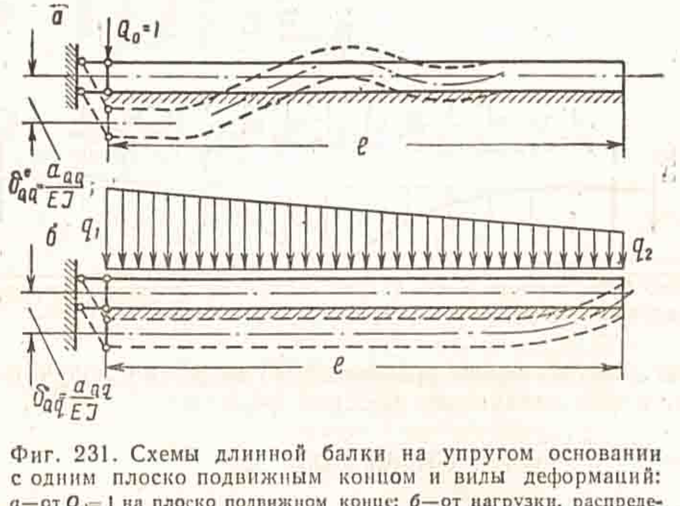
При плоско подвижном опирании края длинной балки на упругом основании (фиг. 231).



Фиг. 230. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил для однопролетной длинной балки на упругом основании при загружении моментами M_1 и M_2 на концах и нагрузкой, распределенной по линейному закону.

Для загружения силой $Q_0 = 1$ опорный момент получится из 5-го уравнения группы (9). Если принять $w^{\cdot} = 0$; $q^{\cdot} = 0$ при $x = 0$, то на краю плоско подвижном:

$$M^0_{Q=1} = -\frac{\lambda}{2}. \tag{23a}$$



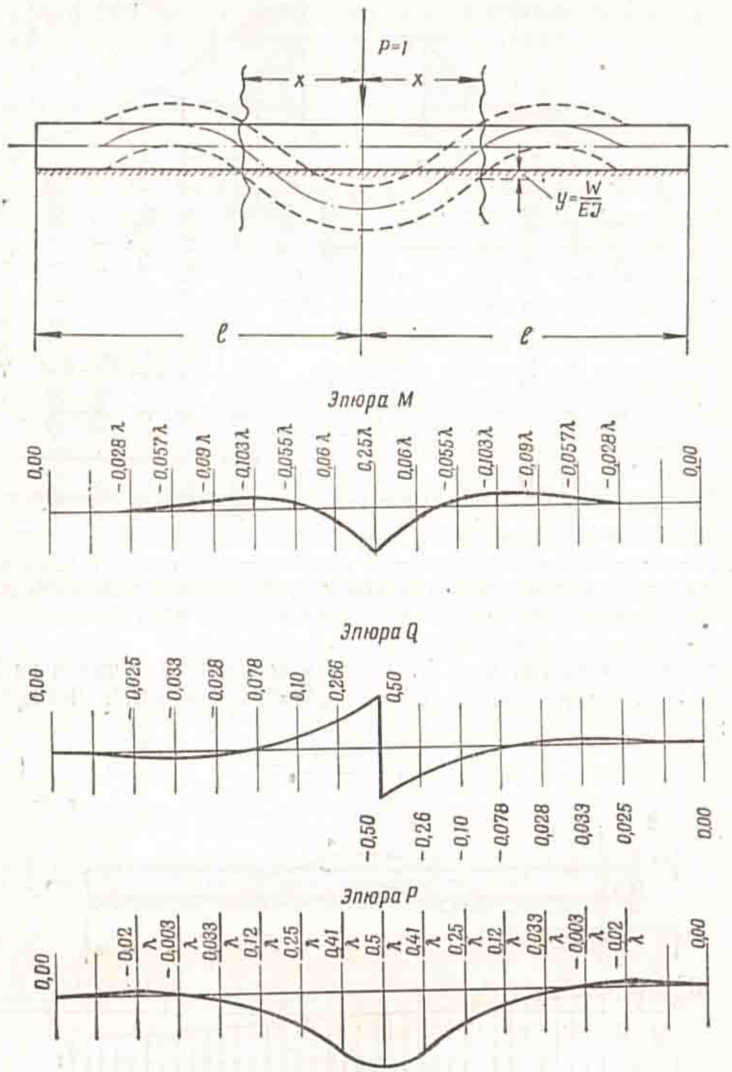
Фиг. 231. Схемы длинной балки на упругом основании с одним плоско подвижным концом и виды деформаций: *а*—от $Q_0 = 1$ на плоско подвижном конце; *б*—от нагрузки, распределенной по линейному закону.

При загружении нагрузкой (по фиг. 231, *б*) для получения опорного момента нужно в 5-е уравнение группы (9) подставить $w^{\cdot} = 0$; $q^{\cdot} = \frac{q_1 - q_2}{l}$; $Q_0 = 0$.

При $\varphi=0$ получим:

$$M_q^0=\frac{(q_2-q_1)\lambda^3}{4l}. \tag{23}$$

Если длинная балка с плоско подвижной опорой нагружена трапецоидальной нагрузкой (по фиг. 231, *б*) и одновременно силой Q_0 на опертом



Фиг. 232. Эпюры усилий для длинной балки на упругом основании, нагруженной в середине сосредоточенной силой $P=1$.

конце (по фиг. 231, *a*), то из уравнений (9) нетрудно получить с помощью формул (23а) и (23) следующие простые формулы:

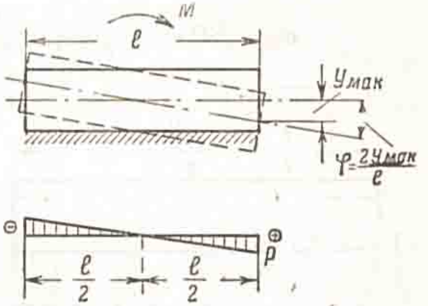
$$\left.\begin{aligned}
M&=\frac{(q_2-q_1)\lambda^3}{4l}(\eta_1+\eta_2)-Q_0\frac{\lambda}{2}(\eta_1-\eta_2)\\
Q&=\frac{(q_1-q_2)\lambda^2}{4l}\eta_2+Q_0\eta_1\\
p&=q_1\left(1-\frac{x}{l}-\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)-q_2\left(\frac{x}{l}+\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)+\frac{Q_0}{\lambda}(\eta_1+\eta_2)\\
w&=p\frac{\lambda^4}{4};\quad w^{\cdot}=\frac{(q_1-q_2)\lambda^4}{4l}(1-\eta_1)+Q_0\frac{\lambda^2}{2}\eta_2
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Этим решается, в частности, задача длинной балки, нагруженной в середине силой P (фиг. 232). Приняв в выражениях (23а) и (24) $Q_0=\frac{P}{2}$, получаем:

$$\left.\begin{aligned} M&=P\frac{\lambda}{4}(\eta_1-\eta_2); \quad Q=\frac{P}{2}\eta_1 \\ p&=\frac{P}{2\lambda}(\eta_1+\eta_2); \quad w=\frac{P\lambda^3}{8}(\eta_1+\eta_2); \quad w'=P\frac{\lambda^2}{4}\eta_2 \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

б) Жесткая балка на упругом основании

Если длина l балки, лежащей на упругом основании, меньше ее характеристики жесткости λ, то деформации оси балки столь незначительны, что ими можно пренебречь и считать, что ось балки остается прямолинейной после загружения внешними силами. Систему вертикальных сил, действующих на такую жесткую балку и вызывающих перемещения ее в упругой среде, можно свести к силе, приложенной к центру тяжести балки, и к паре сил (моменту). Сила вызовет поступательное движение балки, отчего упругое основание будет испытывать равномерное сжатие. Пара сил (момент) вызовет поворот вокруг центра тяжести балки, а упругое основание будет испытывать напряжения, изменяющиеся по закону прямой (фиг. 233). Обозначим момент инерции площади сечения балки относительно горизонтальной оси I, а момент инерции подошвы балки относительно оси, перпендикулярной к плоскости действия внешнего момента — $I_ф$. В силу принятого закона о пропорциональности между нагрузкой и просадкой грунта можно написать:



Фиг. 233. Перемещения и эпюра давлений на основание для жесткой балки на упругом основании от действия момента.

$$\sigma_{макс}=k_г y_{макс}$$

и так как угол поворота $\varphi=\frac{2y_{макс}}{l}$, то

$$\sigma_{макс}=\frac{k_г\varphi l}{2}.$$

Но так как внешний момент уравновешивается только отпором грунта, то в соответствии с фигурой 233:

$$M=b\frac{\sigma_{макс}l}{2}\frac{l}{3}=\sigma_{макс}\frac{bl^2}{6},$$

откуда

$$\sigma_{макс}=\frac{6M}{bl^2}.$$

Подставив в левую часть зависимости между $\sigma_т$ и φ это значение, получим:

$$\varphi=\frac{12M}{k_г bl^3}=\frac{M}{k_г I_ф},$$

где b — ширина подошвы балки, а $I_ф=\frac{bl^3}{12}$.

Угол поворота балки под действием $M_0=1$, увеличенный в EI раз (EI — жесткость балки), будет:

$$a_{11}=EI\delta_{MM}=\frac{EI}{k_г I_ф}=\frac{3\lambda^4}{l^3}, \tag{26}$$

где

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_г}}.$$

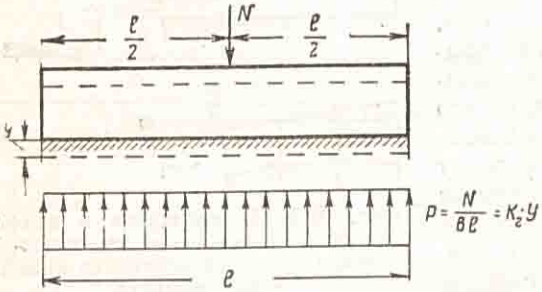
Центральная вертикальная сила (фиг. 234) вызывает равномерный отпор грунта по всей подошве балки, так что $p = \frac{N}{bl}$, где b — ширина подошвы балки.

Следовательно:

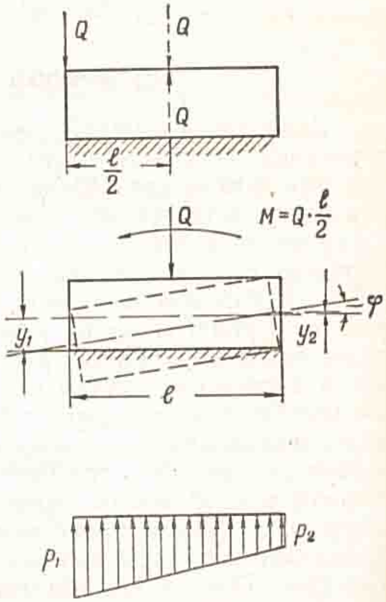
$$y = \frac{p}{k_г} = \frac{N}{k_г bl}.$$

Просадка, увеличенная в EI раз от $N = 1$:

$$a_{22} = EI\delta_{NN} = \frac{EI}{k_г F_ф} = \frac{\lambda^4}{4l}. \qquad (27)$$



Фиг. 234. Перемещения и эпюра давлений на основание для жесткой балки на упругом основании от действия сосредоточенной силы в середине.



Фиг. 235. Перемещения и эпюра давлений на основание для жесткой балки на упругом основании от действия сосредоточенной силы на конце.

Если сила Q приложена на краю жесткой балки (фиг. 235), то систему можно привести к силе Q в центре и моменту $M = Q\frac{l}{2}$.

Основываясь на предыдущем, можем написать:

$$y_1 = \frac{p_1}{k_г}; \quad y_2 = \frac{p_2}{k_г}; \quad \varphi = \frac{y_1 - y_2}{l}$$

или

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \frac{Q}{k_г F_ф} + \varphi\frac{l}{2} = Q\left(\frac{1}{k_г F_ф} + \frac{l^2}{4k_г I_ф}\right) \\ y_2 &= \frac{Q}{k_г I_ф} - \varphi\frac{l}{2} = Q\left(\frac{1}{k_г F_ф} - \frac{l^2}{4k_г I_ф}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

Следовательно, угол поворота, увеличенный в EI раз, от $Q = 1$ составит:

$$a_{12} = EI\delta_{QM} = \frac{EIl}{2k_г I_ф} = \frac{3\lambda^4}{2l^2}. \qquad (29)$$

Вертикальное смещение края балки (увеличенное в EI раз) от $Q = 1$ [ср. с уравнением (28)] по направлению последней:

$$a'_{22} = EI\delta_{QQ} = \frac{EI}{k_г F_ф} + \frac{EIl^2}{4k_г I_ф} = \frac{EI}{k_г F_ф}\left(1 + \frac{F_ф l^2}{4I_ф}\right). \qquad (30a)$$

Учитывая, что $I_ф = \frac{bl^3}{12} = \frac{Fl^2}{12}$, получим из (30a):

$$a'_{22} = \frac{4EI}{k_г F_ф} = \frac{\lambda^4}{l}. \qquad (30)$$

Ненагруженный край балки при этом перемещается в противоположную сторону на расстояние, вдвое меньшее $\left(\text{т. е. на } -\frac{a'_{21}}{2}\right)$.

Здесь принято, что упругое основание одинаково хорошо воспринимает сжатие (p и a'_{22} положительны) и растяжение. Так как результирующее давление в большинстве случаев оказывается положительным по всей опорной поверхности, то для балок, лежащих на грунте, принятое положение можно допустить, учитывая, что в результате действия всех приложенных к балке сил отрицательных напряжений не будет, а их влияние скажется лишь в уменьшении сжимающих напряжений на соответствующем участке.

При шарнирном опирании одного конца жесткой балки (фиг. 236) получим:

$$a_{11}^{0}=\frac{a_{11}}{4}=\frac{3\lambda^4}{4l^3}; \tag{31}$$

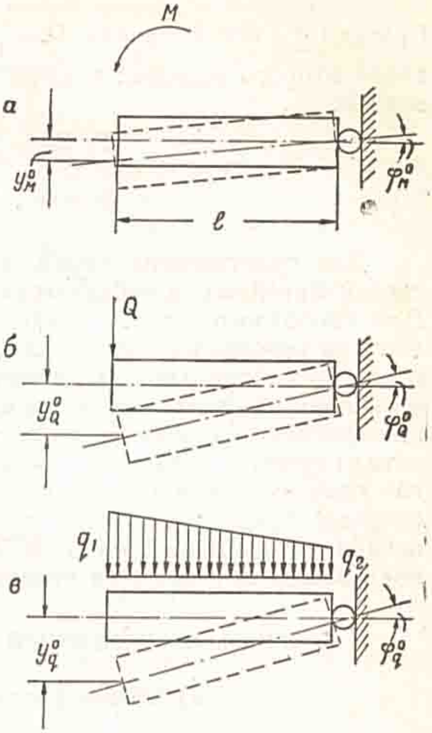
$$a_{12}^{0}=\frac{3\lambda^4}{4l^2}; \tag{32}$$

$$a_{22}^{0}=\frac{3\lambda^4}{4l}; \tag{33}$$

$$a_{1q}=\frac{q_1\lambda^4}{4l}+\frac{q_2\lambda^4}{8l}=\frac{\lambda^4}{4l}\left(q_1+\frac{q_2}{2}\right), \tag{34}$$

а смещение свободного края от нагрузки

$$a_{2q}=\frac{q_1\lambda^4}{4}+\frac{q_2\lambda^4}{4}=\frac{\lambda}{4}(q_1+q_2). \tag{35}$$



Фиг. 236. Схемы жесткой балки на упругом основании с шарнирно опертым краем и характер перемещений: *а* — от действия момента M; *б* — от силы Q на свободном конце; *в* — от нагрузки, распределенной по линейному закону.

4. ПЛИТЫ, ОПЕРТЫЕ ПО КОНТУРУ

Не останавливаясь на выводах, приведенных в курсах теории упругости [10], [15], запишем основное дифференциальное уравнение изгиба для тонких плит постоянного сечения, опертых по контуру:

$$\nabla\nabla w=\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial z^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial z^4}=\pm q, \tag{36a}$$

где $w=By$ — увеличенный в B раз прогиб пластинки;

$B=\frac{EI}{1-\nu^2}$ — цилиндрическая жесткость пластинки;

ν — коэффициент Пуассона;

q — интенсивность нагрузки.

Для изгибающих моментов M_x и M_z, крутящих моментов M_{xz}, а также поперечных сил Q_x; Q_z имеют место уравнения:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad \pm M_x=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\\
&2)\quad \pm M_z=\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\
&3)\quad \pm M_{xz}=(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial z}\\
&4)\quad \pm Q_x=\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 w}{\partial x\,\partial z^2}\\
&5)\quad \pm Q_z=\frac{\partial^3 w}{\partial z^3}+\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\,\partial z}
\end{aligned}\right\} \tag{36б}$$

Сложив первые 2 уравнения группы (36б), получим:

$$\mathfrak{M} = M_x + M_z = (1+\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) = (1+\nu)\,\nabla w. \tag{36в}$$

Сравнив с (36а) и приняв $M = \frac{\mathfrak{M}}{1+\nu}$, получим два дифференциальных уравнения второго порядка: в качестве основных дифференциальных уравнений задачи:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \nabla w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \pm M \\ &2)\ \nabla M = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = q \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Для практических целей достаточны приближенные решения в виде систем линейных алгебраических уравнений (метод конечных разностей). Для свободного края, шарнирного опирания или жесткого защемления контура можно, как это показал профессор П. Л. Пастернак [16], свести проблему треугольной и трапецоидальной пластинки к линейной системе семичленных уравнений, а прямоугольную пластинку — к системе пятичленных уравнений, сравнительно легко решаемых с помощью сокращенного алгоритма Гаусса. Учет упругих смещений опор весьма усложняет задачу. Поэтому на практике ограничиваются расчетами плит, пренебрегая податливостью опорных закреплений. Для таких условий, на основании решения уравнений конечных разностей, инж. А. Ф. Смотровым составлены таблицы [17], пользование которыми не представляет трудностей.

5. ОСНОВЫ БЕЗМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК

а) Общие уравнения безмоментной теории

В тонкостенных оболочках, находящихся под действием распределенных нагрузок, при создании соответствующих условий на краях можно пренебречь изгибом, что упрощает расчеты. Кроме того, для расчета оболочек с учетом изгиба нужно знать усилия, возникающие в ней при расчете по безмоментной теории [18].

Безмоментная теория основана на следующих предпосылках.

1. Равнодействующая меридиональных и кольцевых напряжений лежит в плоскости, касательной к срединной поверхности оболочки.

2. Деформации оболочки и ее толщина малы настолько, что можно пренебречь изменением кривизны оболочки, вызываемым деформациями.

3. Напряжения в материале оболочки не превосходят предела упругости, а материал оболочки подчиняется закону Гука.

Введем следующие обозначения в дополнение к ранее принятым:

R_1, R_2 — главные радиусы кривизны срединной поверхности оболочки, соответственно меридиана и параллели (фиг. 237);

α — угол широты, т. е. угол, образованный нормалью срединной поверхности с осью вращения оболочки (фиг. 237);

σ_{10}; σ_{20} — нормальные напряжения в оболочке, соответственно меридиональные и кольцевые;

T_{10}; T_{20} — равнодействующие этих напряжений

$$T_{10} = \sigma_{10}\delta; \quad T_{20} = \sigma_{20}\delta;$$

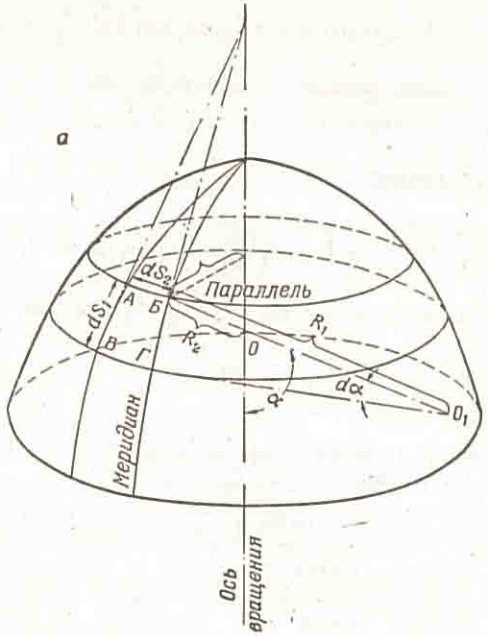
δ — толщина оболочки;

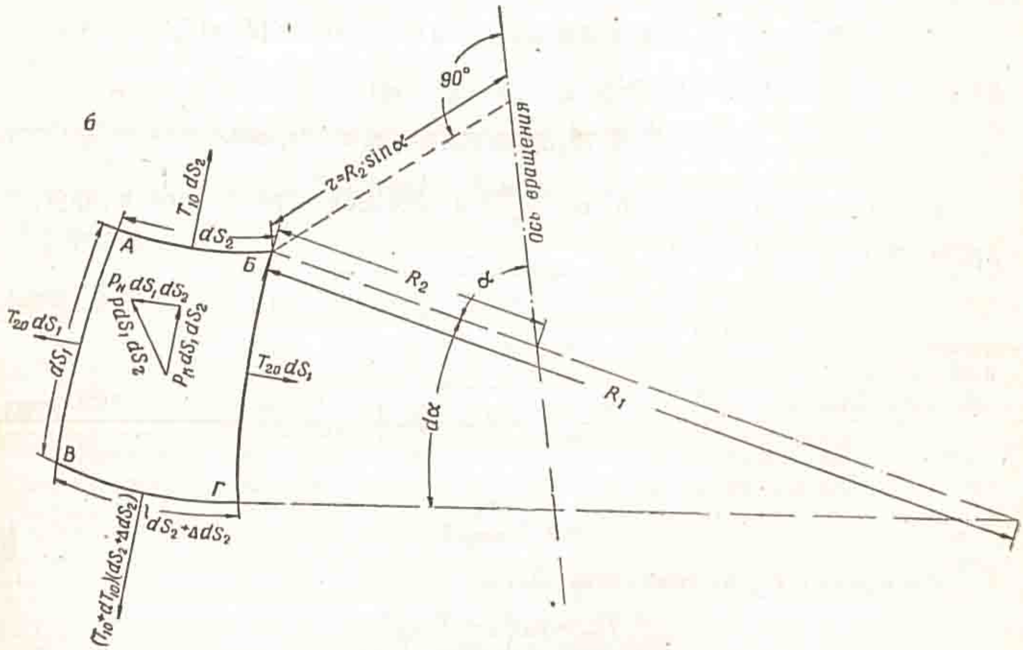
$p_н$ — проекция внешней нагрузки на нормаль к срединной поверхности;

$p_к$ — то же, на касательную к меридиану;

P_α — сумма проекций на ось вращения всех сил, приложенных к оболочке выше широты α;

Остальные обозначения по фиг. 237.





Фиг. 237. Схемы оболочки вращения и ее элемента:
а—общий вид оболочки; *б*—элемент оболочки.

Условия равновесия бесконечно малого элемента $АБВГ$ (фиг. 237, $а$) можно записать так [19]:

1. Сумма проекций всех сил на нормаль к срединной поверхности равна нулю (фиг. 237, $б$):

$$(T_{10}+dT_{10})(ds_2+\Delta ds_2)\sin d\alpha+2T_{20}\,ds_1\sin\alpha\sin\frac{d\alpha}{2}-p_н\,ds_1\,ds_2=0. \qquad (37а)$$

Пренебрегая малыми высших порядков, принимая за малостью угла $\sin d\alpha\approx d\alpha$; $\sin\frac{d\alpha}{2}\approx\frac{d\alpha}{2}$ и имея в виду, что $2\sin\alpha\sin\frac{d\alpha}{2}\approx d\alpha\sin\alpha=\frac{ds_2}{r}\sin\alpha=$ $=\frac{ds_2}{R_2}$, а $d\alpha=\frac{ds_1}{R_1}$, получим:

$$T_{10}\,ds_2\frac{ds_1}{R_1}+T_{20}\,ds_1\frac{ds_2}{R_2}-p_н\,ds_1\,ds_2=0.$$

Разделив полученное уравнение на $ds_1\,ds_2$, будем иметь:

$$\boxed{\frac{T_{10}}{R_1}+\frac{T_{20}}{R_2}=p_н} \qquad (37)$$

2. Сумма проекций всех сил на касательную к меридиану срединной поверхности равна нулю (фиг. 237, $б$):

$$T_{10}\,ds_2-(T_{10}+dT_{10})(ds_2+\Delta ds_2)\cos d\alpha+T_{20}\,ds_1\cos\alpha\sin d\alpha+p_к\,ds_1\,ds_2=0. \qquad (38а)$$

Пренебрегая малыми высших порядков и принимая

$$\cos d\alpha\approx 1;\quad d\alpha=\frac{ds_1}{R_1},$$

а также имея в виду, что

$$dT_{10}\,ds_2+T_{10}\Delta\,ds_2=d(T_{10}\,ds_2)=d(T_{10}r)\,d\alpha=d(T_{10}r)\frac{ds_2}{r},$$

из уравнения (38а) получим:

$$-d(T_{10}r)\frac{ds_2}{r}+T_{20}\,ds_1\,d\alpha\cos\alpha+p_к\,ds_1\,ds_2=0. \qquad (38б)$$

Разделив уравнение (38б) на $\frac{ds_1\,ds_2}{r}$ и перенеся первый член в другую часть уравнения, получим:

$$\boxed{\frac{d(T_{10}r)}{ds_1}=\frac{1}{R_1}\frac{d(T_{10}r)}{d\alpha}=T_{20}\cos\alpha+p_кr} \qquad (38в)$$

или

$$\boxed{\frac{d(T_{10}r)}{dr}=T_{20}+p_вr} \qquad (38)$$

где

$$p_в=\frac{p_к}{\cos\alpha}.$$

Определим T_{20} из равенства (37)

$$T_{20}=p_нR_2-T_{10}\frac{R_2}{R_1}$$

и подставим в уравнение (38в); тогда после умножения на R_1, получим:

$$\frac{d(T_{10}r)}{d\alpha}+T_{10}R_2\cos\alpha=p_нR_1R_2\cos\alpha+p_кR_1R_2\sin\alpha.$$

Помножив обе части равенства на $\sin\alpha\,d\alpha$ и имея в виду, что

$$[d(T_{10}r)]\sin\alpha+T_{10}r\cos\alpha=d(T_{10}r\sin\alpha),$$

получим:

$$d\,(T_{10} r \sin\alpha) = (p_н \cos\alpha + p_к \sin\alpha)\, r\, ds_1 = (p_н + p_к \operatorname{tg}\alpha)\, r\, dr,$$

так как

$$R_1 \cos\alpha\, d\alpha = \cos\alpha\, ds_1 = dr.$$

Интегрируем:

$$\boxed{T_{10} = \frac{\int (p_н \cos\alpha + p_к \sin\alpha)\, r\, ds_1}{r \sin\alpha} = \frac{\int (p_н + p_к \operatorname{tg}\alpha)\, r\, dr}{r \sin\alpha} = \frac{P_\alpha}{2\pi r \sin\alpha}} \tag{39}$$

Здесь $P_\alpha = 2\pi \int (p_н + p_к \operatorname{tg}\alpha)\, r\, dr = 2\pi \int (p_н \cos\alpha + p_к \sin\alpha)\, r\, ds_1$ — проекция на ось вращения всех сил, приложенных выше широты α.

Нетрудно видеть, что при $p_н = p = \text{const}$ и $p_к = 0$ (равномерное давление газа) из формулы (39) получается:

$$T_{10} = \frac{p\frac{r^2}{2} + C}{r \sin\alpha} = p\,\frac{R_2}{2} + \frac{C}{r \sin\alpha}. \tag{40а}$$

Здесь C — постоянная интегрирования.

Для замкнутой оболочки под действием равномерного нормального давления $p = p_н = \text{const}$; $C = 0$ и получается просто

$$T_{10} = p\,\frac{R_2}{2}; \tag{40б}$$

причем, подстановка в уравнение (37) дает:

$$T_{20} = T_{10}\left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) = pR_2\left(1 - \frac{R_2}{2R_1}\right). \tag{40}$$

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся простые оболочки.

б) Цилиндрическая оболочка

В этом случае

$$\alpha = \frac{\pi}{2} = \text{const}; \quad R_1 = \infty; \quad R_2 = r = \text{const}.$$

Из формулы (37)

$$T_{20} = p_н r, \tag{41а}$$

а из формулы (39)

$$T_{10} = \int p_к r\, ds_1. \tag{41б}$$

Как видим, T_{20} зависит лишь от нормальной слагающей нагрузки, а T_{10} — только от меридиональной.

Например, для замкнутой цилиндрической оболочки под действием равномерного давления $p = p_н = \text{const}$ получим из формулы (40б)

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= p\,\frac{r}{2} \\ T_{20} &= pr \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

г) Коническая оболочка

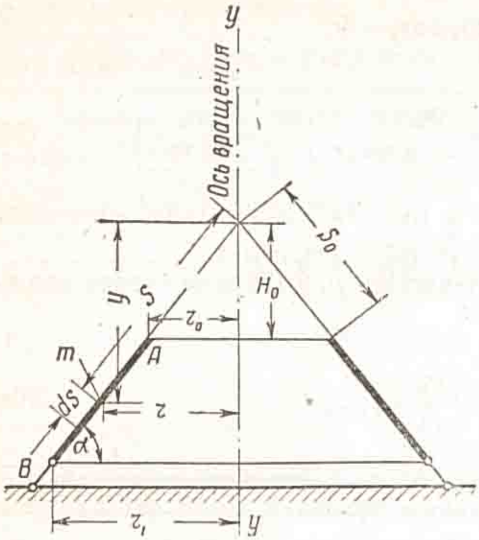
Для конической оболочки $R_1 = \infty$; $\alpha = \text{const}$, так что из формулы (37)

$$T_{20} = p_н R_2, \tag{42а}$$

а из формулы (39)

$$T_{10} = \frac{\int (p_н + r_к \operatorname{tg}\alpha)\, r\, dr}{r \sin\alpha}. \tag{42б}$$

Коническая оболочка с вершиной вверх, опертая по нижнему контуру (фиг. 238). Для наиболее часто встречающихся в практике загружений при расчете резервуаров получается следующее.



Фиг. 238. Схема конической оболочки (вершиной вверх) при опирании по большому контуру.

Нагрузка собственным весом g;

$$g=\gamma_0\delta;\quad p_н=-\gamma_0\delta\cos\alpha;$$

$$p_к=-\gamma_0\delta\sin\alpha;$$

$$\left.\begin{aligned}T_{20}&=-\gamma_0\delta R_2\cos\alpha\\ T_{10}&=-\frac{\gamma_0}{r\operatorname{tg}\alpha}\int\delta r\,dr\end{aligned}\right\}\qquad(42)$$

При постоянной толщине $\delta=$ const:

$$\left.\begin{aligned}T_{20}&=-\gamma_0\delta R_2\cos\alpha=-\gamma_0\delta r\operatorname{ctg}\alpha;\\ T_{10}&=-\gamma_0\frac{\delta}{2}\frac{(r^2-r_0^2)}{r}\operatorname{ctg}\alpha.\end{aligned}\right\}\qquad(43)$$

При толщине, изменяющейся по линейному закону $\delta=as+b$:

$$\left.\begin{aligned}T_{20}&=-\gamma_0(as+b)\,r\operatorname{ctg}\alpha\\ T_{10}&=-\frac{\gamma_0}{\sin\alpha}\left[\frac{a(r^3-r_0^3)}{3r\cos\alpha}+\frac{b(r^2-r_0^2)}{2r}\right]\end{aligned}\right\}\qquad(44)$$

Знак минус поставлен ввиду того, что T_{10} и T_{20} здесь вызывают сжатие оболочки.

Давление жидкости с объемным весом γ. Если избыточное давление в верхней точке оболочки (по фиг. 238 – точка A) равно γH_0, то давление в точке m равно $p=p_н=\gamma[H_0+(s-s_0)\sin\alpha]=$ $=\gamma[H_0+(r-r_0)\operatorname{tg}\alpha]$. Так как $p_к=0$, то

$$\left.\begin{aligned}T_{20}&=\pm\left[\gamma H_0R_2+\gamma\frac{r(r-r_0)}{\cos\alpha}\right]=\pm\gamma\left[H_0R_2+r(s-s_0)\right]\\ T_{10}&=\frac{\gamma}{r\sin\alpha}\int\limits_{r_0}^{r}\left[H_0+(r-r_0)\operatorname{tg}\alpha\right]r\,dr=\gamma\left[\frac{(H_0-r_0\operatorname{tg}\alpha)(r^2-r_0^2)}{2r\sin\alpha}+\frac{r^3-r_0^3}{3r\cos\alpha}\right]\end{aligned}\right\}\qquad(45)$$

Знак плюс соответствует давлению изнутри оболочки, знак минус — наружному давлению, если за положительные T_{10} и T_{20} считать усилия растяжения.

Равномерное давление газа ($p_н=p=$ const; $p_к=0$):

$$\left.\begin{aligned}T_{20}&=\pm p\frac{r}{\sin\alpha}\\ T_{10}&=\frac{p(r^2-r_0^2)}{2r\sin\alpha}\end{aligned}\right\}\qquad(46)$$

Для замкнутой в вершине оболочки $r_0=s_0=0$.

Если ту же оболочку опереть верхним (меньшим) краем, а нижний освободить, то у кольцевого усилия T_{20} переменится знак, а меридиональное усилие T_{10} можно вычислить с помощью выведенных формул, уменьшая T_{10} на величину опорной реакции меридионального направления.

Коническая оболочка с вершиной вниз при опирании по малому (нижнему) контуру (фиг. 239). При таком опирании в оболочке, нагруженной собственным весом или давлением жидкости, возникают усилия разных знаков:

T_{10} — одного знака,

T_{20} — противоположного.

Собственный вес оболочки. Кольцевое усилие T_{20} определится из первого уравнения (42), но должно браться с обратным знаком (растяжение).

Меридиональное усилие T_{10} также можно вычислять по формулам (42), (43) с учетом перемены пределов интегрирования.

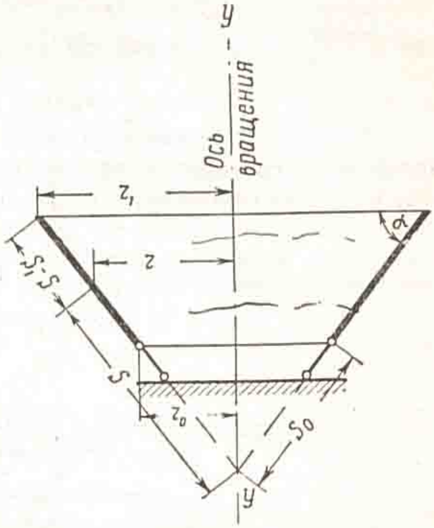
Например, при постоянной толщине оболочки $\delta = \text{const}$:

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\gamma_0 \frac{\delta}{2} \frac{r_1^2 - r^2}{r} \operatorname{ctg} \alpha; \\ T_{20} &= +\gamma_0 \delta r \operatorname{ctg} \alpha \end{aligned}\right\} \quad (47а)$$

Если толщина оболочки меняется по гиперболическому закону так, что $\delta r = \text{const}$, то

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\gamma_0 \delta r \left(\frac{r_1}{r} - 1\right) \operatorname{ctg} \alpha \\ T_{20} &= +\gamma_0 \delta r \operatorname{ctg} \alpha \end{aligned}\right\} \quad (47)$$

Если, например, задаться толщиной так, чтобы $\rho_2 = \delta^3 r = \text{const}$, т. е. $\delta = \sqrt[3]{\frac{\rho_2}{r}}$, то



Фиг. 239. Схема конической оболочки (вершиной вниз) при опирании по меньшему контуру.

$$T_{10} = \frac{\gamma_0}{r \operatorname{tg} \alpha} \int_{r_1}^{r} \delta r \, dr = -\frac{\gamma_0 \sqrt[3]{\rho_2}}{r \operatorname{tg} \alpha} \int_{r}^{r_1} r^{\frac{2}{3}} dr = -\frac{3}{5} \gamma_0 \delta \left(\sqrt[3]{\frac{r_1^5}{r^2}} - r\right) \operatorname{ctg} \alpha. \quad (48)$$

Давление жидкости с объемным весом γ. Если избыточное давление в верхней точке оболочки равно γH_1 (фиг. 240), то, учитывая, что $p_н = \gamma [H_1 + (r_1 - r) \operatorname{tg} \alpha]$; $p_к = 0$, из (42б) получим:

$$T_{10} = \frac{\gamma}{r \sin \alpha} \int_{r_1}^{r} [(H_1 + r_1 \operatorname{tg} \alpha) - r \operatorname{tg} \alpha] \, r \, dr.$$

Используя также соотношения (42а), окончательно будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} T_{20} &= \gamma r \left[\frac{H_1}{\sin \alpha} + \frac{r_1 - r}{\cos \alpha}\right] \\ T_{10} &= -\frac{\gamma}{r} \left[\left(\frac{H_1}{\sin \alpha} + \frac{r_1}{\cos \alpha}\right)\left(\frac{r_1^2 - r^2}{2}\right) - \frac{r_1^3 - r^3}{3 \cos \alpha}\right] \end{aligned}\right\} \quad (49)$$

Нетрудно видеть, что кольцевые усилия изменяются по закону квадратной параболы с наибольшей ординатой $T_{20}^{\text{макс}}$, значение которой можно найти по формуле:

$$T_{20}^{\text{макс}} = \frac{\gamma (H_1 \operatorname{ctg} \alpha + r_1)^2}{4 \cos \alpha}. \quad (49а)$$

Место $T_{20}^{\text{макс}}$ определяется расстоянием s_m от вершины конуса по образующей

$$s_m = \frac{H_1}{2 \sin \alpha} + \frac{r_1}{2 \cos \alpha}. \quad (49б)$$

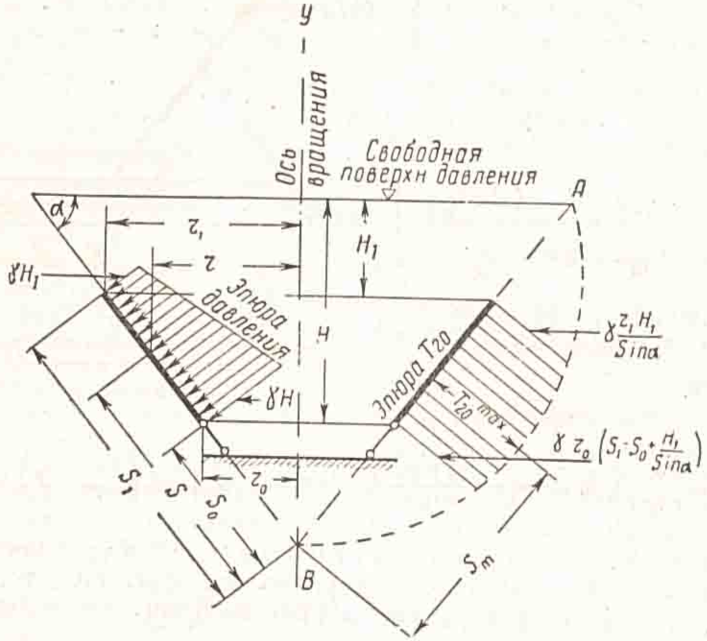
Построение эпюры T_{20} может быть осуществлено следующим образом: продолжив образующую нашего конуса до вершины его в одну сторону, и на величину $\frac{H_1}{\sin\alpha}$ — в другую, получим линию AB (фиг. 240), на которой строим параболу по уравнению:

$$T_{20} = \gamma r\left(s_1 + \frac{H_1}{\sin\alpha} - s\right) = \gamma r\left(\frac{H_1}{\sin\alpha} + \frac{r_1 - r}{\cos\alpha}\right), \tag{49в}$$

где $s = \frac{r}{\cos\alpha}$ — расстояние до рассматриваемой точки от вершины конуса;

$s_1 = \frac{r_1}{\cos\alpha}$ — то же, до верхней точки сболочки.

Пример. Определить усилия, возникающие в коническом баке, схема которого представлена на фигуре 241, при наполнении его до верха водой (расчет по безмоментной теории).



Фиг. 240. Эпюры давления и кольцевых усилий T_{20} в конической оболочке, опертой по меньшему контуру (вершиной вниз).

1) Из чертежа определяем $s_1 = \sqrt{r_1^2 + H_к^2} = 5$ м; $\cos\alpha = \frac{r_1}{s_1} = 0{,}6$; $\sin\alpha = \frac{H_к}{s_1} = 0{,}8$; $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$.

2) Так как $\gamma = 1$ т/м³; $H_1 = 0$, то из уравнения (49в) $T_{20} = (s_1 - s)r = (5 - s)r$.

Аналогично, в соответствии с уравнением (49):

$$T_{10} = -\frac{1}{r}\left[s_1\left(\frac{r_1^2}{6} - \frac{r^2}{2}\right) - \frac{sr^2}{3}\right] = -\frac{5}{6r}\left[9 - r^2\left(3 - \frac{2}{3}r\right)\right].$$

Для верхней точки $r = r_1$; $s = s_1$; $T_{20}^{в} = T_{10}^{в} = 0$.

Для нижней точки $r = r_0 = 0{,}3$ м; $s = s_0 = 0{,}5$ м;

$$T_{20}^{н} = 4{,}5 \cdot 0{,}3 = 1{,}35 \text{ т/м (растяжение)};$$

$$T_{10}^{н} = -\frac{5}{6 \cdot 0{,}3}\left[9 - 0{,}09(3 - 0{,}2)\right] = -24{,}3 \text{ т/м (сжатие)}.$$

Наибольшее кольцевое усилие находится в точке, где в соответствии с формулой (49б)

$$s_m = \frac{s_1}{2} = 2{,}5 \text{ м}; \; r_m = s_m \cos\alpha = 1{,}5 \text{ м}$$

и имеет значение, определяемое по формуле (49а):

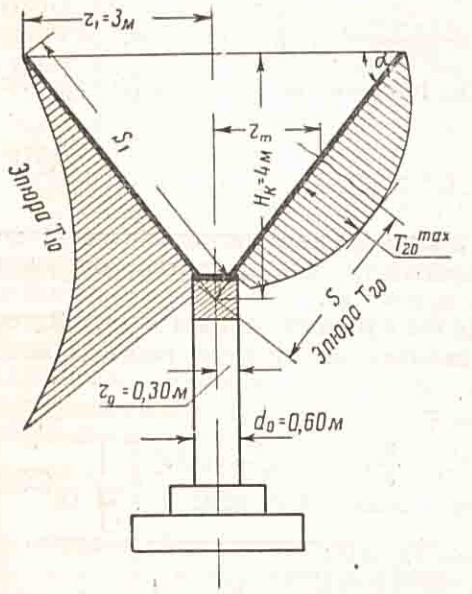
$$T_{20}^{\text{макс}} = \frac{\gamma s_1 r_1}{4} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 3}{4} = 3{,}75 \text{ т/м}.$$

Проверим влияние собственного веса. Если оболочка стальная постоянной толщины, то, исходя предварительно из использования допускаемого напряжения $[\sigma] = 1\,600$ кг/см², получим необходимую толщину листа по $T_{10}^{\text{макс}}$:

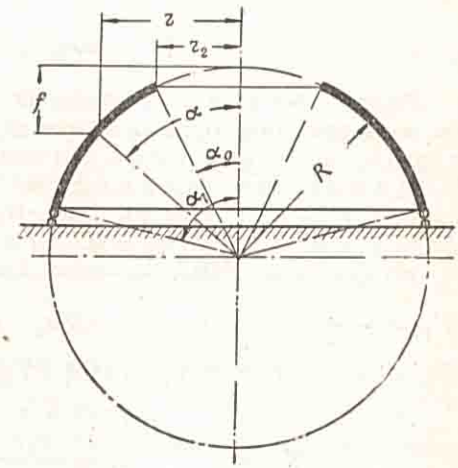
$$\delta = \frac{T_{10}^{\text{макс}}}{[\sigma]} = \frac{243{,}00}{1\,600} = 0{,}15 \text{ см} = 1{,}5 \text{ мм}.$$

Примем $\delta = 3{,}5$ мм, с прибавкой на износ и учитывая, что будет иметь место изгиб, не учтенный нами.

Меридиональное усилие увеличится от собственного веса на величину [см. формулы (47а)]



Фиг. 241. Схема конического резервуара с эпюрами меридиональных T_{10} и кольцевых T_{20} усилий, возникающих при наполнении до верха жидкостью.



Фиг. 242. Схема сферической оболочки.

$$T_{10}^{c} = -\frac{\gamma_0 \delta\,(r_1^2 - r_0^2)\,\text{ctg}\,\alpha}{2r_0} = -7{,}85\,\frac{0{,}0035}{2}\,\frac{9 - 0{,}09}{0{,}30}\,0{,}75 = -0{,}33 \text{ т/м}.$$

В месте $T_{20}^{\text{макс}}$ прибавится от собственного веса [см. формулы (47а)]:

$$T_{20}^{c} = \gamma_0 \delta r_m \,\text{ctg}\,\alpha = 7{,}85 \cdot 0{,}0035 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}75 = 0{,}03 \text{ т/м}.$$

Как видно, влияние собственного веса стального резервуара невелико и им можно пренебрегать.

г) Сферическая оболочка

В этом случае $R_1 = R_2 = R = \text{const}$ и уравнения (37) и (39) принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= \frac{R}{\sin^2\alpha}\int (p_{\text{н}}\sin\alpha\cos\alpha + p_{\text{к}}\sin^2\alpha)\,d\alpha \\ T_{20} &= p_{\text{н}}R - T_{10} \end{aligned}\right\} \qquad (50\text{а})$$

С о б с т в е н н ы й в е с с ф е р и ч е с к о й о б о л о ч к и, опертой по нижнему контуру (фиг. 242):

$$p_{\text{н}} = -\gamma_0\delta\cos\alpha; \qquad p_{\text{к}} = -\gamma_0\delta\sin\alpha;$$

усилия:

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\frac{\gamma_0 R}{\sin^2\alpha}\int\limits_{\alpha_0}^{\alpha}\delta\sin\alpha\,d\alpha \\ T_{20} &= -\gamma_0\delta R\cos\alpha - T_{10} \end{aligned}\right\} \qquad (50)$$

Формулы (50) годятся и для нижней половины сферы (оболочки, имеющие выпуклость вниз), при условии отсчета α, как показано на фигуре 242 (за положительные приняты усилия, вызывающие растяжение).

Для оболочки постоянной толщины $\delta = \text{const}$:

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= \frac{\gamma_0\delta R(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{\sin^2\alpha} \\ T_{20} &= -\gamma_0\delta R\left(\cos\alpha + \frac{\cos\alpha - \cos\alpha_0}{\sin^2\alpha}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (51)$$

Для замкнутой в вершине оболочки постоянной толщины ($\cos\alpha_0 = 1$):

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\frac{\gamma_0\delta R}{1+\cos\alpha} \\ T_{20} &= -\gamma_0\delta R\,\frac{1-\cos\alpha-\cos^2\alpha}{1+\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad (51a)$$

Расчет оболочек при опирании по верхнему контуру можно вести по тем же формулам, однако α нужно отсчитывать снизу в противоположном направлении (т. е. вместо α принимать $\alpha_1 = \pi - \alpha$).

Давление жидкости с объемным весом γ. Здесь $p_н = -\gamma[H_0 + R(1-\cos\alpha)]$, где γH_0 — избыточное давление над вершиной сферы (в точке $\alpha = 0$); $p_к = 0$.

Из формулы (50а):

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\frac{\gamma R}{2\sin^2\alpha}\left[(H_0+R)(\cos^2\alpha_0 - \cos^2\alpha) - \frac{2}{3}R(\cos^3\alpha_0 - \cos^3\alpha)\right] \\ T_{20} &= -\gamma R[H_0 + R(1-\cos\alpha)] - T_{10} \end{aligned}\right\} \qquad (52a)$$

Для оболочки, замкнутой в вершине ($\alpha_0 = 0$):

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\frac{\gamma R}{2}\left[H_0 + \frac{R(1-\cos\alpha)(1+2\cos\alpha)}{3(1+\cos\alpha)}\right] \\ T_{20} &= -\frac{\gamma R}{2}\left[H_0 + \frac{R(1-\cos\alpha)(5+4\cos\alpha)}{3(1+\cos\alpha)}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (52б)$$

Можно формулы (52б) выразить через стрелу $f = R(1-\cos\alpha)$, учтя, что $R(1+\cos\alpha) = 2R - f$, а $(1+2\cos\alpha)R = 3R - 2f$ и $R(5+4\cos\alpha) = 9R - 4f$.

$$\left.\begin{aligned} T_{10} &= -\frac{\gamma R}{2}\left[H_0 + \frac{f}{3}\,\frac{(3R-2f)}{(2R-f)}\right] \\ T_{20} &= -\frac{\gamma R}{2}\left[H_0 + \frac{f}{3}\,\frac{(9R-4f)}{(2R-f)}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

Равномерное давление газа p вызывает одинаковые усилия во всех точках сферической оболочки:

$$T_{10} = T_{20} = p\,\frac{R}{2}. \qquad (53)$$

6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИЗГИБА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК

Советские ученые сделали большой вклад в теорию изгиба оболочек. Общую теорию оболочек в настоящее время завершает известная работа профессора, доктора технических наук В. З. Власова «Общая теория оболочек» 1949, удостоенная Сталинской премии [18]. Ряд теоретических работ по осесимметричным оболочкам написал профессор И. Я. Штаерман еще в 1924—1927 гг., давший решение как изотропных, так и анизотропных осесимметричных оболочек [20].

Профессор П. Л. Пастернак одним из первых дал практически ценные приближенные решения как общей теории, так и краевой задачи осесимметричных оболочек переменной толщины. Эти решения благодаря своей простоте нашли широкое применение в практике строительных и проектных организаций.

Большой интерес для практики представляет работа профессора В. В. Новожилова, написанная им с Р. М. Финкельштейном [21]. В этой работе доказано, что гипотеза Кирхгофа, положенная в основу расчета осесимметричных оболочек, имеет погрешность порядка $\frac{\delta}{R}$, следовательно можно в получаемых уравнениях пренебрегать членами, имеющими порядок малости, равный $\frac{\delta}{R}$, в сравнении с остальными членами уравнения. Основываясь на этом выводе, профессор А. И. Лурье показал возможность упрощения решений для простейших осесимметричных оболочек [22].

Известен ряд других исследований советских авторов, как теоретических (академик А. Н. Крылов, профессора А. А. Гвоздев, А. Л. Гольденвейзер, Б. Н. Работнов и др.), так и прикладных, ценных для практического применения (Б. А. Шебуев [3], Б. Н. Жемочкин [23], А. М. Овечкин, З. Б. Канторович и др.).

Здесь мы ограничимся рассмотрением наиболее часто встречающихся при расчете резервуаров задач об изгибе осесимметричных оболочек, срединная поверхность которых представляет собой цилиндр, конус или сферу. В связи с этим приведем общее приближенное решение задачи о любой осесимметричной оболочке постоянной толщины с помощью дифференциального уравнения 2-го порядка, а также покажем пути, в направлении которых следует искать упрощения решения для осесимметричных оболочек переменной толщины.

а) Общее дифференциальное уравнение осесимметричных оболочек

Введем обозначения:

R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны срединной поверхности оболочки (соответственно по меридиану и параллели, фиг. 243);

$k_1 = \frac{1}{R_1}$; $k_2 = \frac{1}{R_2}$ — кривизны, соответствующие указанным главным радиусам;

α — полярный угол (фиг. 243);

δ — толщина оболочки;

β — угол долготы;

$T_1 = \sigma_1\delta$; $T_2 = \sigma_2\delta$ — соответственно меридиональная и кольцевая равнодействующие нормальных напряжений в оболочке;

T_{10}; T_{20} — их значения при расчете по безмоментной теории;

Q_1; Q_2 — соответственно поперечные силы в меридиональном и кольцевом направлениях;

M_1; M_2 — соответственно меридиональный и кольцевой изгибающие моменты;

ε_1; ε_2 — соответственно относительные удлинения меридиана и параллели;

ϑ — изменение полярного угла α, вследствие деформаций оболочки;

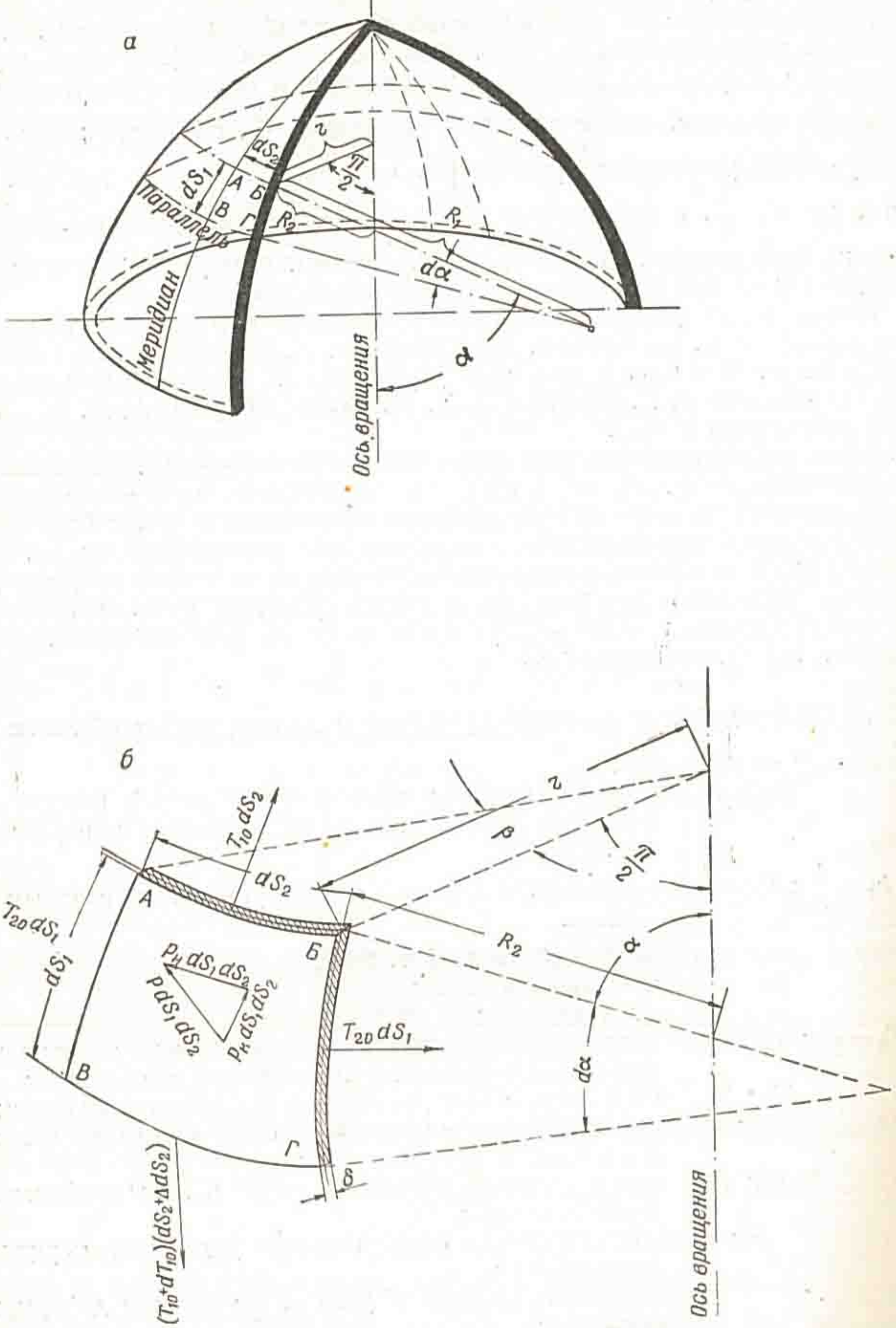
u — перемещение по касательной и меридиану;

w — перемещение по нормали к срединной поверхности;

χ_1; χ_2 — изменение кривизны k_1 и k_2 от деформаций;

ν — коэффициент Пуассона;

$()' = \frac{d()}{d\alpha}$ — производная по полярному углу;



Фиг. 243. Схемы оболочки вращения переменной толщины и ее элемента:
а) общий вид оболочки; б) элемент оболочки.

s_1 — полюсное расстояние, измеренное по меридиану;

$(\,)^{\cdot} = \frac{d(\,)}{ds_1} = \frac{(\,)'}{R_1}$ — производная по s_1 (по расстоянию вдоль меридиана);

E — модуль упругости материала оболочки;

$B = \frac{EJ}{1-\nu^2} = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость оболочки;

p — внешняя удельная нагрузка;

$p_к$; $p_н$ — ее проекция на касательную и нормаль.

Остальные обозначения на фигуре 243.

Выпишем известные из теории упругости уравнения без вывода ([10]; [23]).

Уравнения деформаций:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{u'-w}{R_1} = u^{\cdot} - \frac{w}{R_1}; \quad \chi_1 = \frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_1} = \frac{\vartheta'}{R_1} \\ \varepsilon_2 &= \frac{u \operatorname{ctg}\alpha - w}{R_2} = \frac{dr}{r}; \quad \chi_2 = \frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2} = \frac{\vartheta}{R_2}\operatorname{ctg}\alpha \\ \vartheta &= \frac{u+w'}{R_1} = \frac{u}{R_1} + w^{\cdot} \end{aligned}\right\} \tag{54а}$$

Зависимости между напряжениями и деформациями:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \sigma_1\delta = \pm\frac{E\delta}{1-\nu^2}(\varepsilon_1+\nu\varepsilon_2) \\ T_2 &= \sigma_2\delta = \pm\frac{E\delta}{1-\nu^2}(\varepsilon_2+\nu\varepsilon_1) \\ M_1 &= B(\chi_1+\nu\chi_2) = \pm B\left(\nu\frac{\vartheta}{R_2}\operatorname{ctg}\alpha + \vartheta^{\cdot}\right) = \pm B\left(\nu\frac{\vartheta}{R_2}\operatorname{ctg}\alpha + \frac{\vartheta'}{R_1}\right) \end{aligned}\right\} \tag{54б}$$

$$M_2 = B(\chi_2+\nu\chi_1) = \pm B\left(\frac{\vartheta}{R_2}\operatorname{ctg}\alpha + \nu\vartheta^{\cdot}\right) = \pm B\left(\frac{\vartheta}{R_2}\operatorname{ctg}\alpha + \frac{\nu\cdot\vartheta'}{R_1}\right). \tag{54в}$$

Уравнения равновесия:

$$(T_1R_2\sin\alpha)' - T_2R_1\cos\alpha - Q_1R_2\sin\alpha - p_кR_1R_2\sin\alpha = 0 \tag{54г}$$

или, так как $r^{\cdot} = \cos\alpha$; $r = R_2\sin\alpha$; $\frac{(\,)^{\cdot}}{R_1} = (\,)'$, то, разделив на R_1 уравнение (54г) получим:

$$(T_1r)^{\cdot} - T_2r^{\cdot} - Q_1\frac{r}{R_1} - p_кr = 0; \tag{54}$$

$$(Q_1r)^{\cdot} + T_2\sin\alpha + T_1\frac{r}{R_1} - p_нr = 0; \tag{55}$$

$$(M_1r)^{\cdot} - M_2r^{\cdot} - Q_1r^{\cdot} = 0; \tag{56}$$

или

$$(M_1R_2)' + (M_1R_2 - M_2R_1)\operatorname{ctg}\alpha = Q_1R_1R_2 = VR_1. \tag{56а}$$

Подставив из (54б) и (54в) значения M_1 и M_2 в уравнение (56а), получим после ряда преобразований основное дифференциальное уравнение задачи в виде:

$$\frac{R_2}{R_1}\vartheta'' + \left[3\frac{\delta'}{\delta}\frac{R_2}{R_1} + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)' + \frac{R_2}{R_1}\operatorname{ctg}\alpha\right]\vartheta' + \\ + \left[3\frac{\delta'}{\delta}\nu\operatorname{ctg}\alpha + \frac{R_1}{R_2}\operatorname{ctg}^2\alpha - \nu\right]\vartheta = -\frac{VR_1}{B}. \tag{57}$$

Помножив уравнение (57) на $\frac{\delta}{R_1}$ и обозначив $U = \frac{V}{\delta^2} = \frac{Q_1R_2}{\delta^2}$, получим:

$$\frac{\delta R_2}{R_1^2}\vartheta'' + \left[3\frac{\delta' R_2}{R_1^2} + \frac{\delta}{R_1}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)' + \frac{\delta R_2}{R_1^2}\operatorname{ctg}\alpha\right]\vartheta' + \\ + \left[3\nu\frac{\delta'}{R_1}\operatorname{ctg}\alpha - \nu\frac{\delta}{R_1} - \frac{\delta}{R_2}\operatorname{ctg}^2\alpha\right]\vartheta = -\frac{12(1-\nu^2)U}{E}. \tag{58а}$$

так как:

$$3\frac{\delta' R_2}{R_1^2}+\frac{\delta}{R_1}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)'+\frac{\delta R_2}{R_1^2}\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\left(\frac{\delta^3 r}{R_1}\right)'}{\delta^2 R_1\sin\alpha}=\frac{\rho_1'}{\delta^2 R_1\sin\alpha},$$

$$3\nu\frac{\delta'}{R_1}\operatorname{ctg}\alpha-\nu\frac{\delta}{R_1}=\frac{\nu}{\delta^2 R_1\sin\alpha}(3\delta^2\delta'\cos\alpha-\delta^3\sin\alpha)=\nu\frac{(\delta^3\cos\alpha)'}{\delta^2 R_1\sin\alpha};$$

$$\frac{\delta}{R_2}\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{\delta}{R_1}\frac{r'}{r}\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\delta R_2}{R_1^2}\left(\frac{r'}{r}\right)^2,$$

где

$$r'=R_1\cos\alpha;$$
$$r=R_2\sin\alpha,$$

то уравнение (58а) можно записать так:

$$\frac{\delta R_2}{R_1^2}\left\{\left[\frac{(\vartheta\rho_1)'}{\rho_1}\right]'+\left[\left(\frac{\rho_1'}{\rho_1}\right)^2-\left(\frac{r'}{r}\right)^2-\frac{\rho_1''}{\rho_1}+\nu\frac{(\delta^3\cos\alpha)'}{\rho_1}\right]\vartheta\right\}=-\frac{12(1-\nu^2)}{E}U, \qquad (58)$$

где

$$\rho_1=\frac{\delta^3 r}{R_1};$$
$$U=\frac{Q_1R_2}{\delta^2}.$$

Если ввести новую функцию $\theta=\vartheta\delta^2$, то после некоторых преобразований получаем дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{\delta R_2}{R_1^2}\left\{\left[\frac{(\theta\rho_0)'}{\rho_0}\right]'+\left[\left(\frac{\rho_0'}{\rho_0}\right)^2-\left(\frac{r'}{r}\right)^2-\frac{\rho_0''}{\rho_0}+\frac{\nu}{\rho_0}\left(\frac{\cos\alpha}{\delta}\right)'\right]\theta\right\}-$$
$$-\frac{2\theta}{R_1\sin\alpha}\left[\left(\frac{\delta' r}{R_1}\right)'-\nu(\delta\cos\alpha)'\right]=-\frac{12(1-\nu^2)}{E}V. \qquad (59)$$

Здесь

$$\rho_0=\frac{r}{\delta R_1}; \qquad V=Q_1R_2=U\delta^2.$$

Помножим уравнения (54) на $\sin\alpha$, а (55) на $\cos\alpha$ и сложим, тогда:

$$(T_1 r\sin\alpha)'+(Q_1 r\cos\alpha)'=(p_к\sin\alpha+p_н\cos\alpha)rR_1. \qquad (60а)$$

Проинтегрировав и произведя деление на $\sin\alpha$, получим:

$$T_1 r=\frac{\int(p_к\sin\alpha+p_н\cos\alpha)rR_1\,d\alpha}{\sin\alpha}-Q_1 r\operatorname{ctg}\alpha=T_{10}r-Q_1 r\operatorname{ctg}\alpha. \qquad (60б)$$

Подобным же образом получится после подстановки (60б) в (55):

$$T_2R_1=T_{20}R_1-(Q_1R_2)' \qquad (60в)$$

или

$$T_1=T_{10}-Q_1\operatorname{ctg}\alpha; \qquad (60)$$

$$T_2=T_{20}-\frac{V'}{R_1}=T_{20}-V^{\cdot}. \qquad (61)$$

Продифференцировав (61) по α и произведя некоторые преобразования, получим другое дифференциальное уравнение, имеющее одинаковый дифференциальный оператор с уравнением (59):

$$\frac{\delta R_2}{R_1^2}\left\{\left[\frac{(V\rho_0)'}{\rho_0}\right]'+\left[\left(\frac{\rho_0'}{\rho_0}\right)^2-\left(\frac{r'}{r}\right)^2-\frac{\rho_0''}{\rho_0}+\frac{\nu}{\rho_0}\left(\frac{\cos\alpha}{\delta}\right)'\right]V\right\}=E\theta+\frac{\delta}{R_1}\Phi \qquad (62а)$$

или, приняв $U=\frac{V}{\delta^2}$ и произведя преобразования будем иметь:

$$\frac{\delta R_2}{R_1^2}\left\{\left[\frac{(U\rho_1)'}{\rho_1}\right]'+\left[\left(\frac{\rho_1'}{\rho_1}\right)^2-\left(\frac{r'}{r}\right)^2-\frac{\rho_1''}{\rho_1}+\frac{\nu}{\rho_1}(\delta^3\cos\alpha)'\right]U\right\}+$$
$$+\frac{2U}{R_1\sin\alpha}\left[\left(\frac{\delta' r}{R_1}\right)'-\nu(\delta\cos\alpha)'\right]=E\vartheta+\frac{\Phi}{\delta R_1}. \qquad (62б)$$

В уравнениях (62а) и (62б)

$$\Phi=[(\nu R_2+R_1)T_{10}-(\nu R_1+R_2)T_{20}]\operatorname{ctg}\alpha-\delta\left[\frac{(T_{20}-\nu T_{10})R_2}{\delta}\right]'. \qquad (62в)$$

Если ввести новое независимое переменное s_1, так что $ds_1 = R_1 d\alpha$, то после некоторых преобразований, из уравнений (59) и (62а) можно получить следующие группы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \delta R_2 \left\{ \left[\frac{(\vartheta\rho_2)^{\cdot}}{\rho_2} \right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\rho_2^{\cdot}}{\rho_2} \right)^2 - \left(\frac{r^{\cdot}}{r} \right)^2 - \frac{\rho_2^{\cdot\cdot}}{\rho_2} + \frac{\nu}{\rho_2} (\delta^3 r^{\cdot})^{\cdot} \right] \vartheta \right\} = -\frac{12(1-\nu^2)}{E} U \\ &2)\ \delta R_2 \left\{ \left[\frac{(U\rho_2)^{\cdot}}{\rho_2} \right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\rho_2^{\cdot}}{\rho_2} \right)^2 - \left(\frac{r^{\cdot}}{r} \right)^2 - \frac{\rho_2^{\cdot\cdot}}{\rho_2} + \frac{\nu}{\rho_2} (\delta^3 r^{\cdot})^{\cdot} \right] U \right\} + \\ &\qquad\qquad + \frac{2U}{\sin\alpha} [(r\delta^{\cdot})^{\cdot} - \nu(\delta r^{\cdot})^{\cdot}] = E\vartheta + \Phi_1 \end{aligned}\right\} \quad (62)$$

где

$$\rho_2 = \delta^3 r; \qquad \Phi_1 = \frac{T_{10} - \nu T_{20}}{\delta} \operatorname{ctg}\alpha - \frac{1}{\sin\alpha} \left[\frac{(T_{20} - \nu T_{10})^{\cdot} r}{\delta} \right]^{\cdot}. \quad (62г)$$

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \delta R_2 \left\{ \left[\frac{(\theta\rho)^{\cdot}}{\rho} \right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\rho^{\cdot}}{\rho} \right)^2 - \left(\frac{r^{\cdot}}{r} \right)^2 - \frac{\rho^{\cdot\cdot}}{\rho} - \frac{\nu}{\rho} \left(\frac{r^{\cdot}}{\delta} \right)^{\cdot} \right] \theta \right\} - \\ &\qquad\qquad - \frac{2\theta}{\sin\alpha} [(r\delta^{\cdot})^{\cdot} - \nu(\delta r^{\cdot})^{\cdot}] = -\frac{12(1-\nu^2)}{E} V \\ &2)\ \delta R_2 \left\{ \left[\frac{(V\rho)^{\cdot}}{\rho} \right]^{\cdot} + \left[\left(\frac{\rho^{\cdot}}{\rho} \right)^2 - \left(\frac{r^{\cdot}}{r} \right)^2 - \frac{\rho^{\cdot\cdot}}{\rho} - \frac{\nu}{\rho} \left(\frac{r^{\cdot}}{\delta} \right)^{\cdot} \right] V \right\} = E\theta + \delta^2\Phi_1 \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

Здесь $\rho = \frac{r}{\delta}$; $\theta = \vartheta\delta^2$; $V = Q_1 R_2$.

Из уравнений (58) и (62б), (59) и (62а), а также групп уравнений (62) и (63) легко установить, что при переменной толщине оболочки решение упрощается, если принимать закон изменения толщины так, чтобы $\rho_i = \text{const}$, т. е. по одному из законов:

$$\rho_1 = \frac{\delta^3 r}{R_1} = \text{const}; \qquad \rho_0 = \frac{r}{\delta R_1} = \text{const};$$

$$\rho_2 = \delta^3 r = \text{const}; \qquad \rho = \frac{r}{\delta} = \text{const}.$$

Если взять какую-нибудь пару из числа выведенных уравнений [например, (63)], то его можно сокращенно записать в общем виде так:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \nabla\theta - \chi\theta = -\frac{A^4}{E} V \\ &2)\ \nabla V = E\theta + \delta^2\Phi_1 \end{aligned}\right\} \quad (64а)$$

где $A^4 = 12(1-\nu^2)$.

Производя операцию ∇ над первым из уравнений и подставляя значение ∇V из второго, получим:

$$\nabla(\nabla\theta - \chi\theta) + A^4\theta = -\Phi_2$$

Подобно этому

$$\nabla(\nabla V - \chi V) + A^4 V = E(\nabla\Phi_2 - \chi\Phi_2) \quad (64б)$$

Это — линейные неоднородные дифференциальные уравнения 4-го порядка, в которых

$$\Phi_2 = \frac{12(1-\nu^2)\delta^2}{E} \Phi_1.$$

Очевидно, что если $\nabla(\nabla\Phi_2 - \chi\Phi_2) = 0$, то уравнения (64б) приводятся к однородным видам

$$\left.\begin{aligned} \nabla(\nabla\theta_1 - \chi\theta_1) + A^4\theta_1 = 0 \\ \nabla(\nabla V_1 - \chi V_1) + A^4 V_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (64)$$

где

$$\theta_1 = \theta + \frac{\delta^2}{E}\Phi_1;$$

$$V_1 = V - [\nabla(\delta^2\Phi_1) - \chi\delta^2\Phi_1].$$

Уравнения (64) при $\chi=\text{const}$ распадаются каждое на два сопряженных 2-го порядка.

Таким образом, для большого числа практически важных случаев решение задачи сведено нами к интегрированию однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.

б) Оболочки постоянной толщины

При постоянной толщине ($\delta=\text{const}$) полученные выше дифференциальные уравнения упрощаются [18]. Так, например, в уравнениях (62) или (63) $\rho_i=r\delta^n$ и, следовательно, $\delta^4\rho=\rho_2=\delta^3 r$; $\delta^4\rho^{\cdot}=\rho_2^{\cdot}=\delta^3 r^{\cdot}$; $\delta^4\rho^{\cdot\cdot}=\rho_2^{\cdot\cdot}=\delta^3 r^{\cdot\cdot}$. Уравнения (62) после помножения первого уравнения на $\frac{E\delta^2}{12(1-\nu^2)}$, а второго — на δ принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} &R_2\left\{\left[\frac{(\psi r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{(1-\nu)\,r^{\cdot\cdot}}{r}\psi\right\}=-V\\ &R_2\left\{\left[\frac{(Vr)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{(1+\nu)\,r^{\cdot\cdot}}{r}V\right\}=\frac{\delta}{B}\psi+\delta\Phi_1 \end{aligned}\right\} \tag{65а}$$

где $\psi=B\vartheta$.

Если положить

$$\nabla(\,)=R_2\left\{\left[\frac{[(\,)\,r]^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{(1-\nu)\,r^{\cdot\cdot}}{r}(\,)\right\},$$

а

$$\chi=2\nu\frac{r^{\cdot\cdot}}{r},$$

где ( ) — искомая функция [т. е. $(\,)=\psi$ или $(\,)=V$], то дифференциальное уравнение исследуемой задачи можно записать так:

$$\nabla\nabla\psi+\chi\nabla\psi+\frac{E\delta}{B}\psi=-\delta\Phi_1 \tag{65б}$$

или

$$\nabla\nabla V+\chi\nabla V+V\nabla\chi+\frac{E\delta}{B}V=\delta\nabla\Phi_1, \tag{65}$$

где

$$B=\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)};$$

$$\psi=B\vartheta.$$

Например, для простейших оболочек вращения полученные уравнения принимают вид:

а) для цилиндрической оболочки $r=\text{const}$

$$\psi^{\cdot\cdot}=-Q_1;$$

$$Q_1^{\cdot\cdot}=\frac{\delta}{Br^2}\psi+\delta\Phi_1$$

или

$$\psi^{\cdot\cdot\cdot\cdot}+\frac{E\delta}{Br^2}\psi=-\frac{\delta\Phi_1}{r^2}, \tag{66а}$$

где

$$\Phi_1=\frac{r}{\delta}(T_{20}-\nu T_{10})^{\cdot};$$

б) для конической оболочки $r=s_1\cos\alpha$; $R_2=s_1\operatorname{ctg}\alpha$; $\alpha=\text{const}$

$$\left.\begin{aligned} &\nabla\psi=s_1\left[\frac{(\psi s_1)^{\cdot}}{s_1}\right]^{\cdot}=-U\operatorname{tg}\alpha \\ &\text{или} \\ &\left[\frac{(\psi s_1)^{\cdot}}{s_1}\right]^{\cdot}=-Q_1 \\ &\nabla V=s_1\left[\frac{(Vs_1)^{\cdot}}{s_1}\right]^{\cdot}=\frac{E\delta\operatorname{tg}\alpha}{B}\psi+\delta\Phi_1\operatorname{tg}\alpha \\ &\text{или} \\ &s_1\left[\frac{(Q_1s_1^2)^{\cdot}}{s_1}\right]^{\cdot}=\left[\frac{E\delta}{B}\psi+\delta\Phi_1\right]\operatorname{tg}^2\alpha \end{aligned}\right\} \tag{66б}$$

или

$$\left.\begin{aligned} &\nabla\nabla\psi+\frac{E\delta\operatorname{tg}^2\alpha}{B}\psi=-\delta\Phi_1\operatorname{tg}^2\alpha \\ &\nabla\nabla V_1+\frac{E\delta\operatorname{tg}^2\alpha}{B}V_1=\frac{\delta}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\nabla\Phi_1 \end{aligned}\right\} \tag{66в}$$

где $\nabla(\,)=s_1\left[\frac{[(\,)s_1]^{\cdot}}{s_1}\right]^{\cdot}$; $\Phi_1=\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\delta}[(T_{10}-\nu T_{20})-(T_{20}r-\nu T_{10}r)^{\cdot}]$; $V_1=Q_1s_1$;

в) для сферической оболочки $r^{\cdot\cdot}=\frac{r}{R^2}=-\frac{\sin\alpha}{R}$; $r=R\sin\alpha$; $R=\text{const}$; $\chi=\frac{2\nu}{R}=\text{const}$,

$$\left.\begin{aligned} &\left[\frac{(\psi r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{(1-\nu)r^{\cdot\cdot}}{r}\psi=-Q_1 \\ &\left[\frac{(Q_1r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{(1+\nu)r^{\cdot\cdot}}{r}Q_1=\frac{\delta}{BR^2}\psi+\frac{\delta}{R^2}\Phi_1 \end{aligned}\right\} \tag{66г}$$

г) для оболочек, у которых $R_1=\text{const}$ (например, тор), $\chi=\frac{2\nu}{R_1}=\text{const}$, действительны уравнения (66г). Если $R_1\neq\text{const}$, то уравнения (65б) и (65) при $\nabla\nabla\Phi_1=0$ не распадаются на два уравнения 2-го порядка. Однако так как $\frac{\nu}{R_1}$ мало, то можно рекомендовать следующее приближенное, общее для всех оболочек постоянной толщины уравнение (достаточное при $\nabla\nabla\Phi_1=0$):

$$\nabla\nabla(\,)_1+\frac{E\delta}{B}(\,)_1=0, \tag{66д}$$

распадающееся на два сопряженных уравнения вида

$$\nabla(\,)_1\pm i(\,)_1\sqrt{\frac{E\delta}{B}}=0, \tag{66}$$

где

$$\nabla(\,)_1=R_2\left\{\left[\frac{[(\,)_1r]^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot}-\frac{r^{\cdot\cdot}}{r}(\,)_1\right\};$$

$$(\,)_1=\psi+\frac{B}{E}\Phi_1 \quad \text{или} \quad (\,)_1=V-\nabla\Phi_1.$$

в) Цилиндрическая оболочка постоянной толщины

$\alpha=\frac{\pi}{2}$; $R_1=\infty$; $R_2=r=\text{const}$ и учитывая, что при этом $\nabla(\,)=r(\,)^{\cdot\cdot}$; $r^{\cdot\cdot}=0$, из (66д), приняв $\lambda=\frac{\sqrt{\delta r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}$; $s_1=s$, получим:

$$\frac{d^4\psi_1}{ds^4}+\frac{4}{\lambda^4}\psi_1=-\frac{\delta\Phi_1}{r^2}. \tag{67а}$$

А так как из формул (54б) (имея в виду, что $\operatorname{ctg}\alpha = 0$) $M_1 = \psi^{\bullet}$, дифференцируя (67а), получаем:

$$\frac{d^4 M_1}{ds^4} + \frac{4}{\lambda^4} M_1 = -\frac{\delta}{r^2} \frac{d\Phi_1}{ds_1}. \qquad (67б)$$

Если выбрать $M = M_1 + \frac{B}{E}\frac{d\Phi_1}{ds} = M_1 + \frac{B}{E}\Phi_1^{\bullet}$, при $\frac{d^5\Phi_1}{ds^5} = 0$, будем иметь

$$\frac{d^4 M}{ds^4} + \frac{4}{\lambda^4} M = 0. \qquad (67)$$

А так как из (62), имея в виду, что $\sin\alpha = \sin\frac{\pi}{2} = 0$:

$$\Phi_1 = \frac{r}{\delta}(T_{20}^{\bullet} - \nu T_{10}^{\bullet}),$$

то должно быть

$$\frac{\delta}{r}\frac{d^5\Phi_1}{ds^5} = \frac{d^6 T_{20}}{ds^6} - \nu\frac{d^6 T_{10}}{ds^6} = 0.$$

Следовательно, формула (67) является основным дифференциальным уравнением задачи, если

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^6 T_{10}}{ds^6} = 0 \\ \frac{d^6 T_{20}}{ds^6} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (68)$$

Уравнение (67) точно такое же, как уравнение изгиба балки на упругом основании (6). Следовательно, задача о цилиндрической оболочке постоянной толщины решается так же, как и задача о балке постоянной жесткости, лежащей на однородном упругом основании, т. е. применимы формулы от (8) до (35) при соответствующих загружениях и опорных закреплениях, однако с другой характеристикой жесткости $\lambda = \frac{\sqrt{\delta r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}$. При этом кольцевые усилия можно определять умножением упругого отпора на r, т. е. принимая $T_2 = pr$.

Для расчета длинной цилиндрической оболочки постоянной толщины можно пользоваться графиками фигур 226, 228 и 230, а также таблицами 3 или 4.

Пример. Определить усилия, возникающие в узле A железобетонного резервуара, изображенного на фигуре 244, a $\left(\text{принято } \nu = \frac{1}{6}\right)$.

Решение. 1) Характеристика верхнего участка:

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{\delta_1 r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} = \frac{\sqrt{0,12\cdot 4}}{\sqrt[4]{\frac{35}{12}}} = 0,53 \text{ м.}$$

2) То же, нижнего участка:

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{\delta_2 r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} = \frac{\sqrt{0,96}}{1,31} \cong 0,75 \text{ м.}$$

Так как

$$h_1 > 3\lambda_1, \quad h_2 > 3\lambda_2,$$

то можно воспользоваться уравнениями (9), исходя из условия, что углы поворота и смещения тонкого и толстого участков в узле A равны. Давление воды в точке A:

$$q_1 = \gamma h_1 = 4 \text{ т/м}^2.$$

Давление внизу стенки:

$$q_2 = \gamma(h_1 + h_2) = 9 \text{ т/м}^2.$$

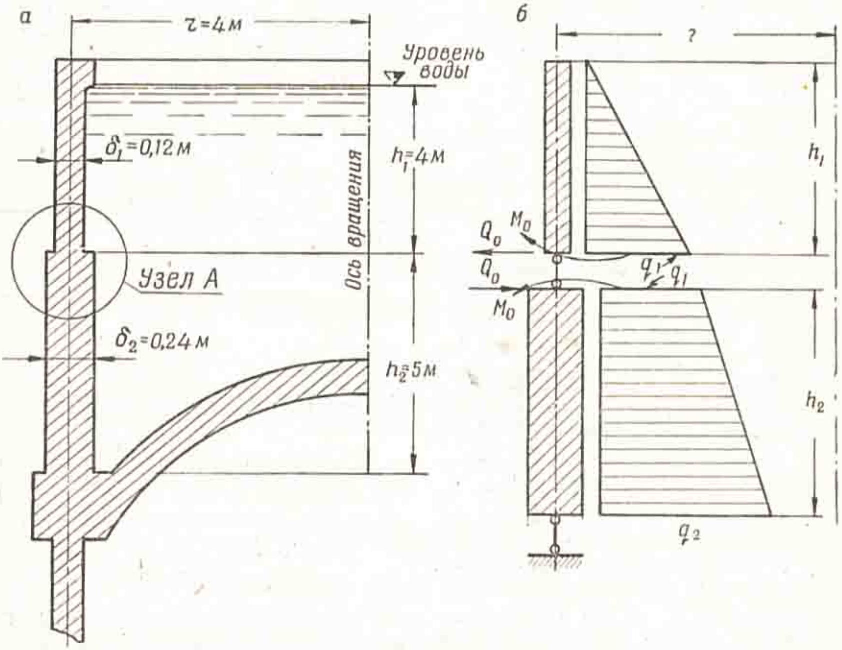
Четвертое уравнение (9) дает:

$$\frac{q_1\lambda_1^4}{4}+\frac{\lambda_1^2}{2}(M_0+Q_0\lambda_1)=\frac{\delta_1^3}{\delta_2^3}\left\{\frac{q_1\lambda_2^4}{4}+\frac{\lambda_2^2}{2}(M_0-Q_0\lambda_2)\right\}.$$

Из пятой строки уравнений (9) получим:

$$\frac{q_1\lambda_1^4}{4h_1}+Q_0\frac{\lambda_1^2}{2}+M_0\lambda_1=\frac{\delta_1^3}{\delta_2^3}\left\{\frac{\lambda_2^4(q_1-q_2)}{4h_2}-M_0\lambda_2+Q_0\frac{\lambda_2^2}{2}\right\}.$$

Перемена знаков по сравнению с уравнениями (9) произведена потому, что для нижнего участка момент вызывает отрицательное перемещение в выбранной основной системе (фиг. 244, *б*).



Фиг. 244. Схема цилиндрического резервуара (к примеру расчета): *а*—вертикальный разрез; *б*—основная система, принятая для расчета прочности резервуара.

Множитель $\frac{\delta_1^3}{\delta_2^3}$ в правой части появился потому, что значения перемещений в уравнениях (9) — не действительные, а умноженные на жесткость элемента $\left(\text{соответственно на } B_1=\frac{E\delta_1^3}{12(1-\nu^2)} \text{ в левой части и на } B_2=\frac{E\delta_2^3}{12(1-\nu^2)} \text{ — в правой}\right)$.

Чтобы привести перемещения к одной размерности (увеличенным в B_1 раз), правая часть умножена на $\frac{B_1}{B_2}=\frac{\delta_1^3}{\delta_2^3}=\frac{1}{8}$.

Решая полученные два уравнения с двумя неизвестными, получим:

$$M_0=-0{,}101 \text{ тм.}$$
$$Q_0=-0{,}05 \text{ т.}$$

г) Круговое кольцо

Мы рассмотрели решения для цилиндрической оболочки, для которой $\frac{H}{\lambda}\gg 1$. Если $\frac{H}{\lambda}<1$, то можно считать, что при перемещениях, которые могут испытывать радиальные сечения оболочки, они сами не деформируются.

Такую цилиндрическую оболочку условимся называть круговым кольцом (толщина оболочки $b_к$ по фигуре 245, *а* должна быть не более $^1/_8$ ее радиуса r).

Очевидно, что при воздействии равномерно распределенной нагрузки интенсивностью Q т/пог. м окружности кольца, полукольцо будет находиться в равновесии, если к краевым радиальным сечениям приложить силы $T = Qr$ (фиг. 245, *а*).

Под влиянием этих сил радиус кольца получит удлинение $y = \varepsilon_2 r$, где ε_2 — относительное удлинение:

$$\varepsilon_2 = \frac{2\pi (r+y) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{y}{r}.$$

В то же время по закону Гука:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma}{E} = \frac{T}{EF_к} = \frac{Qr}{EF_к},$$

где E — модуль упругости материала кольца, а $F_к = b_к h_к$.

Следовательно:

$$y = \frac{Qr^2}{EF_к}.$$

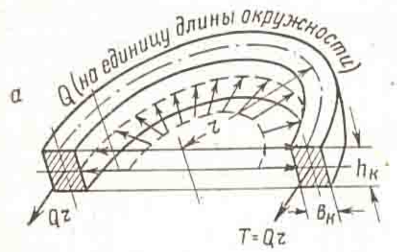
Таким образом, для кольца

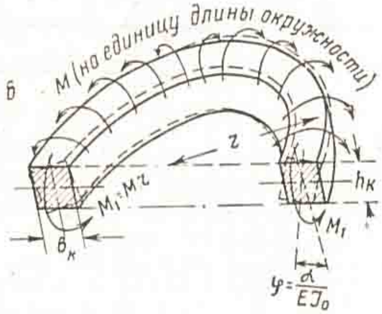
$$w = By \cong \frac{Ir^2}{F_к} Q. \qquad (69а)$$

Здесь $I = \frac{\delta^3}{12(1-\nu^2)}$;

B — жесткость элемента, к которому приводятся коэффициенты уравнений упругости;

w — увеличенное в B раз перемещение центра сечения кольца в радиальном направлении.





Фиг. 245. Схемы свободного кругового кольца:

а — при загружении центральными радиальными силами; *б* — при загружении распределенными моментами.

Рассуждая подобным же образом, можно выявить характер работы кольца при загружении его равномерно распределенными радиальными моментами интенсивностью M тм/м (фиг. 245, *б*).

Очевидно, что под влиянием такого загружения радиальные сечения кольца повернутся на один и тот же угол. Если верхние волокна кольца удлинятся, то нижние укоротятся. Центр тяжести сечения не будет перемещаться в направлении радиуса.

Кольцо работает при таком загружении на изгиб.

Зависимость между напряжениями и деформациями выражается следующими соотношениями:

$$\sigma_{макс} = \frac{Mr}{w} = \frac{Mh_к r}{2I_к}, \quad где \quad I_к = \frac{b_к h_к^3}{12(1-\nu^2)}.$$

Поворот сечения кольца:

$$\varphi = \frac{2y_{макс}}{h_к} = \varepsilon_{макс}\frac{2r}{h_к} = \frac{2\sigma_{макс} r}{Eh_к} = \frac{r^2}{EI_к} M.$$

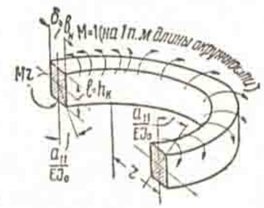
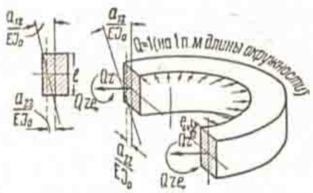
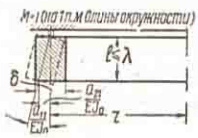
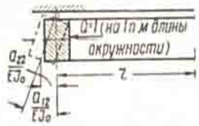
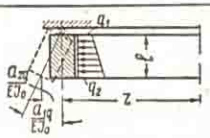
Увеличенный в $EI = B$ раз поворот радиального сечения:

$$EI\varphi = \frac{Ir^2}{I_к} M \qquad (69б)$$

(см. табл. 5, случай 1).

Перемещения кругового кольца при осесимметричном загружении

(применимо также для расчетов жесткой балки на упругом основании)

<table>
<tr><th>Характеристика элемента</th><th>Схема кругового кольца</th><th>Значения перемещений по схеме</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1. Круговое кольцо (жесткая балка на упругом основании) $l \leqslant \lambda$ при $\delta < \frac{r}{8}$
Для кольца
$\lambda \approx 0{,}76\sqrt{r\delta}$
Для жесткой балки на упругом основании
$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_г}}$
(приняв $\nu = 0$)</td><td></td><td>$a_{11} = \frac{I_0 r^2}{I_к} = \frac{Ir^2}{I_к}\frac{I_0}{I}$,
где
$I = \frac{\delta^3}{12(1-\nu^2)}$, $I_к = \frac{\delta l^3}{12}$
или
$a_{11} = \frac{\delta^2 r^2}{l^3}\frac{I_0}{I} = 3\left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 \lambda_1$
$\lambda_1 = \lambda\frac{I_0}{I}$
I_0 — момент инерции, принимаемый условно за единицу</td></tr>
<tr><td></td><td>$a_{12} = a_{11}\frac{l}{2} = \frac{3}{2}\left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 \lambda\lambda_1$
$a_{22} = a_{12}\frac{l}{2} + \frac{I_0 r^2}{F_к} = \frac{\lambda^3}{l}\lambda_1$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2. Круговое кольцо при шарнирном опирании верхнего (или нижнего) края
$\lambda \approx 0{,}76\sqrt{r\delta}$
(приняв $\nu = 0$)</td><td></td><td>$a^0_{11} = \frac{3}{4}\left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 \lambda_1$
$a^0_{21} = \frac{3}{4}\frac{\lambda^3}{l^2}\lambda_1$</td></tr>
<tr><td></td><td>$a^0_{12} = \frac{3}{4}\frac{\lambda^3}{l^2}\lambda_1$
$a^0_{22} = \frac{3}{4}\frac{\lambda^3}{l}\lambda_1$</td></tr>
<tr><td></td><td>$a^0_{1q} = \left(q_2\frac{\lambda^3}{4l} + q_1\frac{\lambda^3}{8l}\right)\lambda_1$
$a^0_{2q} = \left[q_2 + \frac{q_1}{q_2}\right)\frac{\lambda^3}{4}\lambda_1 = a_{1q}l$</td></tr>
</table>

Если на кольцо действуют распределенные радиальные силы Q, с эксцентриситетом по отношению к центру радиального сечения $e_0 = \frac{M}{N}$, то кольцо будет работать на внецентренное растяжение или на внецентренное сжатие. Действие нагрузки Q можно при расчете заменить действием силы и момента.

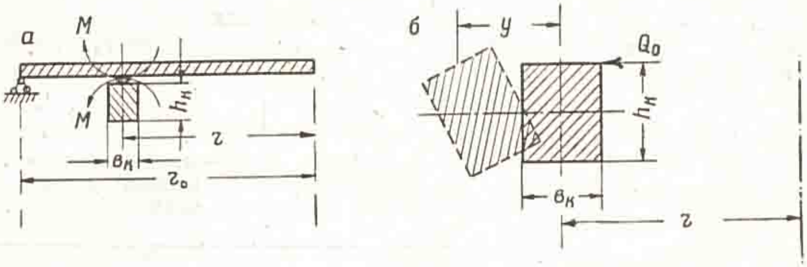
Поворот радиального сечения, увеличенный в EI раз, будет при этом

$$EI\varphi_1 = \frac{Ir^2}{I_к}Qe_0. \qquad (69в)$$

Центр тяжести радиального сечения сместится в направлении радиуса на величину, определяемую из формулы (69а).

Шарнирное опирание верхнего края кольца. При расчете перекрытий в виде круглой плиты с кольцевой балкой приходится решать задачу совместной работы кольца и плиты. Если пренебрегать растяжимостью плиты, можно считать, что верхний край кольцевой балки может только поворачиваться и перемещаться в вертикальном направлении (фиг. 246, *а*). При таких условиях за лишнее неизвестное можно принять момент в месте сопряжения балки и плиты.

Таким образом, можно сократить число неизвестных в 2 раза, если знать краевые единичные перемещения кольца при шарнирном опирании верхнего края; одновременно легко проверить влияние срезывающих сил, возникающих в кольце при совместной работе кольца с плитой.



Фиг. 246. Схемы кругового кольца:
а—при шарнирном опирании на плиту; *б*—перемещение радиального сечения кольца под воздействием Q_0 у верхней грани.

При шарнирном опирании верхнего края кольца в этом месте возникает радиальная сила Q_0 на 1 пог. м длины окружности кольца. Так как сила приложена эксцентрично относительно центра тяжести сечения кольца (фиг. 246, *б*), то, заменив ее силой Q_0, приложенной к центру кольца, и парой $M_Q = Q_0 \frac{h_к}{2}$, мы можем для радиального перемещения верхнего края при таком загружении кольца написать:

$$EIy_Q = Q_0 r^2 \frac{I}{F_к} + Q_0 \frac{h_к^2}{4} \frac{I}{I_к} r^2 = Q_0 \frac{I}{F_к} r^2 \left(1 + \frac{h_к^2 F_к}{4 I_к}\right).$$

Но так как

$$F_к = b_к h_к; \qquad I_к = \frac{b_к h_к^3}{12},$$

то

$$\frac{h_к F_к}{4 I_к} = 3.$$

Следовательно:

$$EIy_Q = 4 \frac{Ir^2}{F_к} Q_0.$$

Под воздействием момента M смещение верхнего края будет:

$$EIy_м = \frac{I}{I_к} r^2 \frac{h_к}{2} M = \frac{2}{3} \frac{M}{h_к} \frac{I}{I_к} r^2.$$

Но так как в результате действия M и Q верхний край кольца должен остаться неподвижным, то:

$$4 \frac{Ir^2}{F_к} Q_0 + M \frac{Ir^2 h_к}{I_к 2} = 0.$$

Откуда

$$Q_0 = -\frac{3 I_к M}{2 h_к}.$$

Под действием $M=1$ на шарнирно опертое кольцо на верхнем крае кольца возникает сила:

$$Q_{M=1} = -\frac{3}{2h_к}.$$

Определим теперь увеличенный в EI раз угол поворота кольца a_{11}^0 при шарнирном опирании верхнего края от $M=1$:

$$a_{11}^0 = \frac{I}{I_к} r^2 - \frac{3I}{2h_к I_к} r^2 \frac{h_к}{2} = \frac{I}{4I_к} r^2,$$

т. е.

$$a_{11}^0 = \frac{I}{I_к}\frac{r^2}{4} = \frac{I}{I_к}\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}\left(\frac{\lambda}{h_к}\right)^3 \lambda_1$$

(см. табл. 5, случай 2).

Из сравнения a_{11}^0 со значением $EI\varphi$ от $M=1$ в формуле (69б) видно, что угол поворота шарнирно опертого кольца под влиянием меридионального момента в 4 раза меньше угла поворота такого же свободного кольца от той же причины. Вместе с тем он равен углу поворота от того же момента свободного кольца такого же сечения, но в 2 раза меньшего радиуса.

Для получения увеличенного в EI раз угла поворота сечения шарнирно опертого кольца необходимо к краю кольца прикладывать момент в 4 раза больший, чем к свободному кольцу тех же размеров, так как при этом будет возникать в центре тяжести сечения кольцевая сила, которая будет удерживать край кольца от радиального перемещения.

Перемещение по радиусу $\left(\text{равное } \frac{1}{EI}\right)$ края кольца получится, если к краю приложена сила

$$Q_{y=1} = \frac{F_к}{Ir^2}.$$

Следовательно, для края кольца:

$$r_{11} = M_{y=1} = \frac{4I_к}{Ir^2};$$

$$r_{12} = M_{y=1} = Q_{\varphi=1} = \pm\frac{6I_к}{h_к Ir^2} = \pm\frac{F_к}{Ir^2}\frac{h_к}{2}$$

(знаки — верхний для верхнего края, нижний — для нижнего).

При небольших размерах кольца ($h_к \leqslant 0,5$ м) можно приближенно считать заделку в центре кольца, пренебрегая влиянием изменения $M_{\varphi=1}$ и $M_{y=1}$.

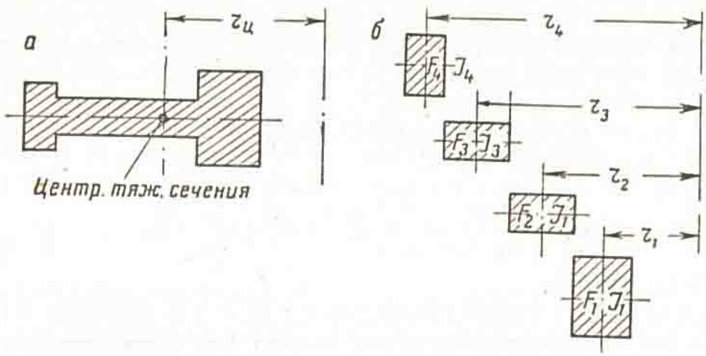
Если к центру кольца приложена внешняя сила, то для края кольца при его заделке существуют следующие соотношения:

$$Q = -T; \quad M = -\frac{Th_к}{2}.$$

Широкое кольцо произвольного сечения (фиг. 247,а). Широкое кольцо можно расчленить на ряд жестких участков и с достаточной для практики степенью точности считать, что сечение кольца поворачивается и смещается по радиусу, не деформируясь. При таком допущении легко определить момент, необходимый для поворота кольца относительно его центра тяжести на угол $EI\varphi=1$, и силу, которая сместит в направлении радиуса центр сечения на расстояние $EIy=1$.

Для определения $M_{\varphi=1}$ и $Q_{\varphi=1}$ разобьем исследуемое кольцо на несколько элементарных колец (фиг. 247,*б*).

Очевидно, если за малостью угла поворота пренебрегать уменьшением радиуса элементарных колец, разно удаленных от центра тяжести всего кольца (при отсчете вдоль радиуса), а также при условии, что центр тяжести элементарных колец лежит на одной горизонтали с центром тяжести радиального сечения всего кольца, то можно значение момента или



Фиг. 247. Круговое кольцо произвольного сечения (широкое): *а* — радиальный разрез кольца; *б* — членение сечения широкого кольца на элементы.

радиальной силы, вызывающих соответствующие перемещения, записать так:

$$M_{\varphi=1} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{I_i}{Ir_i^2};$$

$$Q_{y=1} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{Ir_i^2}; \quad Q_{\varphi=1} = 0; \quad M_{y=1} = 0.$$

Фиг. 248. Сечение цилиндрической оболочки линейно меняющейся толщины.

Здесь n — число элементарных колец, на которые разбито кольцо сложного сечения.

Соответственно перемещения центра тяжести кольца под влиянием усилий, равных единице, можно выразить так:

$$a_{11} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{I_i}{Ir_i^2}}; \qquad a_{22} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{Ir_i^2}}.$$

д) Цилиндрическая оболочка линейно меняющейся толщины

Если принять обозначения по фигуре 248, то

$$\delta = \delta_1 \frac{s}{s_0}; \quad \delta_2 = \delta_1 \left(1 + \frac{H}{s_0}\right).$$

Учитывая, что $R_2 = r = \text{const}$; $V = Qr$, получим

$$\frac{\rho^{\cdot}}{\rho} = -\frac{1}{s}; \quad \left(\frac{\rho^{\cdot}}{\rho}\right)^2 = \frac{1}{s^2}; \quad \frac{\rho^{\cdot\cdot}}{\rho} = \frac{2}{s^2}; \quad \rho = \frac{r}{\delta}.$$

Из уравнений (63) после деления на $\frac{\delta_1 r}{s_0}$ получим:

$$\left.\begin{aligned} s\left\{\left[s\left(\frac{\theta}{s}\right)^{\cdot}\right]^{\cdot} - \frac{\theta}{s^2}\right\} &= -\frac{12\,[1-\nu^2]\,s_0}{E\delta_1 r} Q \\ s\left\{\left[s\left(\frac{Q}{s}\right)^{\cdot}\right]^{\cdot} - \frac{Q}{s^2}\right\} &= \frac{Es_0}{\delta_1 r}\,\theta + \frac{\delta_1 s^2}{s_0 r}\,\Phi_1 \end{aligned}\right\} \qquad (70а)$$

Для этого случая в уравнениях (64) $\chi=0$ и

$$\nabla(\ )=s\left\{\left[s\left(\frac{(\ )}{s}\right)^{\cdot}\right]^{\cdot}-\frac{(\ )}{s^2}\right\}=s^2\left[\frac{(\ )^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot},$$

а основное уравнение (64) распадается на два сопряженных 2-го порядка вида:

$$\nabla(\ )_1\pm 2i\frac{s_0\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\delta_1 r}(\ )_1=0$$

или, после деления на s^2

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\theta_1^{\cdot}}{s}\right)^{\cdot}+\left[\frac{(\pm 1\pm i)\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{\frac{\delta_1 r}{s_0}}}\right]^2\frac{\theta_1}{s^2}=0\\ \left(\frac{Q_1^{\cdot}}{s}\right)^{\cdot}+\left[\frac{(\pm 1\pm i)\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{\frac{\delta_1 r}{s_0}}}\right]^2\frac{Q_1}{s^2}=0\end{aligned}\right\}\tag{70б}$$

Здесь обозначено:

$$\left.\begin{aligned}\theta_1&=\theta-\frac{\delta^2 r}{E}\left(\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right)^{\cdot}=\theta-\frac{\delta_1 r}{Es_0}\left[(T_{20}^{\cdot}-\nu T_{10}^{\cdot})s-(T_{20}-\nu T_{10})\right]\\ Q_1&=Q+\frac{\delta_1 r}{12s_0(1-\nu^2)}\left[\delta^2\left(\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right)^{\cdot}\right]^{\cdot\cdot}=Q+\frac{r\delta^2}{12(1-\nu^2)}(T_{20}^{\cdot\cdot\cdot}-\nu T_{10}^{\cdot\cdot\cdot})\end{aligned}\right\}\tag{70в}$$

Уравнения (70б) — уравнения Бесселя 2-го порядка при комплексном значении переменного [24]. Их интегралы:

$$\left.\begin{aligned}\theta_1&=[A'\ker_2 x+Б'\,\mathrm{kei}_2\,x+B'\,\mathrm{ber}_2\,x+Г'\,\mathrm{bei}_2\,x]s\\ Q_1&=[A\ker_2 x+Б\,\mathrm{kei}_2\,x+B\,\mathrm{ber}_2\,x+Г\,\mathrm{bei}_2\,x]s\end{aligned}\right\}\tag{70г}$$

Здесь A', $Б'$, B', $Г'$, A, $Б$, B, $Г$ — постоянные интегрирования;

$$x=2\sqrt{\frac{ss_0}{\delta_1 r}\sqrt{3(1-\nu^2)}}=\frac{2s}{\lambda},$$

$$\lambda=\frac{\sqrt{\delta r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}.$$

Нетрудно убедиться, что

$$x^{\cdot}=\frac{dx}{ds}=\frac{x}{2s}=\frac{1}{\lambda}=\frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{\delta r}}=\frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{\frac{\delta_1 rs}{s_0}}}=\frac{a}{\sqrt{s}},\tag{70д}$$

где

$$a=\sqrt{\frac{s_0}{\delta_1 r}\sqrt{3(1-\nu^2)}}.$$

Учитывая, что для цилиндрической оболочки $\operatorname{ctg}\alpha=0$, из уравнений (54б) и (54в) получаем:

$$\left.\begin{aligned}M_1&=\pm B\vartheta^{\cdot}=\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\vartheta^{\cdot}\\ M_2&=\nu M_1,\end{aligned}\right\}\tag{70е}$$

а из (55) и (56)

$$\left.\begin{aligned}Q&=M_1^{\cdot}\\ T_2&=(p_n-Q^{\cdot})r=T_{20}-rQ^{\cdot}\end{aligned}\right\}\tag{70ж}$$

Воспользуемся первым из уравнений (70г), имея в виду, что $\theta=\vartheta\delta^2$ или $\vartheta=\frac{\theta}{\delta^2}$ и учитывая (70в), будем иметь:

$$\vartheta=\frac{s_0^3}{\delta_1 s}\{C_1'\ker_2(x)+C_2'\,\mathrm{kei}_2(x)+C_3'\,\mathrm{ber}_2(x)+C_4'\,\mathrm{bei}_2(x)\}+\frac{r}{E}\left(\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right)^{\cdot}.$$

Так как $s = x^2 \frac{\delta_1 r}{4s_0 \sqrt{3(1-\nu^2)}}$, то памятуя, что функции Бесселя при дифференцировании подчиняются закону

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{I_n(x)}{x^n}\right] = -\frac{I_{n+1}(x)}{x^n},$$

из (70е) получаем:

$$M_1 = \frac{E\delta x}{24(1-\nu^2)}\{C_1' \operatorname{ker}_3 x + C_2' \operatorname{kei}_3 x + C_3' \operatorname{ber}_3 x + C_4' \operatorname{bei}_3 x\} -$$

$$-\frac{\delta_r^2}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right)^{\cdot\cdot}.$$

Пользуясь вторым уравнением (70б), из его интеграла (70г) [учитывая формулы (70в)] можно получить:

$$Q = \delta\{C_1'' \operatorname{ker}_2 x + C_2'' \operatorname{kei}_2 x + C_3'' \operatorname{ber}_2 x + C_4'' \operatorname{bei}_2 x\} - \frac{r\delta^2}{12(1-\nu^2)}\{\dddot{T}_{20} - \nu \dddot{T}_{10}\}.$$

Так как из уравнений (70ж) $Q = \dot{M}_1$, то, пользуясь зависимостью $\frac{d}{dx}[x^n I_n(x)] = x^n I_{n-1}(x)$ и сравнивая постоянные интегрирования C_i' и C_i'' (i — от одного до четырех), получим:

$$C_i' = \frac{4\delta_1 r \sqrt{3(1-\nu^2)}}{Es_0} C_i'' = \frac{12\lambda^2(1-\nu^2)}{Es} C_i''. \tag{70з}$$

Пользуясь указанным выше правилом дифференцирования цилиндрических функций, из второго уравнения (70ж) получим:

$$T_2 = T_{20} + \frac{\delta_1 r^2}{12s_0(1-\nu^2)}[\Delta(\delta^2\Phi_1)]^{\cdot} - \frac{r\delta}{\lambda}[C_1'' \operatorname{ker}_1 x + C_2'' \operatorname{kei}_1 x + C_3'' \operatorname{ber}_1 x + C_4'' \operatorname{bei}_1 x].$$

Для радиального прогиба y получим из уравнений деформаций на основании зависимостей между напряжениями и деформациями:

$$T_2 = \frac{E\delta}{1-\nu^2}\left(\frac{y}{r} + \nu \dot{u}\right);$$

$$y = \frac{1-\nu^2}{E\delta}T_2 r - \nu\dot{u} = \frac{(T_{20}-\nu T_{10})r}{E\delta} + \frac{r^2}{12(1-\nu^2)E\delta}[\Delta(\delta^2\Phi_1)]^{\cdot} - \frac{r^2(1-\nu^2)}{E\lambda} \times$$

$$\times\{C_1'' \operatorname{ker}_1 x + C_2'' \operatorname{kei}_1 x + C_3'' \operatorname{ber}_1 x + C_4'' \operatorname{bei}_1 x\}.$$

Для практических целей удобно пользоваться асимптотическим разложением цилиндрических функций, действительным при $x \gg 1$ (для практических целей достаточно, чтобы выполнялось условие $x > 3$ или $s \geqslant \sqrt{\delta r}$ на всем расчетном участке):

$$\operatorname{ber}_n x = \frac{e^{\alpha_n(x)}}{\sqrt{2\pi x}}\cos\beta_n(x); \quad \operatorname{bei}_n x = \frac{e^{\alpha_n(x)}}{\sqrt{2\pi x}}\sin\beta_n(x);$$

$$\operatorname{ker}_n x = \frac{e^{\alpha_n(-x)}}{\sqrt{\frac{2x}{\pi}}}\cos\beta_n(-x); \quad \operatorname{kei}_n x = \frac{e^{\alpha_n(-x)}}{\sqrt{\frac{2x}{\pi}}}\sin\beta_n(-x),$$

где $\alpha_n(x) = \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{(4n^2-1)}{8x\sqrt{2}} + \ldots;$

$$\beta_n(x) = \alpha_n(x) - \frac{\pi}{8}(4n+1) - \frac{4n^2-1}{4x\sqrt{2}} + \ldots.$$

Мы взяли только два первых члена асимптотических рядов $\alpha_n(x)$, что вполне достаточно для решения инженерных задач.

Воспользовавшись известной зависимостью между цилиндрическими функциями различных порядков

$$I_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} I_n(x) - I_{n-1}(x),$$

можно выразить все нужные нам величины через функции первого и нулевого порядков, для которых можно ограничиваться первым членом асимптотического разложения.

При расчете цилиндрических ($R_1=\infty$; $R_2=r$) резервуаров нагрузка изменяется не сложнее, чем по линейному закону, т. е. в уравнении (37) надо принять $p=a_1s+p_0=p_н$, что дает (с учетом влияния поперечного расширения при сжатии):

$$T_{20}-\nu T_{10}=(as+p_0)\,r$$

и, следовательно, в формулах (70в)

$$\delta^2\Phi_1=r\delta^2\left[\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right]^{\cdot}=\frac{\delta_1 r^2 p_0}{s_0}=\mathrm{const};\quad \nabla(\delta^2\Phi_1)=0;$$

$$\frac{\delta^3 r}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{T_{20}-\nu T_{10}}{\delta}\right)^{\cdot\cdot}=\frac{\delta r\delta_1 p_0}{12 s_0(1-\nu^2)},$$

где p_0 — избыточное давление в точке m по фигуре 248 или интенсивность равномерного давления на стенку.

Основные уравнения примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ y=\frac{(T_{20}-\nu T_{10})\,r}{E\delta}+\frac{r(1-\nu^2)\sqrt{2}}{E\sqrt{\delta\lambda}}\{-C_1''e^{\alpha_1(-x)}\sin\beta(x)+C_2''e^{\alpha_1(-x)}\cos\beta(x)+\\
&\quad+C_3''e^{\alpha_1(x)}\sin\beta(x)+C_4''e^{\alpha_1(x)}\cos\beta(x)\}\\
&2)\ \vartheta=y^{\cdot}=-\frac{p_0r^2}{E\delta s}-\frac{2r(1-\nu^2)}{E\sqrt{\delta\lambda^3}}\left\{C_1''\left[-e^{\alpha_1(-x)}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\sin\beta(x)+\right.\right.\\
&\quad\left.+e^{\alpha(-x)}\cos\beta(x)\right]+C_2''\left[e^{\alpha_1(-x)}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\cos\beta(x)+e^{\alpha(-x)}\sin\beta(x)\right]-\\
&\quad-C_3''\left[e^{\alpha(x)}\cos\beta(x)+e^{\alpha_1(x)}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\sin\beta(x)\right]+\\
&\quad\left.+C_4''\left[e^{\alpha_1(x)}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\cos\beta(x)-e^{\alpha(x)}\sin\beta(x)\right]\right\}\\
&3)\ M_1=\frac{p_0\delta^2 r}{12s^2(1-\nu^2)}+\sqrt{\frac{\delta\lambda^3}{2}}\left\{C_1''\left[e^{\alpha_1(x)}\left(1+\frac{4}{x^2}\right)\cos\beta(x)+\right.\right.\\
&\quad\left.+\frac{2\sqrt{2}}{x}e^{\alpha(-x)}\sin\beta(x)\right]+C_2''\left[\frac{2\sqrt{2}}{x}e^{\alpha(-x)}\cos\beta(x)+\right.\\
&\quad\left.+\left(1+\frac{4}{x^2}\right)e^{\alpha_1(-x)}\sin\beta(x)\right]+C_3''\left[e^{\alpha(x)}\left(1-\frac{4}{x^2}\right)\cos\beta(x)-\right.\\
&\quad\left.\left.-\frac{2\sqrt{2}}{x}e^{\alpha(x)}\sin\beta(x)\right]-C_4''\left[e^{\alpha_1(x)}\left(1-\frac{4}{x^2}\right)\sin\beta(x)+\frac{2\sqrt{2}}{x}e^{\alpha(x)}\cos\beta(x)\right]\right\}\\
&4)\ Q=\sqrt{\delta\lambda}\left\{-C_1''\left[e^{\alpha_1(-x)}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\sin\beta(x)+e^{\alpha(-x)}\cos\beta(x)\right]+\right.\\
&\quad+C_2''\left[\left(1+\frac{\sqrt{2}}{x}\right)e^{\alpha_1(-x)}\cos\beta(x)-e^{\alpha(-x)}\sin\beta(x)\right]+C_3''\left[e^{\alpha(x)}\cos\beta(x)-\right.\\
&\quad\left.-e^{\alpha_1(x)}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\sin\beta(x)\right]+C_4''\left[e^{\alpha_1(x)}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{x}\right)\cos\beta(x)+\right.\\
&\quad\left.\left.+e^{\alpha(x)}\sin\beta(x)\right]\right\}\\
&5)\ T_2=T_{20}-\nu T_{10}+r\sqrt{\frac{2\delta}{\lambda}}\{-C_1''e^{\alpha(-x)}\sin\beta(x)+C_2''e^{\alpha(-x)}\cos\beta(x)+\\
&\quad+C_3''e^{\alpha(x)}\sin\beta(x)+C_4''e^{\alpha(x)}\cos\beta(x)\}
\end{aligned}\right\}(70)$$

Здесь $$\alpha(x)=\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{1}{8x\sqrt{2}}+\ldots;$$

$$\alpha_1(x)=\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{3}{8x\sqrt{2}}+\ldots;\quad \beta(x)=\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{8x\sqrt{2}}+\ldots;$$

остальные обозначения приняты по фигуре 248.

В длинной цилиндрической оболочке линейно меняющейся толщины при $H>3\lambda$, аналогично решению для оболочки постоянной толщины можно пренебречь влиянием усилий, приложенных к одному краю на другой конец оболочки. Задача может быть решена наложением двух эпюр, получаемых из приведенных уравнений (70). Начало координат удобнее перенести на край стенки. Если воспользоваться только первым членом асимптотического разложения, то можно получить, пренебрегая членами, имеющими порядок $\frac{\delta}{r}$ и $\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}$:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad w=B_0y=\frac{(T_{20}-\nu T_{10})rI_0}{\delta(1-\nu^2)}+\frac{I_0r^2\sqrt{2}}{\sqrt{\delta\lambda}}\left[C_2e^{-\varphi}\cos\varphi-C_1e^{-\varphi}\sin\varphi\right]\\
&2)\quad w^{\cdot}=B_0\vartheta=-\frac{p_0r^2I_0}{\delta s(1-\nu^2)}-\frac{I_0r^2}{\sqrt{\delta\lambda^3}}\left[(C_1+C_2)e^{-\varphi}\cos\varphi-(C_1-C_2)e^{-\varphi}\sin\varphi\right]\\
&3)\quad M_1=\frac{p_0\delta_1^2r}{12s_0^2(1-\nu^2)}+\sqrt{2\delta\lambda^3}\left[C_1e^{-\varphi}\cos\varphi+C_2e^{-\varphi}\sin\varphi\right]\\
&4)\quad Q=\sqrt{\delta\lambda}\left[(C_2-C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi-(C_2+C_1)e^{-\varphi}\sin\varphi\right]\\
&5)\quad T_2=T_{20}-\nu T_{10}+r\sqrt{\frac{2\delta}{\lambda}}\left[C_2e^{-\varphi}\cos\varphi-C_1e^{-\varphi}\sin\varphi\right]
\end{aligned}\right\}\quad(71а)$$

Здесь δ — толщина стенки в рассматриваемой точке;

B_0 — цилиндрическая жесткость, принимаемая при расчетах за единицу:

$$\lambda=\frac{\sqrt{\delta r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}};\quad p_0r=(T_{20}-\nu T_{10})-s(T_{20}-\nu T_{10})^{\cdot}.$$

Значения φ следует принимать (обозначения по фиг. 248):

при отсчете от тонкого края $\varphi=\frac{z\sqrt{2}}{\lambda}$;

при отсчете от толстого края $\varphi=\frac{z_1\sqrt{2}}{\lambda}$,

где $z=s-s_0$; $z_1=s_0+H-s$;

при этом очевидно $\varphi^{\cdot}=\frac{1}{\lambda\sqrt{2}}$.

Уравнения (71а) удобны для практического пользования тем, что они позволяют рассчитать оболочку на изгиб, пользуясь таблицами для расчета балки на упругом основании и цилиндрической оболочки постоянной толщины [см. уравнения (7)], причем значения единичных перемещений и усилий точно совпадают с решениями (10), (11), (12) и др. Изменяются только перемещения края от нагрузки.

Основная гипотеза Кирхгофа, которая положена в основу расчета изгиба осесимметричных оболочек, дает погрешность порядка $\frac{\delta}{R}$ [21], т. е. для цилиндрической оболочки — порядка $\frac{\delta}{r}$. При выводе уравнений (71а) пренебрегалось членами, имеющими порядок $\frac{\delta}{r}$ и $\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}$, по сравнению с теми, которые были сохранены. Следовательно, погрешность, даваемая этими уравнениями, будет иметь порядок $\frac{\delta}{r}$, если $\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}\leqslant\frac{\delta}{r}$, т. е.

$$s\geqslant\sqrt{\frac{r^3}{2\delta\sqrt{3(1-\nu^2)}}}.\qquad(71б)$$

Если пренебрегать членами, имеющими порядок $\frac{\delta}{r}$ и членами в круглых скобках порядка $\frac{\lambda^2}{s^2}$, то уравнения примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad w=\frac{(T_{20}-\nu T_{10})rI_0}{\delta(1-\nu^2)}+\frac{I_0r^2\sqrt{2}}{\sqrt{\delta\lambda}}\left[C_2e^{-\varphi}\cos\varphi-C_1e^{-\varphi}\sin\varphi\right]\\
&2)\ w^{\cdot}=-\frac{p_0r^2I_0}{\delta s(1-\nu^2)}-\frac{I_0r^2}{\sqrt{\delta\lambda^3}}\left\{C_2e^{-\varphi}\left[\left(1\pm\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}\right)\cos\varphi+\sin\varphi\right]-\right.\\
&\qquad\left.-C_1e^{-\varphi}\left[\left(1\pm\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}\right)\sin\varphi-\cos\varphi\right]\right\}\\
&3)\ M_1=\frac{p_0\delta_1^2r}{12s_0^2(1-\nu^2)}+\sqrt{2\delta\lambda^3}\left\{C_1e^{-\varphi}\left[\cos\varphi\pm\frac{\lambda\sqrt{2}}{s}\sin\varphi\right]+\right.\\
&\qquad\left.+C_2e^{-\varphi}\left[\sin\varphi\pm\frac{\lambda\sqrt{2}}{s}\cos\varphi\right]\right\}\\
&4)\quad Q=\sqrt{\delta\lambda}\left\{C_2e^{-\varphi}\left[\cos\varphi-\left(1\pm\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}\right)\sin\varphi\right]-\right.\\
&\qquad\left.-C_1e^{-\varphi}\left[\left(1\pm\frac{\lambda}{s\sqrt{2}}\right)\cos\varphi+\sin\varphi\right]\right\}\\
&5)\quad T_2=T_{20}-\nu T_{10}-r\sqrt{\frac{2\delta}{\lambda}}\left[C_1e^{-\varphi}\sin\varphi-C_2e^{-\varphi}\cos\varphi\right]
\end{aligned}\right\}\qquad(71)$$

Условие сохранения погрешности в пределах порядка $\frac{\delta}{r}$ примет вид:

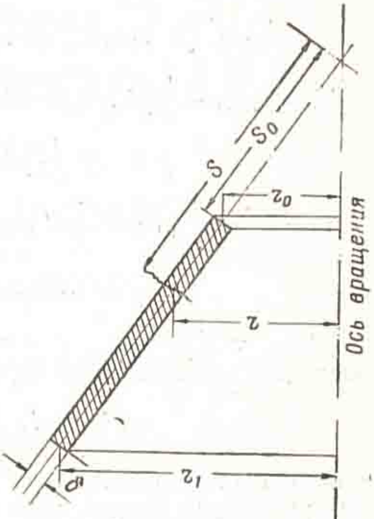
$$s\geqslant\frac{r}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\approx(0{,}58\div0{,}63)\,r.$$

Верхние знаки в скобках соответствуют отсчету от тонкого края (фиг. 248), нижние знаки принимать, когда начало координат лежит на толстом крае оболочки.

е) Коническая оболочка постоянной толщины

Уравнение (66) для конической оболочки принимает вид (фиг. 249):

$$\left[\frac{P^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot}+\frac{(1\pm i)\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\delta\operatorname{ctg}\alpha}\frac{P}{s^2}=0;\qquad(72\text{а})$$



Фиг. 249. Сечение конической оболочки постоянной толщины.

где $P=(\ )_1s$; $(\ )_1$ — искомая функция, которую следует принимать $(\ )_1=\psi+\frac{B}{E}\Phi_1$, или $(\ )_1=V-\nabla\Phi_1$. При этом $\psi=B\vartheta$; $V=QR_2=\frac{Qr}{\sin\alpha}$ и должно соблюдаться условие, чтобы

$$\nabla\nabla\Phi_1=0,$$

где $\nabla\Phi_1=\left[\frac{(\Phi_1s)^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot}$.

Уравнение (72а) — уравнение Бесселя 2-го порядка. Его интеграл:

$$P=s\left[A\operatorname{ker}_2x+Б\operatorname{kei}_2x+B\operatorname{ber}_2x+Г\operatorname{bei}_2x\right];\qquad(72б)$$

$$x=2\sqrt{\frac{s\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\delta\operatorname{ctg}\alpha}}=\frac{2s}{\lambda};\quad\lambda=\frac{\sqrt{\delta R_2}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}};\quad R_2=\frac{r}{\sin\alpha}=s\operatorname{ctg}\alpha;\quad x^{\cdot}=\frac{1}{\lambda}.$$

Так как по уравнениям (54б) и (54в)

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \pm\left(\psi^{\boldsymbol{\cdot}} + \nu\frac{\psi}{s}\right) \\ M_2 &= \pm\left(\frac{\psi}{s} + \nu\psi^{\boldsymbol{\cdot}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{72в}$$

то из (56), (55) и (54) получаем:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{(M_1 s)^{\boldsymbol{\cdot}}}{s} - \frac{M_2}{s} \\ T_2 &= p_н R_2 - (QR_2)^{\boldsymbol{\cdot}} \\ (T_1 s)^{\boldsymbol{\cdot}} &= T_2 + p_к \cdot s \end{aligned}\right| \tag{72г}$$

Из (72а) имеем:

$$\psi = [A' \operatorname{ker}_2 x + Б' \operatorname{kei}_2 x + B' \operatorname{ber}_2 x + Г' \operatorname{bei}_2 x] - \frac{B}{E}\Phi_1;$$

$$Q = \frac{1}{R_2}[A \operatorname{ker}_2 x + Б \operatorname{kei}_2 x + B \operatorname{ber}_2 x + Г \operatorname{bei}_2 x] + \frac{\nabla\Phi_1}{R_2}.$$

Воспользовавшись подобно решению для цилиндрической оболочки линейно меняющейся толщины правилом дифференцирования цилиндрических функций, можно получить:

$$M_1 = \frac{1}{\lambda}[A' \operatorname{ker}_1 x + Б' \operatorname{kei}_1 x + B' \operatorname{ber}_1 x + Г' \operatorname{bei}_1 x] -$$

$$- \frac{(1-\nu)}{s}[A' \operatorname{ker}_2 x + Б' \operatorname{kei}_2 x + B' \operatorname{ber}_2 x + Г' \operatorname{bei}_2 x] + \frac{B}{E}\left(\Phi_1^{\boldsymbol{\cdot}} + \nu\frac{\Phi_1}{s}\right);$$

$$T_2 = p_н R_2 - \frac{1}{\lambda}[A \operatorname{ker}_1 x + Б \operatorname{kei}_1 x + B \operatorname{ber}_1 x + Г \operatorname{bei}_1 x] +$$

$$+ \frac{1}{2s}[A \operatorname{ker}_2 x + Б \operatorname{kei}_2 x + B \operatorname{ber}_2 x + Г \operatorname{bei}_2 x] - (\nabla\Phi_1)^{\boldsymbol{\cdot}};$$

$$w = By = \int \psi\, ds = \lambda[A' \operatorname{ker}_1 x + Б' \operatorname{kei}_1 x + B' \operatorname{ber}_1 x + Г' \operatorname{bei}_1 x] +$$

$$+ \frac{2\lambda}{x}[A' \operatorname{ker}_0 x + Б' \operatorname{kei}_0 x + B' \operatorname{ber}_0 x + Г' \operatorname{bei}_0 x] - \frac{B}{E}\int \Phi_1\, ds.$$

Воспользовавшись известным рекуррентным соотношением между тремя последовательными цилиндрическими функциями

$$I_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} I_n(x) - I_{n-1}(x)$$

и имея в виду, что $A' = A\lambda^2 \operatorname{tg}\alpha$ [на основании (64) и (72б)], можно основные уравнения задачи изгиба конической оболочки постоянной толщины записать в таком виде:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad w = \frac{\lambda^3 \operatorname{tg}\alpha}{2\sqrt{2}}[A \operatorname{ker}_1 x + Б \operatorname{kei}_1 x + B \operatorname{ber}_1 x + Г \operatorname{bei}_1 x] + \\
&\quad + \frac{\lambda^4}{2R_2\sqrt{2}}[A \operatorname{ker}_0 x + Б \operatorname{kei}_0 x + B \operatorname{ber}_0 x + Г \operatorname{bei}_0 x] - \frac{B}{E}\int \Phi_1\, ds \\
&2)\quad \psi = \frac{\lambda R_2}{2}[A \operatorname{ker}_1 x + Б \operatorname{kei}_1 x + B \operatorname{ber}_1 x + Г \operatorname{bei}_1 x] - \\
&\quad - \frac{\lambda^2 \operatorname{tg}\alpha}{2}[A \operatorname{ker}_0 x + Б \operatorname{kei}_0 x + B \operatorname{ber}_0 x + Г \operatorname{bei}_0 x] - \frac{B}{E}\Phi_1 \\
&3)\quad M_1 = \left(\frac{\lambda \operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{2}}\right)\left(1 - \frac{4}{x^2}\right)[A \operatorname{ker}_1 x + Б \operatorname{kei}_1 x + B \operatorname{ber}_1 x + Г \operatorname{bei}_1 x] + \\
&\quad + \frac{(1-\nu)\lambda^2}{R_2\sqrt{2}}[A \operatorname{ker}_0 x + Б \operatorname{kei}_0 x + B \operatorname{ber}_0 x + Г \operatorname{bei}_0 x] + \frac{B}{E}\left(\Phi_1^{\boldsymbol{\cdot}} + \nu\frac{\Phi_1}{s}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{72}$$

$$
\left.\begin{aligned}
&4)\ M_2=\frac{\nu\lambda\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{4}{x^2}\right)[A\,\mathrm{ker}_1 x+\ldots]-\frac{(1-\nu)\,\lambda^2}{R_2\sqrt{2}}[A\,\mathrm{ker}_0 x+\ldots]+\\
&\qquad\qquad+\frac{B}{E}\left(\frac{\Phi_1}{s}+\nu\Phi_1^{\cdot}\right)\\
&5)\ Q=\frac{\sqrt{2}}{xR_2}[A\,\mathrm{ker}_1 x+Б\,\mathrm{kei}_1 x+B\,\mathrm{ber}_1' x+Г\,\mathrm{bei}_1 x]-\\
&\qquad-\frac{1}{R_2}[A\,\mathrm{ker}_0 x+Б\,\mathrm{kei}_0 x+B\,\mathrm{ber}_0 x+Г\,\mathrm{bei}_0 x]+\frac{B}{ER_2}\nabla\Phi_1\\
&6)\ T_2=p_{\text{н}}R_2-\frac{\left(\sqrt{2}-\frac{2}{x}\right)}{\lambda}[A\,\mathrm{ker}_1 x+\ldots]-\\
&\qquad-\frac{\sqrt{2}}{2s}[A\,\mathrm{ker}_0 x+\ldots]-(\nabla\Phi_1)^{\cdot}
\end{aligned}\right\}\quad(72)
$$

Уравнения (72) удовлетворяются, если

$$
\nabla\nabla\Phi_1=\nabla\Phi_2=0, \tag{73а}
$$

где $\nabla\Phi_1=s\left[\frac{(\Phi_1 s)^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot}=\Phi_2;\quad \Phi_1=\frac{T_{10}-\nu T_{20}}{\delta\,\mathrm{tg}\,\alpha}-\frac{[(T_{20}-\nu T_{10})\,r]^{\cdot}}{\delta\sin\alpha}$.

Дифференциальное уравнение (73а) легко интегрируется. Так как $\left[\frac{(\Phi_2 s)^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot}=0$, то

$$
(\Phi_2 s)^{\cdot}=C_1 s
$$

или

$$
d\,(\Phi_2 s)=C_1 s\,ds.
$$

Интегрируем:

$$
\Phi_2=s\left[\frac{(\Phi_1 s)^{\cdot}}{s}\right]^{\cdot}=\frac{C_1 s}{2}+\frac{C_2}{s};\quad d\left[\frac{(\Phi_1 s)^{\cdot}}{s}\right]=\left(\frac{C_1}{2}+\frac{C_2}{s^2}\right)ds.
$$

Интегрируем вторично и множим на s обе части:

$$
(\Phi_1 s)^{\cdot}=\frac{C_1 s^2}{2}-C_2+C_3 s;\quad d\,(\Phi_1 s)=\left(\frac{C_1 s^2}{2}-C_2+C_3 s\right)ds.
$$

Теперь, после интегрирования и деления на s, получаем:

$$
\Phi_1=\frac{T_{10}-\nu T_{20}}{\delta\,\mathrm{tg}\,\alpha}-\frac{[(T_{20}-\nu T_{10})\,r]^{\cdot}}{\delta\sin\alpha}=\frac{C_1}{6}s^2-C_2+\frac{C_3}{2}s+\frac{C_4}{s}
$$

или

$$
\left(T_{10}-\nu\frac{d\,(T_{10}r)}{dr}\right)-\left(\frac{d\,(T_{20}r)}{dr}-\nu T_{20}\right)=Ar^2+Бr+B+\frac{Г}{r}. \tag{73б}
$$

Так как по (38)

$$
\frac{d\,(T_{10}r)}{dr}=T_{20}+p_k s,
$$

то из предыдущего получается

$$
\Phi_1\delta\,\mathrm{tg}\,\alpha=T_{10}-\frac{d\,(T_{20}r)}{dr}-\nu p_k s=Ar^2+Бr+B+\frac{Г}{r}. \tag{73}
$$

Для замкнутых оболочек в уравнениях (72) $A=Б=0$. Для длинных незамкнутых оболочек эти уравнения распадаются подобно тому, как это было в балке на упругом основании и цилиндрических оболочках. На участках, где $x\gg 1$, можно воспользоваться асимптотическим разложением цилиндрических функций. Тогда, подобно цилиндрической оболочке линейно переменной толщины [см. уравнения (70) и (71)], при соблюдении условия (73) и сохранении одного первого члена асимптотического разложения $\left(\text{мы пренебрегаем членами, имеющими порядок } \frac{\delta}{R_2} \text{ и } \frac{\lambda}{s\sqrt{2}} \text{ по сравнению с остающимися членами}\right)$ получаем после переноса начала координат на край оболочки:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad w = \frac{\lambda^4}{4R_2\sqrt{R_2}}\left[C_2 e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1 e^{-\varphi}\sin\varphi\right] - \frac{B}{E}\int \Phi_1\, ds\\
&2)\quad \psi = \frac{\lambda^3}{4R_2\sqrt{2R_2}}\left[(C_1 - C_2)\, e^{-\varphi}\sin\varphi - (C_1 + C_2)\, e^{-\varphi}\cos\varphi\right] - \frac{B}{E}\Phi_1\\
&3)\quad M_1 = \frac{(1-\nu)\lambda^2}{2R_2\sqrt{2R_2}}\left[C_1 e^{-\varphi}\cos\varphi + C_2 e^{-\varphi}\sin\varphi\right] + \frac{B}{E}\left(\Phi_1^{\cdot} + \nu\frac{\Phi_1}{s}\right)\\
&4)\quad M_2 = \nu M_1 + (1-\nu^2)\frac{\psi}{s}\\
&5)\quad Q = \frac{(1-\nu)\lambda}{2sR_2\sqrt{R_2}}\left[(C_2 - C_1)\, e^{-\varphi}\cos\varphi - (C_2 + C_1)\, e^{-\varphi}\sin\varphi\right] + \frac{B}{ER_2}\nabla\Phi_1\\
&6)\quad T_2 = p_{н}R_2 - \frac{B}{E}(\nabla\Phi_1)^{\cdot} - \frac{1}{2s\sqrt{R_2}}\left[C_2 e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1 e^{-\varphi}\sin\varphi\right]
\end{aligned}\right\} \quad (74)$$

Чтобы погрешность не превышала порядка $\frac{\delta}{R_2}$, должно выполняться условие:

$$\operatorname{ctg}\alpha \leqslant \sqrt{\frac{2\delta\sqrt{3(1-\nu^2)}}{R_2}} \approx 1{,}9\sqrt{\frac{\delta}{R_2}}$$

или

$$\operatorname{ctg}\alpha \leqslant \sqrt[3]{\frac{2\delta\sqrt{3(1-\nu^2)}}{s}}\,.$$

Следовательно, если поставить требование, чтобы погрешность не превышала порядка $\frac{\delta}{R_2}$, нужно иметь:

$$\frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{\lambda}{s\sqrt{2}} \leqslant \frac{\delta}{R_2};\quad \sqrt{\frac{\delta\operatorname{ctg}\alpha}{2s\sqrt{3(1-\nu^2)}}} \leqslant \frac{\delta}{R_2}\,.$$

Это приводит к условию:

$$\operatorname{ctg}\alpha \leqslant \sqrt{\frac{2\delta\sqrt{3(1-\nu^2)}}{R_2}} = \sqrt[3]{\frac{2\delta\sqrt{3(1-\nu^2)}}{s}}\,. \qquad (75а)$$

При допущении погрешности порядка $\sqrt{\frac{\delta}{R_2}}$ получаем

$$\operatorname{ctg}\alpha \leqslant \sqrt{2\sqrt{3(1-\nu^2)}}\,, \qquad (75б)$$

чему соответствует требование (при ν = от 0 до 1/3):

$$\alpha \geqslant 28-29^\circ. \qquad (75в)$$

Неравенства (75б) и (75в) показывают, что решение в форме (71а) годится лишь для крутых конических оболочек.

При расчете пологих оболочек нужно пользоваться более точным решением в форме (72). Это для практики представляет обычно большие трудности, вследствие отсутствия таблиц, удобных для пользования, и затруднений, связанных с определением краевых сил и перемещений. Поэтому можно рекомендовать вести расчет всех пологих оболочек, пользуясь общим приближенным решением, основанным на вписывании в пологую оболочку части сферической оболочки постоянной толщины.

Из рассмотрения уравнения (74) видно, что единичные краевые перемещения и силы можно вычислять, как для цилиндрической оболочки. Перемещения же краев конической оболочки от нагрузки должны вычисляться по уравнениям (74).

ж) Сферическая оболочка постоянной толщины

В сферической оболочке $R_2 = R_1 = R = \text{const}$. При $\delta = \text{const}$, учитывая, что $\frac{r^{\bullet\bullet}}{r} = -\frac{1}{R^2}$ и $\chi = \frac{2\nu}{R}$ малы, можно уравнения (66б) записать в виде:

$$\left.\begin{aligned} \left[\frac{(\psi r)^{\bullet}}{r}\right]^{\bullet} + \frac{\psi}{R^2} &= -Q \\ \left[\frac{(Qr)^{\bullet}}{r}\right]^{\bullet} + \frac{Q}{R^2} &= \frac{\delta E}{BR^2}\psi + \frac{\delta}{R^2}\Phi_1 \end{aligned}\right\} \tag{76а}$$

где $\psi = B\vartheta$.

Так как $(\;\;)' = \frac{d(\;\;)}{d\alpha}$; $(\;\;)^{\bullet} = \frac{d(\;\;)}{ds}$; $\frac{r^{\bullet}}{r} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{R}$, то из формулы (62г) получается:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 &= \left(\frac{T_{10} - \nu T_{20}}{\delta}\right)\operatorname{ctg}\alpha - \frac{1}{\sin\alpha}\left[\frac{(T_{20} - \nu T_{10})\sin\alpha}{\delta}\right]' = \\ &= \left(\frac{T_{10} - \nu T_{20}}{\delta}\right)\frac{r'}{r} - \frac{1}{r}\left[\frac{(T_{20} - \nu T_{10})\,r}{\delta}\right]' \end{aligned}\right\} \tag{76б}$$

Во всех случаях, когда $\nabla\nabla\Phi_1 = 0$ $\left(\text{если пренебречь единицей по сравнению с } \frac{R}{\delta}\right)$, задача сводится к решению дифференциального уравнения:

$$\left\{\frac{[(\;\;)_1 r]^{\bullet}}{r}\right\}^{\bullet} \pm \left[\frac{2i}{\delta R}\sqrt{3(1-\nu^2)}\right](\;\;)_1 = 0,$$

где $(\;\;)_1 = \psi + \frac{B}{E}\Phi_1$ или $(\;\;)_1 = Q - \frac{\nabla\Phi_1}{R}$, где $\nabla\Phi_1 = \left[\frac{(\Phi_1 r)^{\bullet}}{r}\right]^{\bullet}$.

Если принять за независимое переменное полярный угол α, то легко получить:

$$\left\{\frac{[(\;\;)_1 \sin\alpha]'}{\sin\alpha}\right\}' \pm \left[\frac{2iR}{\delta}\sqrt{3(1-\nu^2)}\right](\;\;)_1 = 0. \tag{76}$$

Выберем за независимое переменное $x = \sin\frac{\alpha}{4}$. Учитывая, что $x' = \frac{1}{4}\cos\frac{\alpha}{4}$; $\sin\alpha\, d\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\,d\alpha = 4\sin\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\alpha}{4}\left(1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{4}\right)d\alpha$;

$\sin\alpha\, d\alpha = 16x(1-2x^2)\,dx$; $\quad d\alpha = \frac{dx}{x'} = \frac{4\,dx}{\cos\frac{\alpha}{4}}$,

уравнение (76) примет вид:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x(1-2x^2)}\frac{dP}{dx}\right] \pm \left[\frac{32iR}{\delta}\sqrt{3(1-\nu^2)}\right]\frac{P}{x(1-2x^2)(1-x^2)} = 0. \tag{77а}$$

Во всех случаях, когда $2x^2 \leqslant \frac{\delta}{R}$, т. е. когда выполняется условие

$$\sin\frac{\alpha}{4} \leqslant \sqrt{\frac{\delta}{2R}}, \tag{77б}$$

можно с погрешностью, равной погрешности основной гипотезы, принять уравнение:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x}\frac{dp}{dx}\right] \pm A^2\frac{P}{x} = 0, \tag{77в}$$

где $A^2 = 16(1 \pm i)^2\frac{R}{\delta}\sqrt{3(1-\nu^2)}$; $P = (\;\;)_1\sin\alpha$.

Уравнение (77в) — уравнение Бесселя при $n = 1$; общий интеграл его будет:

$$P = x\{C_1'\operatorname{ker}_1 x_1 + C_2'\operatorname{kei}_1 x_1 + C_3'\operatorname{ber}_1 x_1 + C_4'\operatorname{bei}_1 x_1\}, \tag{77г}$$

где

$$x_1 = 4x\sqrt{\frac{R}{\delta}}\sqrt{3(1-\nu^2)} = 4\sqrt{\frac{R}{\delta}}\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}\sin\frac{\alpha}{4} \approx \frac{s}{\lambda} \qquad (77д)$$

(см., например, Карман и Био, Математические методы в инженерном деле, ОГИЗ, 1948, стр. 66);

$$x = \sin\frac{\alpha}{4} \approx \frac{\alpha}{4};\ \lambda = \frac{\sqrt{R\delta}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}$$

Если допустить погрешность вдвое бóльшую, чем погрешность гипотезы, то нужно поставить условие, чтобы

$$\sin\frac{\alpha}{4} \leqslant \sqrt{\frac{\delta}{R}}. \qquad (77e)$$

Приведем таблицу применимости уравнения (77а) при выполнении условий (77д) и (77е) для различных значений $\frac{R}{\delta}$.

$\frac{R}{\delta}$	25	30	40	50	65	80	100	140	200	400
Для (77д) $\alpha <$ . . .	46°	42°	36°	33°	29°	26°	23°	19°	17°	12°
» (77е) $\alpha <$ . . .	33°	30°	26°	23°	20°	18°	16°	14°	12,5°	8°

Из этой таблицы можно установить, что точность порядка 5% получается при $\alpha \leqslant 35°$.

Воспользовавшись асимптотическим разложением цилиндрических функций, при сохранении лишь первого члена разложения, получим искомые значения усилий и деформаций (подобно конической оболочке) в форме:

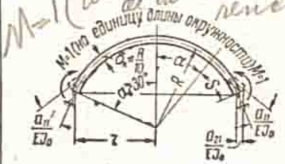
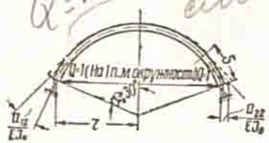
$$\left.\begin{aligned}
&1)\ w = By = \frac{\lambda^4}{4r}(T_{20} - \nu T_1)\\
&2)\ \psi = B\vartheta =\\
&\quad = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sin\alpha}\{C_1e^{-\varphi}\cos\varphi + C_2e^{-\varphi}\sin\varphi + C_3e^{\varphi}\cos\varphi + C_4e^{\varphi}\sin\varphi\} - \frac{B}{E}\Phi_1\\
&3)\ M_1 = \psi^{\cdot} + \nu\frac{\psi r^{\cdot}}{r} =\\
&\quad = \left[\frac{1}{r\sqrt{\alpha}} - \frac{\sqrt{\alpha}}{r}(\operatorname{ctg}\alpha - \nu)\right]\{C_1e^{-\varphi}\cos\varphi + C_2e^{-\varphi}\sin\varphi + \ldots\} +\\
&\quad + \frac{\sqrt{\alpha}}{\lambda\sin\alpha}\{(C_2 - C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi - (C_1 + C_2)e^{-\varphi}\sin\varphi + \ldots\} -\\
&\quad - \frac{B}{E}\left(\Phi_1^{\cdot} + \nu\Phi_1\frac{r^{\cdot}}{r}\right)\\
&4)\ M_2 = \frac{r^{\cdot}}{r}\psi + \nu\psi^{\cdot}\\
&5)\ Q = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\lambda^2\sin\alpha}\{C_2e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1e^{-\varphi}\sin\varphi - C_4e^{\varphi}\cos\varphi + C_3e^{\varphi}\sin\varphi\} + \frac{\nabla\Phi_1}{r}\\
&6)\ T_2 = T_{20} - \nu T_{10} - \frac{(\theta r)^{\cdot}}{\sin\alpha} = T_{20} - \nu T_{10} - \frac{2}{\delta r}\{C_2e^{-\varphi}\cos\varphi - C_1e^{-\varphi}\sin\varphi + \ldots\} -\\
&\quad - \frac{2s}{\delta r\lambda}\{-(C_2 + C_1)e^{-\varphi}\cos\varphi + (C_1 - C_2)e^{-\varphi}\sin\varphi + \ldots\} - (\nabla\Phi_1)^{\cdot}
\end{aligned}\right\}\quad (77)$$

где $\varphi = \frac{s}{\delta}\sqrt{\frac{3}{4}(1-\nu^2)}$, а $s = \alpha R$ — отсчет по меридиану от края оболочки.

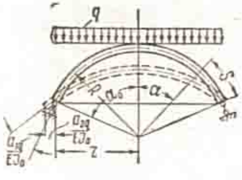
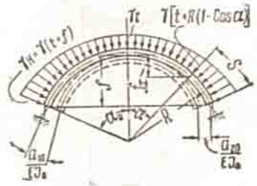
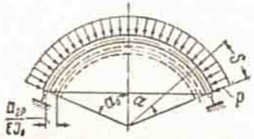
Значения единичных перемещений и расчетных усилий для замкнутой оболочки приведены в таблице 6.

Таблица 6

Усилия и перемещения края замкнутой сферической оболочки постоянной толщины

Характеристика элемента	Схема загружения	Значения перемещения края по схеме	Текущие значения усилий
Замкнутая сферическая оболочка постоянной толщины с шарнирным опиранием по внешнему контуру Характеристика оболочки: $\lambda = 0{,}76\sqrt{R\delta}$ (принято $\nu = 0$); жесткость оболочки EI, где $I = \frac{\delta^3}{12}$ $\delta \leqslant \frac{R}{10}$ — толщина оболочки T_1 — меридиональные усилия в оболочке T_2 — кольцевые усилия в оболочке	M=1 (...) 	$a_{11} = \lambda \frac{I_0}{I} = \lambda_1$ $a_{21} \cong \frac{\lambda^2}{2}\frac{I_0}{I}\sin\alpha_0 = \frac{\lambda}{2}\lambda_1 \sin\alpha_0$, где $\lambda_1 = \lambda\frac{I_0}{I}$	$M_x = M(\eta_1 + \eta_2)$ $Q_x = \frac{2M}{\lambda}\eta_2\cos(\alpha_0 - \alpha)$ $T_2 = \frac{2MR}{\lambda^2}(\eta_1 - \eta_2)$, где $\eta_1 = e^{-\varphi}\cos\varphi$; $\eta_2 = e^{-\varphi}\sin\varphi$ $\varphi = \frac{s}{\lambda}$
	Q=1 (...) 	$a_{12} \approx \frac{\lambda}{2}\lambda_1\sin\alpha_0$ $a_{22} \cong \frac{\lambda^2}{2}\lambda_1\sin^2\alpha_0$ $\lambda_1 = \lambda\frac{I_0}{I}$	$M_x = Q\lambda\eta_2\sin\alpha_0$ $Q_x = -Q(\eta_1 - \eta_2)\sin\alpha_0$ $T_2 = \frac{2QR}{\lambda}\eta_1\sin\alpha_0$
	gc (peso propio) 	$a_{1c} = \frac{g_c\lambda^3\lambda_1}{2R}\sin\alpha_0$ $a_{2c} = \frac{g_c\lambda^3\lambda_1(\cos\alpha_0 + \cos^2\alpha_0 - 1)}{4(1+\cos\alpha_0)}\sin\alpha_0$ или $a_{2c} = \frac{T_{20}}{R}\frac{\lambda^4}{4}\frac{I_0}{I}\sin\alpha_0$; $\lambda_1 = \lambda\frac{I_0}{I}$	$M_x = Q_x \approx 0$ $T_2 = \frac{\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1}{1+\cos\alpha}g_cR$ $T_1 = \frac{g_cR}{1+\cos\alpha}$

Продолжение

Характеристика элемента	Схема загружения	Значения перемещения края по схеме	Текущие значения усилий
		$a_{1q}=\frac{3q\lambda^3\lambda_1}{8R}\sin 2\alpha_0$ $a_{2q}=\frac{q\lambda^3\lambda_1}{16}\sin 2\alpha_0$ $\lambda_1=\lambda\frac{I_0}{I}$	$M_x=Q_x\approx 0$ $T_2=q\frac{R}{2}\cos 2\alpha$ $T_1\approx q\frac{R}{2}$
		$a_{10}=-\gamma\frac{\lambda^3\lambda_1}{4}\sin\alpha_0$ $a_{20}=-\gamma\frac{\lambda^3\lambda_1}{8}\left[H_0+\frac{f(9R-4f)}{3(2R-f)}\right]\cdot\sin\alpha_0$	$M_x=Q_x\approx 0$ $T_2=\gamma\frac{R}{2}\left[H_0+\frac{f_x(9R-4f_x)}{3(2R-f_x)}\right]$ $T_1=\gamma\frac{R}{2}\left[H_0+\frac{f_x(3R-2f_x)}{3(2R-f_x)}\right]$ $f_x=R(1-\cos\alpha)$; $f=R(1-\cos\alpha_0)$
		$a_{1p}\cong 0$ $a_{2p}=p\frac{\lambda^3\lambda_1}{8}\sin\alpha_0$	$M_x=Q_x\approx 0$ $T_1=T_2\cong p\frac{R}{2}$

з) Пологие оболочки

Для практического решения задачи изгиба пологих осесимметричных оболочек можно рекомендовать вписывать в пологую оболочку часть сферы или конуса постоянной толщины. Естественно, такое решение годится лишь для таких оболочек, которые достаточно близко приближаются к сфере или конусу, а фактические условия на краях соответствуют принятым в предпосылках.

При таких условиях, вписывая сферическую оболочку постоянной толщины и имея в виду, что для малых углов α можно принять $\sin\alpha \approx \alpha$ (что равносильно условию $r \approx s$), можно непосредственно из уравнений (66б) и (66) получить:

$$\left.\begin{aligned} \left[\frac{(\psi_1 s)^\bullet}{s}\right]^\bullet \pm 2i\,\frac{\lambda^2}{2}\,\psi_1 = 0 \\ \left[\frac{(Qs)^\bullet}{s}\right]^\bullet \pm 2i\,\frac{\lambda^2}{2}\,Q_1 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (78а)$$

где

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= \psi + \frac{\lambda^4 (T_{10} - \lambda T_{20})}{4sR} - \frac{(T_{20} - \nu T_{10})^\bullet \lambda^4}{4R} = \psi + \frac{\lambda^4}{4R^2}\Phi_1; \\ Q_1 &= Q - \frac{\lambda^4}{4R^3}\left[\frac{(\Phi_1 s)^\bullet}{s}\right]^\bullet = Q - \frac{\lambda^4}{4R^3}\Phi_2; \quad \lambda = \frac{\sqrt{\delta R}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \end{aligned}\right|$$

При этом должно соблюдаться условие $\left[\frac{(\Phi_2 s)^\bullet}{s}\right]^\bullet = 0$, что равносильно требованию, чтобы

$$T_{10} - \nu (T_{10}s)^\bullet - (T_{20}s)^\bullet - \nu T_{20} = \frac{C_1 s^4}{12} + \frac{C_2}{s^2} + \frac{C_3 s^2}{2} + C_4. \qquad (78б)$$

Уравнение (78а) является уравнением Бесселя 1-го порядка. Его интеграл такой же, как уравнения (77в). Однако можно принимать в интеграле (77г) $x_1 = \frac{r}{\lambda}$ и использовать решения в форме (77г), действительные на участках, где $r > 3\lambda$.

и) Круглая плита (пластинка) как частный случай оболочки

Круглую плиту можно рассматривать как предел конуса при безграничном уменьшении полярного угла ($\alpha \to 0$), или как предел части сферической оболочки при безграничном возрастании радиуса ее ($R \to \infty$). При таком рассмотрении дифференциальное уравнение осесимметрично нагруженной круглой плиты (пластинки) можно получить из общего дифференциального уравнения осесимметричных оболочек [например, из (62) или (63)], положив в них $R_1 = R_2 = \infty$; $\alpha = 0$; $s = r$; $ds = dr$, и приняв при этом $\frac{V}{R_2} = Q$.

Тогда из (62) после деления на δR_2 получится:

$$\left[\frac{(\vartheta\rho_2)^\bullet}{\rho_2}\right]^\bullet + \left[\left(\frac{\rho_2^\bullet}{\rho_2}\right)^2 - \frac{1}{r^2} - \frac{\rho_2^{\bullet\bullet}}{\rho_2} + \frac{\nu}{\rho_2}(\delta^3)^\bullet\right]\vartheta = -\frac{12(1-\nu^2)}{E\delta^3}Q. \qquad (79а)$$

Второе уравнение не нужно, так как поперечная сила Q легко определяется из условий равновесия пластинки. Соответственно из (63) после деления на δR_2 получается:

$$\left[\frac{(\theta\rho)^\bullet}{\rho}\right]^\bullet + \left[\left(\frac{\rho^\bullet}{\rho}\right)^2 - \frac{1}{r^2} - \frac{\rho^{\bullet\bullet}}{\rho} - \frac{\nu}{\rho}\left(\frac{1}{\delta}\right)^\bullet\right]\theta - \frac{2\theta}{\delta r}\left[(r\delta^\bullet)^\bullet - \nu\delta^\bullet\right] =$$
$$= -\frac{12(1-\nu^2)}{E\delta}Q. \qquad (79б)$$

При этом $\rho_2 = \delta^3 r$; $\rho = \frac{r}{\delta}$; $\theta = \vartheta\delta^2$.

Уравнение (62) упрощается при $\rho_2 = \text{const}$ и принимает вид:

$$\vartheta^{\cdot\cdot} - \frac{1-\nu}{r^2}\vartheta = -\frac{12(1-\nu^2)\,r}{E\rho_2}Q. \tag{79в}$$

Из (63) при $\rho = \text{const}$ получается просто:

$$\vartheta^{\cdot\cdot} - \frac{3(1-\nu)}{r^2}\vartheta = -\frac{12(1-\nu^2)\,\rho}{Er}Q. \tag{79г}$$

Для плиты постоянной толщины ($\delta = \text{const}$) получается известное уравнение круглой пластинки

$$\left[\frac{(\psi r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot} = -Q; \tag{79}$$

здесь $\psi = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\vartheta$.

Уравнение (79) легко интегрируется, если задана нагрузка, так как Q определяется из условий равновесия непосредственно.

к) Круглая плита постоянной толщины

Интегрируя и последовательно раскрывая скобки уравнения (79), можно получить известные уравнения круглой пластинки постоянной толщины.

Рассмотрим, например, нужные для расчетов рассматриваемых в настоящей книге сооружений случаи загружения круглой плиты сосредоточенной в центре силой P_0 и равномерно распределенной по всей плите нагрузкой g. В этом случае

$$Q = \frac{P_0}{2\pi r} + \frac{gr}{2}$$

и уравнение (79) примет вид *:

$$\left[\frac{(\psi r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot} + \frac{P_0}{2\pi r} + \frac{gr}{2} = 0, \tag{80а}$$

где $\psi^{\cdot} = \frac{d\psi}{dr}$; $(\ )^{\cdot} = \frac{d(\ )}{dr}$; $\psi = B\vartheta = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\vartheta$.

Последовательно интегрируя и раскрывая скобки с помощью основных зависимостей между силами и деформациями (54а), (54б) и (54в), можно получить известные формулы прогиба w, девиации ψ (их удобно брать увеличенными в B раз) и изгибающих моментов в сплошной круглой плите радиуса r_0.

А. При жестком защемлении по контуру

$$\left.\begin{aligned}
&1)\quad w = \frac{P_0}{16\pi}\left[r_0^2 - r^2 + 2r^2\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\right] + \frac{g}{64}(r_0^2 - r^2)^2\\
&2)\quad \psi = \frac{P_0 r}{4\pi}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right) + \frac{gr}{16}(r_0^2 - r^2)\\
&3)\quad M_1 = \frac{P_0}{4\pi}\left[(1+\nu)\ln\left(\frac{r_0}{r}\right) - 1\right] + \frac{g}{16}[(1+\nu)r_0^2 - (3+\nu)r^2]\\
&4)\quad M_2 = \frac{P_0}{4\pi}\left[(1+\nu)\ln\left(\frac{r_0}{r}\right) - 1\right] + \frac{g}{16}[(1+\nu)r_0^2 - (1+3\nu)r^2]\\
&5)\quad Q = \frac{P_0}{2\pi r} + \frac{gr}{2}
\end{aligned}\right\} \tag{80б}$$

* Р. О. Кузьмин. Бесселевы функции. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1935.

Б. При шарнирном опирании по контуру

$$\left.\begin{array}{l}
1)\quad w=\frac{P_0}{16\pi}\left[\frac{3+\nu}{1+\nu}(r_0^2-r^2)-2r^2\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right]+\\
\qquad\qquad+\frac{gr_0^4}{64(1+\nu)}\left[(5+\nu)-2(3+\nu)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+(1+\nu)\left(\frac{r}{r_0}\right)^4\right]\\
2)\quad \psi=\frac{P_0r}{4\pi}\left[\frac{1}{1+\nu}-\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)\right]+\frac{gr}{16}\left[\frac{3+\nu}{1+\nu}\left(r_0^2-r^2\right)\right]\\
3)\quad M_1=\frac{(1+\nu)P_0}{4\pi}\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)+\frac{g}{16}(3+\nu)(r_0^2-r^2)\\
4)\quad M_2=\frac{(1+\nu)P_0}{4\pi}\left[\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)+\frac{1-\nu}{1+\nu}\right]+\frac{g}{16}[(3+\nu)r_0^2-(1+3\nu)r^2]\\
5)\quad Q=\frac{P_0}{2\pi r}+\frac{gr}{2}
\end{array}\right\}\qquad(80в)$$

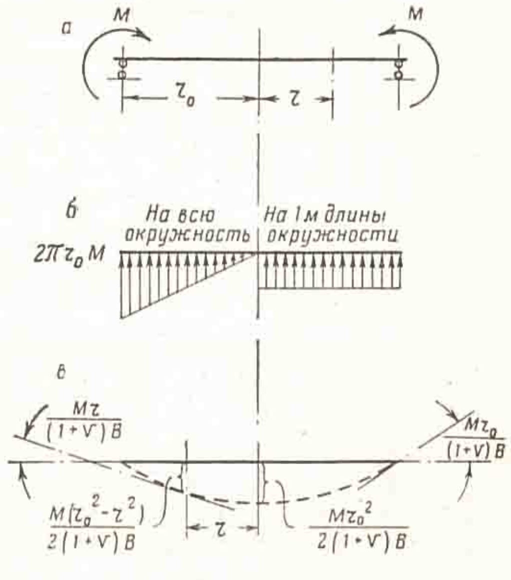
Если плиту, опертую шарнирно, нагрузить равномерно распределенными по контуру парами M (радиально направленными), то уравнения запишутся в таком виде:

$$\left.\begin{array}{l}
1)\quad w=\frac{(r_0^2-r^2)}{2(1+\nu)}M\\
2)\quad \psi=\frac{r}{1+\nu}M\\
3)\quad M_1=M=M_2\\
4)\quad Q=0
\end{array}\right\}\qquad(80г)$$

Эпюры изгибающих моментов и деформации круглой пластинки для наиболее часто встречающихся загружений приведены на фигурах 250—253, а значения их в таблице 7.

Плита радиуса r_0 с отверстием радиуса r_1 в центре при шарнирном опирании по наружному контуру. Записывая подобно предыдущему условие равновесия против сдвига и определяя произвольные постоянные из краевых условий, можно получить уравнения в развернутом виде.

Эпюры изгибающих моментов и деформаций плиты нагруженной сосредоточенной по внутреннему контуру силой или равномерно распределенной нагрузкой см. на фигурах 254 и 255.



Фиг. 250. Эпюры моментов и деформации сплошной круглой плиты при загружении моментами по краю:

а—схема загружения плиты; *б*—эпюра M_1; *в*—деформации плиты.

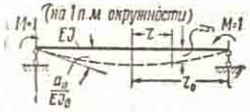
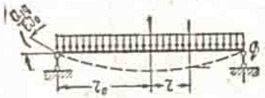
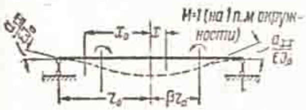
л) Круглая плита (пластинка) линейно меняющейся толщины по закону $\rho=\frac{r}{\delta}=\mathrm{const}$

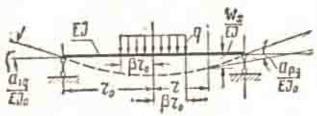
Первое из уравнений (63) при $\rho=\mathrm{const}$ после деления на δR_2 $\Big($учитывая, что $Q=\frac{V}{R_2}$, а для пластинки $\alpha=0$; $s_1=r$ и, следовательно, $(\ )^{\cdot}=\frac{d(\ )}{dr}\Big)$ примет вид:

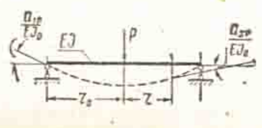
$$\theta^{\cdot\cdot}-3(1-\nu)\frac{\theta}{r^2}=-\frac{12(1-\nu^2)\rho}{Er}Q.\qquad(81а)$$

Таблица 7

Усилия и перемещения круглых плит постоянной толщины при симметричных загружениях

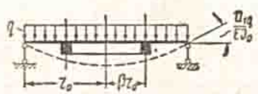
Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x — прогиб, увеличенный в EI раз; w'_x — угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
Круглая плита с шарнирным опиранием по контуру		$a_{11}=r_0\frac{I_0}{I}=r'_0$ $w_x=EIy=\frac{Mr_0^2}{2}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]=\frac{r_0^2}{2}-\frac{r^2}{2}$ $w'_x=EI\frac{dy}{dr}=Mr=r$	$M_1=M_2=M=1$ $Q_x=0$
EI — жесткость плиты (принято $\nu=0$)		$a_{1q}=q\frac{r^3}{8}\frac{I_0}{I}=q\frac{r_0^3}{8}r'_0$ $w_x=EIy=q\frac{r_0^4}{64}\left[5-6\left(\frac{r}{r_0}\right)+\left(\frac{r}{r_0}\right)^4\right]$ $w'_x=q\frac{r_0^3}{16}\left[3\frac{r}{r_0}-\left(\frac{r}{r_0}\right)^3\right]$	$M_1=\frac{3}{16}qr_0^2\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$ $M_2=q\frac{r_0^2}{16}\left[3-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$ $Q_x=q\frac{r}{2}$
		$a_{1x}=\beta^2 r_0\frac{I_0}{I}=\beta^2 r'_0$ при $0\leqslant r\leqslant\beta r_0$ $a_{xx}=\frac{1+\beta^2}{2}\beta r_0\frac{I_0}{I}=\frac{1+\beta^2}{2}\beta r'_0$	При $0\leqslant r\leqslant\beta r_0$ $M_1=M_2=\frac{1+\beta^2}{2}M=\frac{1+\beta^2}{2}$ $Q_x=0$ при $\beta r_0\leqslant r\leqslant r_0$ $M_1=\frac{\beta^2}{2}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2-1\right]M=\frac{\beta^2}{2}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2-1\right]$ $M_2=\frac{\beta^2}{2}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2+1\right]M=\frac{\beta^2}{2}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2+1\right]$

Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x—прогиб, увеличенный в EI раз; w'_x—угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
		$w_x = EIy = \frac{1+\beta^2}{4}(\beta^2 r_0^2 - r^2)M + \frac{\beta^2 r_0^2}{4}(1-\beta^2-2\ln\beta)M$ $w'x = EI\frac{dy}{dr} = \frac{1+\beta^2}{2}r$ При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $w_x = \frac{\beta^2 r_0}{2}\left[\frac{r_0}{r} + \frac{r}{r_0}\right]M$ $w'_x = \frac{\beta^2 r_0}{2}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r}{r_0}\right]M$	
		$a_{1q} = q\frac{(\beta r_0)^3}{8}[2(1-\ln\beta)-\beta]$ $a_{\beta q} = q\frac{(\beta r_0)^3}{8}\left[2(1-\ln\beta) - \frac{1+\beta^2}{2}\right]$ При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $w_x = q\frac{r_0^4}{64}\left\{4\left[3\beta^2 - 2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\beta^2(1-\ln\beta)\right] + \beta^4\left[-7+2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + 4\ln\beta\right] + \left(\frac{r}{r_0}\right)^4\right\}$	При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $M_1 = q\frac{(\beta r_0)^2}{16}\left[4-\beta^2-3\left(\frac{r}{\beta r_0}\right)^2 - 4\ln\beta\right]$ $M_2 = q\frac{(\beta r_0)^2}{16}\left[4-\beta^2-\left(\frac{r}{\beta r_0}\right)^4 - 4\ln\beta\right]$ $Q_x = qr$ При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $M_1 = q\frac{(\beta r_0)^2}{16}\left[-\beta^2+\left(\frac{\beta r_0}{r}\right)^2 - 4\ln\frac{r}{r_0}\right]$ $M_2 = q\frac{(\beta r_0)^2}{16}\left\{4-\beta^2\left[1+\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right] - 4\ln\frac{r}{r_0}\right\}$ $Q_x = q\frac{\beta r_0}{r}$

Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x—прогиб, увеличенный в EI раз; w'_x—угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
		$w'_x = q\frac{(\beta r_0)^3}{16}\left\{\frac{4r}{\beta r_0}(1-\ln\beta) - \beta\frac{r}{r_0} - \left(\frac{r}{\beta r_0}\right)^3\right\}$ При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $w_x = q\frac{\beta^2 r_0^4}{32}\left\{(6-\beta^2)\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] + \left[2\beta^2 + 4\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\ln\frac{r}{r_0}\right\}$ $w'_x = q\frac{(\beta r_0)^3}{16}\left\{4-\beta^2\left(\frac{r}{r_0}+\frac{r_0}{r}\right) - 4\frac{r}{\beta r_0}\ln\frac{r}{r_0}\right\}$	
		$a_{1p} = \frac{P}{4\pi} r_0 \frac{I_0}{I} = \frac{P}{4\pi} r'_0$ $a_{xp} = \frac{P}{4\pi} r\left(1-\ln\frac{r}{r_0}\right)\frac{I_0}{I}$	$M_1 = \frac{P}{4\pi}\ln\frac{r}{r_0}$ $M_2 = \frac{P}{4\pi}\left(1-\ln\frac{r}{r_0}\right)$ $Q_x = \frac{P}{2\pi r}$

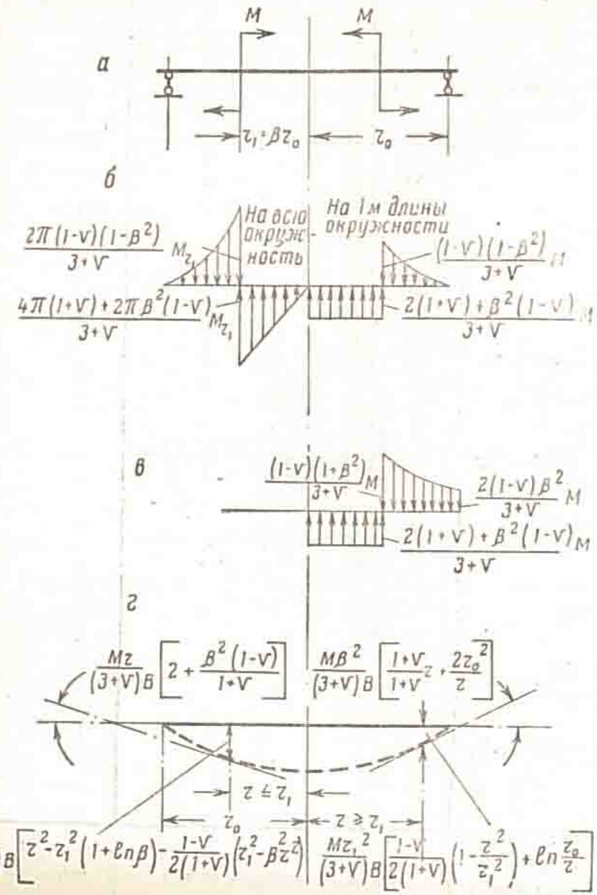
Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x—прогиб, увеличенный в EI раз; w'_x—угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
Круглая плита, шарнирно опертая по наружному контуру, с кольцевой балкой радиуса βr_0 Ширина сечения кольца $\delta_{\text{к}} \leqslant \frac{\beta r_0}{8}$; Высота сечения кольца $h_{\text{к}} \leqslant \frac{\sqrt{\delta_{\text{к}} r_0}}{\sqrt[4]{3}}$; Момент инерции радиального прямоугольного сечения кольца $I_{\text{к}} = \frac{\delta_{\text{к}} h_{\text{к}}^3}{12}$ (обжатием плиты пренебрегается)	 На кольцо передается момент $M_{\text{к}} = \frac{2\beta M}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}$:	$a_{11} = r_0 \left[1 - \frac{2\beta^2}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}\right]$ При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $w_x = M\frac{r^2}{2}\left\{1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \frac{2\beta^3(1-\ln\beta)-(\beta+\beta^3)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}\right\}$ $w'_x = \frac{(1-\beta)(1+\beta^2)+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}} rM$ При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $w_x = M\frac{r_0^2}{2}\left\{1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \frac{2\beta^2\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r}{r_0}\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}\right\}$ $w'_x = M\frac{r}{2}\left[2-\beta^2-\left(\frac{\beta r_0}{r}\right)^2\right]$	При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $M_1 = M_2 = M - \frac{1+\beta^2}{2}M_{\text{к}} = \frac{(1-\beta)(1+\beta^2)+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}} M$ $Q_x = 0$ При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $M_1 = \left\{1 + \frac{\beta^2\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}\right\} M$ $M_2 = \left\{1 - \frac{\beta^2\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + 1\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_{\text{к}}}}\right\} M$ $Q_x = 0$

Продолжение

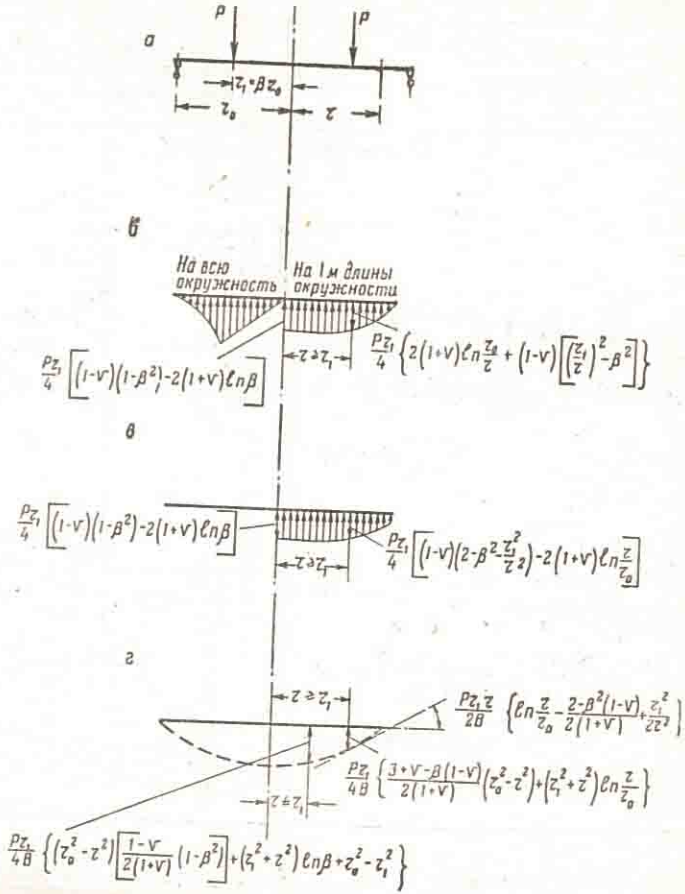
Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x—прогиб, увеличенный в EI раз; w'_x—угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
	 На кольцо передается момент $M_к = q\,\frac{r_0}{8}\left(\frac{3-\beta^2}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right)$	$a_{1q} = q\,\frac{r_0^2}{8}\left[1-\frac{3\beta^2-\beta^4}{1+\beta^2\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right]$ При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $w_x = q\,\frac{r_0^4}{64}\left\{5-6\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+\left(\frac{r}{r_0}\right)^4-\right.$ $\left.-\frac{(6-2\beta^2)\left[2\beta^2(1-\ln\beta)-(1+\beta^2)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right\}$ $w'_x = q\,\frac{r_0^3}{16}\times$ $\times\left\{\frac{\left(\beta^2+\beta^4+\frac{3}{2}\frac{I\beta r_0}{I_к}\right)\left(\frac{r}{r_0}\right)-\left(\frac{r}{r_0}\right)^3}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right\}$	При $0 \leqslant r \leqslant \beta r_0$ $M_1 = q\,\frac{r_0^2}{16}\left\{3-3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2-\right.$ $\left.-\frac{(3-\beta^2)(1+\beta^2)}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right\}$ $M_2 = q\,\frac{r_0^2}{16}\times$ $\times\left\{\frac{\beta^2+\beta^4+\frac{3}{2}\frac{I\beta r_0}{I_к}}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right\}$

Продолжение

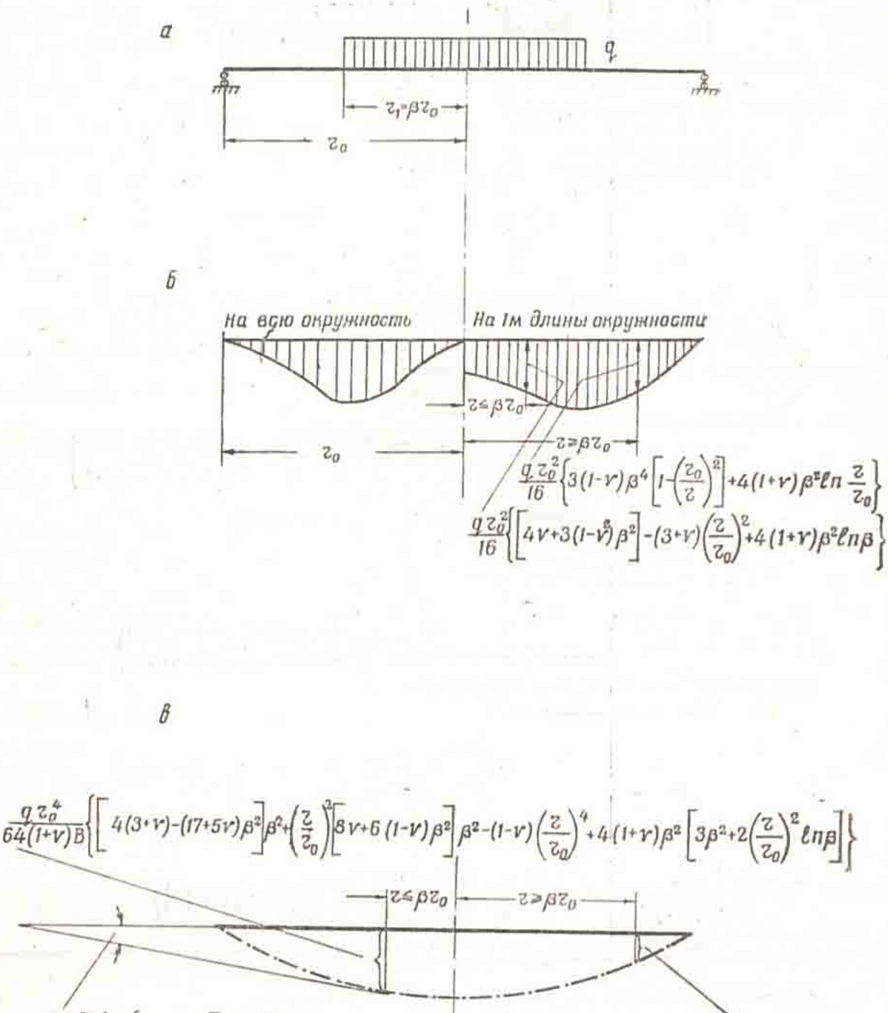
Характеристика элемента	Схема загружения плиты	Значения перемещений (w_x—прогиб, увеличенный в EI раз; w_x^r—угол поворота меридиана, увеличенный в EI раз)	Значения усилий
		При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $w_x = q\frac{r_0^4}{64}\left\{5-6\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+\left(\frac{r}{r_0}\right)^4-\frac{(6\beta^2-2\beta^4)\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2-2\ln\frac{r}{r_0}\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right\}$ $w_x' = q\frac{r_0^3}{16}\times$ $\times\left\{\frac{\left(3+\beta^4+3\frac{I\beta r_0}{2I_к}\right)\frac{r}{r_0}-(3\beta^2-\beta^4)\frac{r_0}{r}}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}-\left(\frac{r}{r_0}\right)^3\right\}$	При $\beta r_0 \leqslant r \leqslant r_0$ $M_1 = q\frac{r_0^2}{16}\left\{3-3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+\frac{(3-\beta^2)\left[\left(\frac{\beta r_0}{r}\right)^2-\beta^2\right]}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}\right\}$ $M_2 = q\frac{r_0^2}{16}\times$ $\times\left\{\frac{\left(3+\beta^4+\frac{3I\beta r_0}{2I_к}\right)-(3\beta^2-\beta^4)\left(\frac{r_0}{r}\right)^2}{1+\beta^2+\frac{I\beta r_0}{2I_к}}-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right\}$ $Q_x = q\frac{r}{2}$



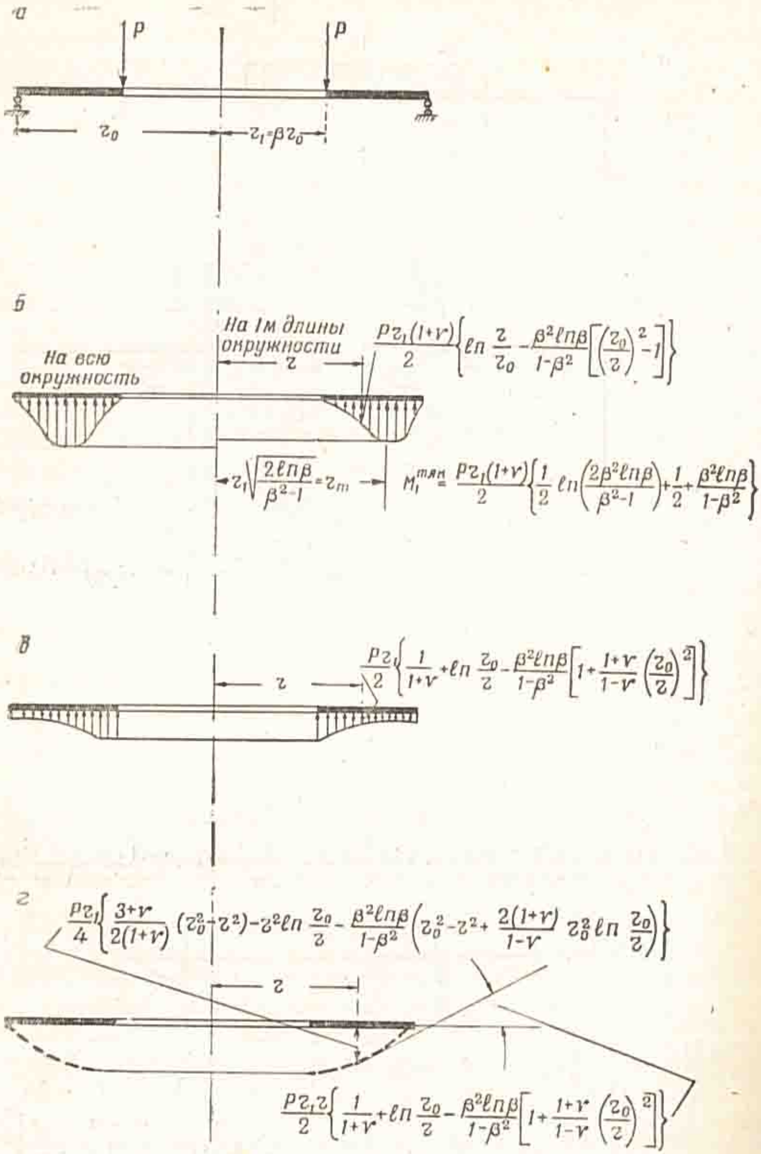
Фиг. 251. Эпюры моментов и деформации сплошной круглой плиты при загружении моментами по кольцу радиуса r_1:
а—схема загружения плиты; б—эпюра M_1; в—эпюра M_2; г—деформации плиты.



Фиг. 252. Эпюры моментов и деформации сплошной круглой плиты постоянной толщины:
а—схема загружения плиты; б—эпюра M_1; в—эпюра M_2; г—деформации плиты.

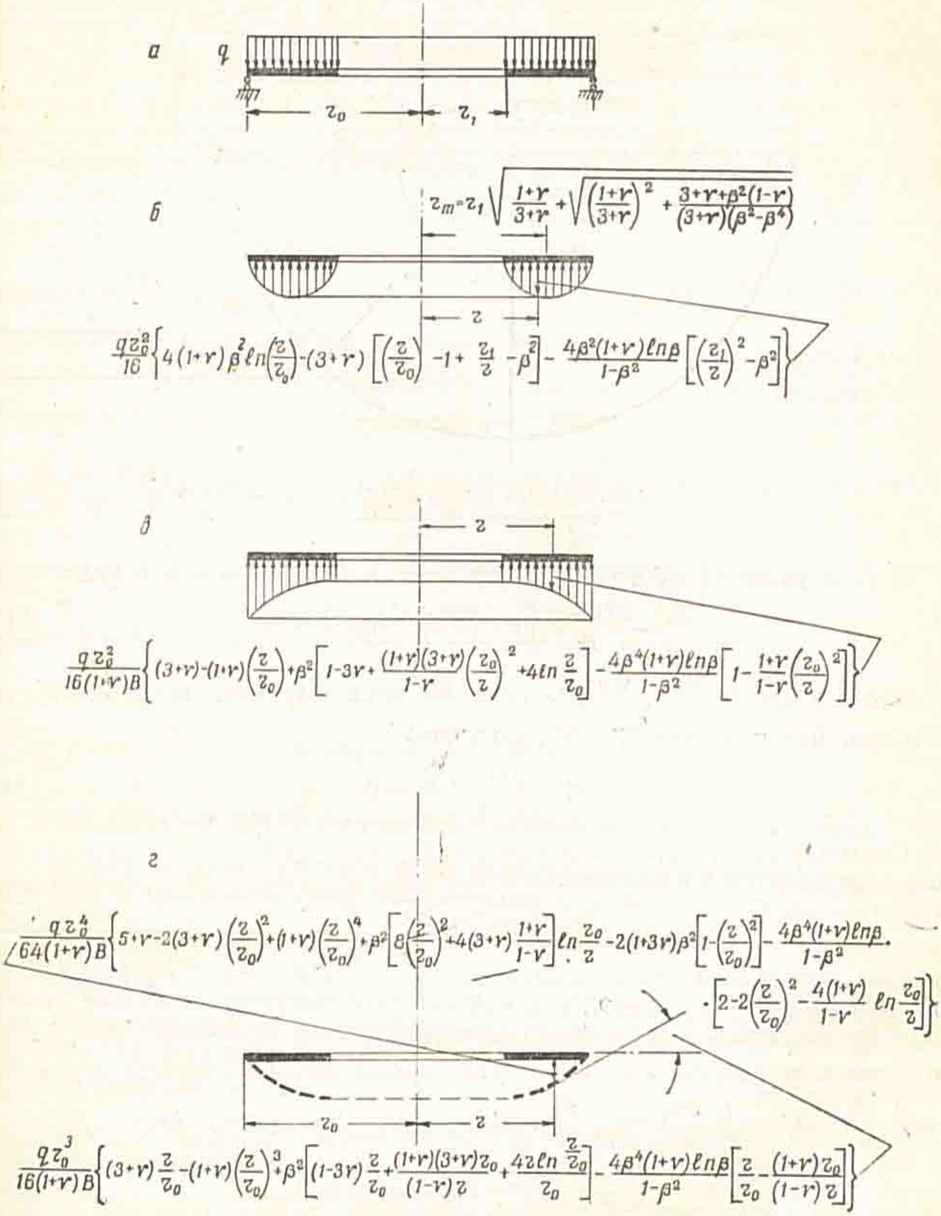


Фиг. 253. Эпюры моментов и деформации сплошной круглой плиты постоянной толщины при частичном загружении равномерной нагрузкой:
а—схема загружения плиты; *б*—эпюра M_1; *в*—деформации плиты.



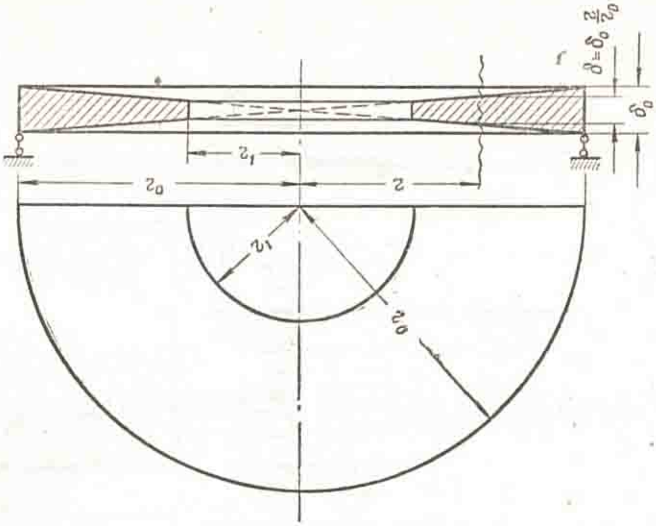
Фиг. 254. Эпюры моментов и деформации в круглой плите с отверстием в центре под действием сил, сосредоточенных на внутреннем или внешнем контурах:

а—схема загружения плиты; *б*—эпюра M_1; *в*—эпюра M_2; *г*—деформации плиты.



Фиг. 255. Эпюры моментов и деформации в круглой плите с отверстием в центре от равномерно распределенной нагрузки:
а — схема загружения плиты; *б* — эпюра M_1; *в* — эпюра M_2; *г* — деформации плиты.

Если задана нагрузка (фиг. 256) и условия на краях пластинки, то этого уравнения достаточно для решения задачи, так как Q определяется из условий равновесия пластинки под действием внешних сил.



Фиг. 256. Диаметральный разрез круглой плиты линейно переменной толщины.

А если известно Q, то уравнение (81а) можно записать в виде:

$$\theta^{\cdot\cdot} - \frac{3(1-\nu)}{r^2}\left[\theta - \frac{4(1+\nu)\rho}{E} Qr\right] = 0. \tag{81б}$$

Примем $\theta_1 = \theta - \frac{4(1+\nu)\rho}{E} Qr$; тогда во всех случаях, когда $(Qr)^{\cdot\cdot} = 0$, учитывая, что при этом $\theta_1^{\cdot\cdot} = \theta^{\cdot\cdot}$, получим:

$$\theta_1^{\cdot\cdot} - \frac{3(1-\nu)}{r^2}\theta_1 = 0. \tag{81в}$$

Следовательно, если выполняется условие $(Qr)^{\cdot\cdot} = 0$, то поперечная сила определяется уравнением:

$$Q = C_1'' + \frac{C_2''}{r}.$$

Для решения задачи достаточно решить однородное дифференциальное уравнение (81в). Оно приводится к линейному дифференциальному уравнению 2-го порядка с постоянными коэффициентами введением нового независимого переменного $x = \ln r$, и так как $x^{\cdot} = \frac{1}{r}$; $x^{\cdot\cdot} = -\frac{1}{r^2}$; $\frac{d\theta_1}{dx} = \theta_1^{\cdot} r$; $\theta_1^{\cdot} = \frac{1}{r}\frac{d\theta_1}{dx}$; $\theta_1^{\cdot\cdot} = \frac{1}{r^2}\frac{d^2\theta_1}{dx^2} - \frac{1}{r^2}\frac{d\theta_1}{dx}$, уравнение (81в) примет вид:

$$\frac{d^2\theta_1}{dx^2} - \frac{d\theta_1}{dx} - 3(1-\nu)Q_1 = 0. \tag{81г}$$

Общий интеграл уравнения (81г) определяется в виде:

$$\theta_1 = C_3' e^{k_1 x} + C_4' e^{k_2 x} \tag{81д}$$

или, учитывая сказанное выше:

$$\theta = C_1' r + C_2' + C_3' e^{k_1 x} + C_4' e^{k_2 x}. \tag{81}$$

Значения k_1 и k_2 определяются из характеристического уравнения:

$$k^2 - k - 3(1-\nu) = 0,$$

т. е.

$$k_1 = 0,5 + \sqrt{3,25 - 3\nu};$$
$$k_2 = 0,5 - \sqrt{3,25 - 3\nu}.$$

Например, если $\nu = \frac{1}{3}$ (сталь), то получается просто:

$$k_1 = 2, \quad k_2 = -1$$

и

$$\theta = C_1'r + C_2' + C_3'r^2 + \frac{C_4'}{r}. \qquad (82а)$$

Влияние коэффициента Пуассона сравнительно невелико; так, например, при $\nu = \frac{1}{16}$: $k_1 = 2,25$; $k_2 = -1,25$; при $\nu = \frac{1}{6}$: $k_1 = 2,16$; $k_2 \approx -1,16$; при $\nu = 0$: $k_1 \approx 2,3$; $k_2 \approx -1,3$.

Поэтому для практических целей можно ограничиться равенством в виде (82а) для всех значений ν.

Нетрудно показать, что решение (82а) удовлетворяется $\left(\text{при } \nu = \frac{1}{3}\right)$, если поперечная сила в кольцевом сечении определяется уравнением:

$$Q = C_1^0 r + C_2^0 + \frac{C_3^0}{r}. \qquad (82б)$$

В этом случае можно общее решение для круглой пластинки линейно переменной толщины записать так:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ w = C_1 r + C_2 \ln r - \frac{C_3}{r} - \frac{C_4}{2r^2} \\ &2)\ w^{\cdot} = C_1 + \frac{C_2}{r} + \frac{C_3}{r^2} + \frac{C_4}{r^3} \\ &3)\ M_1 = B\left(\vartheta^{\cdot} + \nu\frac{\vartheta}{r}\right) \\ &4)\ M_2 = B\left(\frac{\vartheta}{r} + \nu\vartheta^{\cdot}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (82)$$

м). Круглая плита постоянной толщины на упругом основании

Оставляя в силе принятое нами условие о пропорциональности между нагрузкой и просадкой упругого основания, т. е. принимая в уравнении (55)

$$p_н = -g + k_г y,$$

где $k_г$ — коэффициент постели грунта, можно, воспользовавшись уравнениями (55) и (79) решить задачу об изгибе круглой плиты на упругом основании, находящейся под действием поперечной нагрузки (т. е. при $T_{10} = 0$ и $T_{20} = 0$).

Из уравнения 55 при $T_{10} = T_{20} = 0$:

$$(Qr)^{\cdot} = p_н r = -(g - k_г y)\, r, \qquad (83а)$$

а из уравнения (79)

$$\left[\frac{(\psi r)^{\cdot}}{r}\right]^{\cdot} = -Q. \qquad (83б)$$

Выберем новое независимое переменное x так, чтобы $dx = r\,dr$; $x = \frac{r^2}{2}$.

Тогда, обозначив $\psi r = z$, получим:

$$r^2 \frac{d^2 z}{dx^2} = -Qr$$

или

$$2x \frac{d^2 z}{dx^2} = -Qr. \qquad (83в)$$

Дифференцируем обе части уравнения (79) по r. Учитывая, что $(\ )^{\cdot} = r\frac{d(\ )}{dx}$, получим:

$$r\frac{d}{dx}\left[2x\frac{d^2z}{dx^2}\right] = (g - k_{\text{г}}y)\,r. \qquad (83\text{г})$$

Так как $\psi = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}y^{\cdot} = By^{\cdot}$, то деля уравнение (83г) на r и беря производную по r, получим:

$$r\frac{d^2}{dx^2}\left[2x\frac{d^2z}{dx^2}\right] = g^{\cdot} - \frac{k_{\text{г}}}{B}\psi,$$

а, умножая обе части на r, получаем:

$$2x\frac{d^2}{dx^2}\left[2x\frac{d^2z}{dx^2}\right] = g^{\cdot}r - \frac{k_{\text{г}}}{B}z. \qquad (83)$$

Если внешняя нагрузка равномерно распределена ($g^{\cdot} = 0$), то, деля на 4, получаем:

$$x\frac{d^2}{dx^2}\left[x\frac{d^2z}{dx^2}\right] + \frac{k_{\text{г}}}{4B}z = 0. \qquad (84\text{а})$$

Это однородное линейное дифференциальное уравнение 4-го порядка распадается на два сопряженных 2-го порядка:

$$x\frac{d^2z}{dx^2} \pm iz\sqrt{\frac{k_{\text{г}}}{4B}} = 0. \qquad (84)$$

Уравнение (84) является уравнением Бесселя 1-го порядка при комплексном значении аргумента. Его частный интеграл (см. Карман и Био «Математические методы в инженерном деле», 1948, стр. 66):

$$z = x^{\frac{1}{2}}J_1\left[\pm\frac{2x^{\frac{1}{2}}}{\lambda}(1 \pm i)\right] \qquad (85)$$

или, так как $x^{\frac{1}{2}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$, $\qquad z = \psi r;$

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}J_1[\pm(1 \pm i)\varphi] = \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{ber}_1\varphi,$$

где $\varphi = \frac{r\sqrt{2}}{\lambda}$;

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4B}{k_{\text{г}}}} = \sqrt[4]{\frac{E\delta^3}{3k_{\text{г}}(1-\nu^2)}};$$

δ — толщина плиты;

$k_{\text{г}}$ — коэффициент упругой податливости грунта (коэффициент постели).

Общий интеграл уравнения (84а) будет:

$$\psi = C_1'\operatorname{ker}_1\varphi + C_2'\operatorname{kei}_1\varphi + C_3'\operatorname{ber}_1\varphi + C_4'\operatorname{bei}_1\varphi. \qquad (86\text{а})$$

Пользуясь асимптотическим разложением цилиндрических функций (см. Р. О. Кузьмин «Бесселевы функции», 1935, стр. 75), общий интеграл уравнения (84а) запишем в виде:

$$\psi = \frac{\lambda r_0}{r}\{C_1''e^{-\varphi}\cos\varphi + C_2''e^{-\varphi}\sin\varphi + C_3''e^{\varphi}\cos\varphi + C_4''e^{\varphi}\sin\varphi\}, \qquad (86\text{б})$$

где r_0 — краевое значение радиуса.

Мы сохраним только первый член разложения асимптотического ряда:

$$\alpha(\varphi) = \varphi + \frac{3}{16\varphi} - \frac{75}{192\varphi^3} + \dots$$

Ошибка при пренебрежении всеми членами разложения, кроме первого, не превысит 5%, если $\frac{3}{16\varphi^2} < 0,05$ или при $\varphi > \sqrt{\frac{60}{16}} = 1,93$.

Следовательно, решение (86б) (с погрешностью для φ менее 5%) годится уже на участках, где $r \geqslant 2\lambda$ (не близко к центру).

При $r > 4\lambda$ погрешность соответственно не превысит 1%. Например, для круглой пластинки без отверстий при $\nu = 0$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\psi = \frac{\lambda r_0}{r}\{C_1''\eta_1 + C_2''\eta_2\}\\
&M_1 = \frac{\lambda r_0}{r^2}\left\{\left[C_1\left(\frac{r\sqrt{2}}{\lambda} - 1\right) - C_2\frac{r\sqrt{2}}{\lambda}\right]\eta_1 + \right.\\
&\qquad\qquad\left. + \left[C_2\left(\frac{r\sqrt{2}}{\lambda} - 1\right) + C_1\frac{r\sqrt{2}}{\lambda}\right]\eta_2\right\}\\
&M_2 = \frac{\lambda r_0}{r^2}\{C_1''\eta_1 + C_2''\eta_2\}
\end{aligned}
\right\} \quad (86)
$$

Глава IV

СТАТИКА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РЕЗЕРВУАРОВ

Резервуар представляет собой конструкцию, состоящую из плит (пластинок), опирающихся на систему балок и стоек или оболочку двоякой кривизны, чаще — оболочку вращения.

На резервуар действуют статические нагрузки, обычно симметричные относительно вертикальной плоскости или вертикальной оси. Это позволяет упростить расчеты конструктивных элементов резервуара.

Кроме того, для практических инженерных задач в большинстве случаев можно ограничиться приближенными решениями, основанными на пренебрежении факторами, мало влияющими на степень точности расчета резервуара, но усложняющими его. К числу таких факторов относится, например, влияние поперечного расширения при сжатии. Наконец, большое облегчение в расчетах дают вспомогательные таблицы. Однако нужно знать теорию, положенную в основу расчетов интересующих нас конструкций, чтобы иметь возможность проверить правильность результата и уметь решить задачу в тех случаях, когда нельзя воспользоваться таблицами.

1. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

При расчете резервуара решение краевой задачи сводится к симметричной системе алгебраических линейных уравнений, чаще всего к трехчленной.

Решение системы линейных алгебраических уравнений удобнее всего проводить в табличной форме — алгоритмом.

Так, если имеется система линейных уравнений

$$
\begin{array}{ll}
1) & \delta_{11}x_1+\delta_{12}x_2+\ldots+\delta_{1i}x_i+\delta_{1k}x_k+\ldots+\delta_{1n}x_n+\Delta_{1p}=0\\
2) & \delta_{21}x_1+\delta_{22}x_2+\ldots+\delta_{2i}x_i+\delta_{2k}x_k+\ldots+\delta_{2n}x_n+\Delta_{2p}=0\\
3) & \delta_{31}x_1+\delta_{32}x_2+\ldots+\delta_{3i}x_i+\delta_{3k}x_k+\ldots+\delta_{3n}x_n+\Delta_{3p}=0\\
\multicolumn{2}{l}{\dotfill}\\
i) & \delta_{i1}x_1+\delta_{i2}x_2+\ldots+\delta_{ii}x_i+\delta_{ik}x_k+\ldots+\delta_{in}x_n'+\Delta_{ip}=0\\
k) & \delta_{k1}x_1+\delta_{k2}x_2+\ldots+\delta_{ki}x_i+\delta_{kk}x_k+\ldots+\delta_{kn}x_n+\Delta_{kp}=0\\
\multicolumn{2}{l}{\dotfill}\\
n) & \delta_{n1}x_1+\delta_{n2}x_2+\ldots+\delta_{ni}x_i+\delta_{nk}x_k+\ldots+\delta_{nn}x_n+\Delta_{np}=0
\end{array}
$$

(здесь $i=k-1$), то ее можно записать в табличной форме так (см. табл. 8).

В силу закона о взаимности виртуальных работ и закона о взаимности перемещений $\delta_{ik}=\delta_{ki}$ и матрица системы уравнений оказывается симметричной относительно главной диагонали (диагонали, соединяющей главные коэффициенты δ_{11}; δ_{22}; δ_{ii}; δ_{kk}; δ_{nn}).

Такую симметричную систему можно записать короче, условившись вместо коэффициентов, лежащих ниже главной диагонали, ставить жирную

Таблица 8

Запись системы линейных алгебраических уравнений

№ уравнений	x_1	x_2	....	x_i	x_k	....	x_n	Грузовой член
1	δ_{11}	δ_{12}	....	δ_{1i}	δ_{1k}	....	δ_{1n}	Δ_{1p}
2	δ_{21}	δ_{22}	....	δ_{2i}	δ_{2k}	....	δ_{2n}	Δ_{2p}
....	....	....		....	....		....	....
i	δ_{i1}	δ_{i2}	....	δ_{ii}	δ_{ik}		δ_{in}	Δ_{ip}
k	δ_{k1}	δ_{k2}	....	δ_{ki}	δ_{kk}		δ_{kn}	Δ_{kp}
....	....	....		....	....		....	....
n	δ_{n1}	δ_{n2}	....	δ_{ni}	δ_{nk}	....	δ_{nn}	Δ_{np}

точку, и ничего не писать, если коэффициент равен нулю. Это показано в таблице 9.

Таблица 9

Схема записи и чтения симметричной системы линейных уравнений

№ уравнений	x_1	x_2	....	x_i	x_k	....	x_n	Грузовой член
1	δ_{11}	δ_{12}	....	δ_{1i}	δ_{1k}	....	δ_{1n}	Δ_{1p}
2	•	δ_{22}	....	δ_{2i}	δ_{2k}	....	δ_{2n}	Δ_{2p}
....	....	....	....	....	....	....	....	....
i	•	•	....	δ_{ii}	δ_{ik}	....	δ_{in}	Δ_{ip}
k	•	•	....	•	δ_{kk}	....	δ_{kn}	Δ_{kp}
....	....	....	....	....	....	....	....	....
n	•	•	....	•	•	....	δ_{nn}	Δ_{np}

Чтение уравнений в этом случае нужно вести так, как показано стрелками в таблице 9, т. е. читать первую строчку по горизонтали, а остальные – по ломаной линии.

Таким образом сокращается запись уравнений.

В практике одну и ту же статически неопределенную систему при различных загружениях приходится решать несколько раз. Этого можно избежать и, следовательно, значительно облегчить труд проектировщика, если решать такую систему с помощью сокращенного алгоритма Гаусса. При использовании алгоритма уравнения решаемой системы записывают в соответствующим образом заполняемую таблицу.

Если, например, ранее приведенную симметричную систему n уравнений надо решать для различных загружений, от a до m, в которых Δ_{ip} принимают последовательно значения Δ_{iq}; Δ_{iq}; Δ_{im} и т. д., то запись ее ведется как показано в таблице 10.

При составлении уравнений нужно стремиться так выбрать основную систему, чтобы получить наиболее простую матрицу. Самой простой будет система, у которой все побочные коэффициенты (вне главной диагонали) равны нулю. Тогда получается n уравнений, каждое с одним неизвестным.

Для решения такой системы алгоритм не нужен.

Таблица 10

Запись симметричной системы n линейных уравнений для m различных загружений

№ уравнений	x_1	x_2	....	x_i	x_k	....	x_n	Свободные члены (от нагрузок)				
								а	*б*	*в*	....	m
1	δ_{11}	δ_{12}	....	δ_{1i}	δ_{1k}	....	δ_{1n}	Δ_{1p}	Δ_{1g}	Δ_{1q}	....	Δ_{1m}
2	•	δ_{22}	....	δ_{2i}	δ_{2k}	....	δ_{2n}	Δ_{2p}	Δ_{2g}	Δ_{2q}	....	Δ_{2m}
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
i	•	•	....	δ_{ii}	δ_{ik}	....	δ_{in}	Δ_{ip}	Δ_{ig}	Δ_{iq}	....	Δ_{im}
k	•	•	....	•	δ_{kk}	....	δ_{kn}	Δ_{kp}	Δ_{kg}	Δ_{kq}	....	Δ_{km}
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
n	•	•	....	•	•	....	δ_{nn}	Δ_{np}	Δ_{ng}	Δ_{nq}	....	Δ_{nm}

Следующая простейшая система — трехчленная, т. е. такая, в которой отличны от нуля коэффициенты главной диагонали (δ_{ii}, δ_{kk}) и соседние с ними по обе стороны (δ_{ik}, δ_{ki}), все же остальные коэффициенты при неизвестных — нули.

Симметричная система n трехчленных уравнений запишется так (см. табл. 11).

78

Таблица 11

Запись системы трехчленных линейных алгебраических уравнений

№ уравнений	x_1	x_2	x_3	....	x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	...	Свободные члены				
									а	*б*	*в*	...	m
1	δ_{11}	δ_{12}	....	...	....	....	....	...	Δ_{1p}	Δ_{1g}	Δ_{1q}	...	Δ_{1m}
2	•	δ_{22}	δ_{23}	...	....	....	....	...	Δ_{2p}	Δ_{2g}	Δ_{2q}	...	Δ_{2m}
3	....	•	δ_{33}	...	....	....	....	...	Δ_{3p}	Δ_{3g}	Δ_{3q}	...	Δ_{3m}
...	....	....	....	...	....	....	....	...	....	....	....	...	....
$i-1$	....	....	....	...	$\delta_{i-1;\,i-1}$	$\delta_{i-1;\,i}$	....	...	$\Delta_{i-1;\,p}$	$\Delta_{i-1;\,g}$	$\Delta_{i-1;\,q}$	...	$\Delta_{i-1;\,m}$
i	....	....	....	...	•	δ_{ii}	$\delta_{i;\,i+1}$	...	Δ_{ip}	Δ_{ig}	Δ_{iq}	...	Δ_{im}
$i+1$	....	....	....	...	....	•	$\delta_{i+1;\,i+1}$	...	$\Delta_{i+1;\,p}$	$\Delta_{i+1;\,g}$	$\Delta_{i+1;\,q}$	...	$\Delta_{i+1;\,m}$
...	....	....	....	...	....	....	....	...	....	....	....	...	....

Решение такой системы уравнений с помощью сокращенного алгоритма Гаусса приведено ниже.

2. РЕШЕНИЕ СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕХЧЛЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Решение трехчленных уравнений методом исключения состоит в последовательном уменьшении числа уравнений до одного и затем в подстановке полученных значений искомых величин в уравнения, имеющие только 2 неизвестных. При пользовании алгоритмом в таблицу целесообразно ввести контрольный столбец, позволяющий контролировать решение непрерывно; этот столбец нужно помещать в конце таблицы, чтобы контролировать все решение.

Для пояснения мы введем слева от таблицы столбец 1, в котором запишем производимое над уравнением действие (этот столбец может и отсутствовать). В таблице справа помещается столбец 10 уравнительных коэффициентов. Для выявления картины достаточно решить четыре уравнения. В примере (см. табл. 12) коэффициенты уравнений взяты произвольно, однако подобраны так, чтобы результаты получались сравнительно простыми. В таблице 12 приведено решение для 4 трехчленных уравнений с коэффициентами при неизвестных $\delta_{11}=2$; $\delta_{12}=\delta_{21}=4$; $\delta_{22}=3$; $\delta_{23}=\delta_{32}=10$; $\delta_{33}=4$; $\delta_{34}=\delta_{43}=-6$; $\delta_{44}=3{,}5$ (остальные коэффициенты при неизвестных равны нулю). Решение сделано для трех различных загружений (т. е. решается система уравнений с одинаковыми матрицами 3 раза). Свободные члены в уравнениях таблицы 12 при обозначениях по таблице 11 можно записать так: $\Delta_{1p}=8$; $\Delta_{2p}=-4$; $\Delta_{3p}=4$; $\Delta_{4p}=1$; $\Delta_{1g}=-2$; $\Delta_{2g}=1$; $\Delta_{3g}=2$; $\Delta_{4g}=5$; $\Delta_{1q}=-3$; $\Delta_{2q}=3$; $\Delta_{3q}=-2$; $\Delta_{4q}=-3$ и т. д.

Для исключения x_1 достаточно помножить строку 1 на отношение второго коэффициента в ней к первому, взятое с обратным знаком $\left(\text{т. е. на } k_{21}=-\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}=-2\right)$. В результате получаем строку 5 таблицы, обозначенную в таблице 12 римской цифрой I. Сложив строку I со строкой 2, получаем строку 6, обозначенную римской цифрой II. Теперь у нас остаются три уравнения: II, 3 и 4 с неизвестными x_2, x_3 и x_4, т. е. на одно уравнение меньше, чем было вначале.

Делая указанные вычисления, следует производить соответствующие действия и с графой Σ для контроля правильности произведенных вычислений. Например, если коэффициенты строки I сложить [под жирной точкой в строке I подразумевается $2\times(-2)=-4$] $(-4)+(-8)+(-16)+4+6=-18$, то это должно равняться Σ первой строки $(+9)$, умноженной на k_{21} (на -2). Если этого равенства не получилось, то нельзя делать дальнейших вычислений, так как очевидно, что мы где-то допустили ошибку.

После того как мы получили строку II, повторяем операцию с новыми строками (помножаем на $k_{3\text{II}}$ коэффициенты строки II и складываем с соответствующими коэффициентами строки 3). Это приводит к двум уравнениям (строки III и 4). Повторив подобную операцию над строками III и 4, придем к одному уравнению IV с одним неизвестным x_4. Последнее легко определить делением соответствующего свободного члена на коэффициент при x_4, взятый с обратным знаком (это проделано в строке В). Этим кончается так называемый «прямой ход» вычислений.

Теперь, пользуясь таблицей, нужно определить значения неизвестных, начиная с x_3 до x_1. Это удобно делать подстановкой в уравнения занумерованные римскими цифрами, так как в них отличны от нуля лишь два коэффициента при неизвестных. Эту операцию называют обычно «обратным ходом» вычислений. Строка В получается из строки IV делением на коэффициент при x_4, взятый с обратным знаком, или, что то же, помножением на $k_{\text{IV IV}}=-\frac{1}{2}$ (обратный коэффициенту при x_4). При вычислении в строке В значения контрольной цифры Σ нужно помнить, что на месте x_4 следует подразумевать минус единицу (например, это уравнение для загружения a должно быть записано так: $-x_4+4=0$).

Затем нужно коэффициенты строки В помножить на коэффициент при x_4 в строке III (не меняя знака, так как при x_4 в строке В есть минус единица) и полученную строку Г сложить со строкой III. Тогда получится строка Д — уравнение с одним неизвестным x_3. Последнее легко определяется делением коэффициентов строки на коэффициент при x_3 в строке Д, взятый с обратным знаком (в нашем случае -24).

Дальнейший ход вычислений тот же самый.

Последнюю подстановку можно делать не только в строку 1, но и в строку I, так как в ней также лишь 2 неизвестных (в нашем примере сделана подстановка в строку 1).

Таблица 12

Сокращенный алгоритм Гаусса

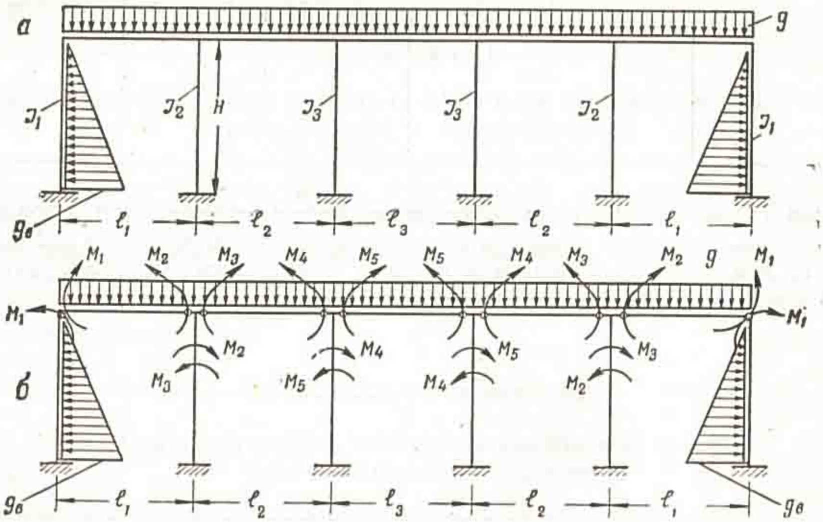
(Пример решения трехчленных линейных алгебраических уравнений)

№ строк	№ уравнений и действия над ними	x_1	x_2	x_3	x_4	Свободные члены (от нагрузки) а	б	в	Контроль Σ	Уравнительные коэффициенты
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	4			+8	−2	−3	+9	$\kappa_{21}=-\frac{4}{2}=-2$
2	2	·	3	10		−4	+1	+3	+17	
3	3		·	4	−6	+4	+2	−2	+12	
4	4			·	3,5	+1	+5	−3	+0,5	
5	$\mathrm{I}=1\times k_{21}$	·	−8			−16	−4	+6	−18	
6	$\mathrm{II}=2+\mathrm{I}$		−5	10		−20	+5	+9	−1	$\kappa_{3\mathrm{II}}=-\frac{10}{-5}=+2$
7	$\mathrm{A}=\mathrm{II}\times k_{3\mathrm{II}}$		·	20		−40	+10	+18	−2	
8	$\mathrm{III}=3+\mathrm{A}$			24	−6	−36	+12	+16	+10	$\kappa_{4\mathrm{III}}=-\frac{-6}{24}=+\frac{1}{4}$
9	$\mathrm{Б}=\mathrm{III}\times\kappa_{4\mathrm{III}}$			·	−1,5	−9	+3	+4	+2,5	
10	$\mathrm{IV}=4+\mathrm{Б}$				2	−8	+8	+1	+3	$\kappa_{\mathrm{IV\,IV}}=-\frac{1}{2}$
11	$\mathrm{В}=\mathrm{IV}\times\kappa_{\mathrm{IV\,IV}}$				$x_4=$	+4	−4	−0,5	−1,5	
12	$\Gamma=\mathrm{В}\times\delta_{\mathrm{III}4}$				·	−24	+24	+3	+9	
13	$\mathrm{Д}=\mathrm{III}+\Gamma$			24		−60	+36	+19	+19	$\kappa_{\mathrm{III\,III}}=-\frac{1}{24}$
14	$\mathrm{Е}=\mathrm{Д}\times\kappa_{\mathrm{III\,III}}$			$x_3=$		+2,5	−1,5	$-\frac{19}{24}$	$-\frac{19}{24}$	
15	$\mathrm{Ж}=\mathrm{Е}\times\delta_{\mathrm{II}3}$			·		+25	−15	$-\frac{95}{12}$	$-\frac{95}{12}$	
16	$\mathrm{З}=\mathrm{II}+\mathrm{Ж}$		−5			+5	−10	$+\frac{13}{12}$	$-\frac{107}{12}$	$\kappa_{\mathrm{II\,II}}=-\frac{-1}{5}=+\frac{1}{5}$
17	$\mathrm{И}=\mathrm{З}\times\kappa_{\mathrm{II\,II}}$		$x_2=$			+1	−2	$+\frac{13}{60}$	$+\frac{107}{60}$	
18	$\mathrm{К}=\mathrm{И}\times\delta_{12}$		·			+4	−8	$+\frac{13}{15}$	$-\frac{107}{15}$	
19	$\mathrm{Л}=1+\mathrm{К}$	2				+12	−10	$-\frac{32}{15}$	$+\frac{28}{15}$	$\kappa_{11}=-\frac{1}{2}$
20	$\mathrm{М}=\mathrm{Л}\times\kappa$	$x_1=$				−6	+5	$+\frac{16}{15}$	$-\frac{14}{15}$	

3. О ВЫБОРЕ ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ

Расчет резервуаров характерен тем, что решение часто сводится к рассмотрению плоской рамы, имеющей ось симметрии. Кроме того, приходится, как правило, учитывать упругий поворот опор. При таких условиях метод сил оказывается более удобным и простым; надо только выбрать рациональную основную систему, которая может быть сама статически неопределимой, однако должна давать наиболее простые решения.

Наиболее простым получается решение, когда его удается свести к системе трехчленных уравнений.



Фиг. 257. Схема многопролетной рамы (к вопросу о выборе основной системы с целью получения трехчленных линейных алгебраических уравнений):

а—заданная система; *б*—основная система.

Рама резервуара, изображенная на фигуре 257, *а*, имеет ось симметрии и при симметричном загружении решение ее сводится к системе трехчленных линейных алгебраических уравнений, если за неизвестные принять моменты в узлах рамы, т. е. если основную систему (фиг. 257, *б*) выбрать состоящей из однопролетных балок частью с двумя шарнирными опорами (ригель), частью с одной шарнирной другой защемленной опорами (стойки и стенка резервуара). В табличной форме для загружения по фигуре 257 уравнения запишутся так, как показано в таблице 13.

Таблица 13

Запись уравнений при решении рамы по фигуре 257

№ уравнений	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	Грузовые коэффициенты
1	$\frac{H'}{4}+\frac{l_1'}{3}$	$\frac{l_1'}{6}$				$-\frac{g_в H^2 H'}{120}+\frac{g l_1^2 l_1'}{24}$
2	•	$\frac{H''}{4}+\frac{l_1'}{3}$	$-\frac{H''}{4}$			$\frac{g l_1^2 l_1'}{24}$

Продолжение

№ уравнений	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	Грузовые коэффициенты
3		•	$\frac{H''}{4}+\frac{l'_2}{3}$	$\frac{l'_2}{6}$		$\frac{gl_2^2 l'_2}{24}$
4			•	$\frac{H'''}{4}+\frac{l'_2}{3}$	$-\frac{H'''}{4}$	$\frac{gl_2^2 l'_2}{24}$
5				•	$\frac{H'''}{4}+\frac{l'_3}{2}$	$\frac{gl_3^2 l'_3}{24}$

Если симметричная рама нагружена несимметрично, то проще всего нагрузку разложить на прямо и косо симметричную и, решив две системы, получить искомые величины или решать смешанным методом, закрепляя ригель против горизонтального смещения.

Глава V

О ВЫБОРЕ ОСНОВНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ НАЗЕМНЫХ И ПОДЗЕМНЫХ РЕЗЕРВУАРОВ

При выборе оптимальных соотношений геометрических размеров резервуара будем исходить из условия обеспечения минимума расхода материалов на оболочку резервуара, с поправкой на относительную стоимость ее частей. Этот способ при достаточной простоте оправдывается данными многолетнего проектирования резервуаров и подтверждается рядом исследований [26].

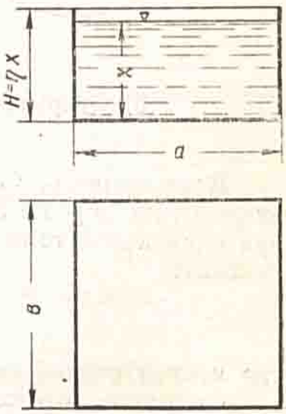
1. НАЗЕМНЫЕ РЕЗЕРВУАРЫ

а) Открытые прямоугольные и квадратные в плане резервуары малой емкости

При малой емкости резервуара толщина оболочки делается постоянной и расход материалов будет пропорционален внутренней поверхности.

Прямоугольный в плане резервуар (фиг. 258) с отношением сторон днища $\varkappa = \frac{b}{a}$ имеет площадь поверхности стен и днища

$$F = \varkappa a^2 + 2(1+\varkappa)\, ax\, \eta.$$



Фиг. 258. Схема открытого прямоугольного резервуара.

Объем воды в резервуаре и размер стороны днища могут быть выражены формулами

$$V_0 = \varkappa\, a^2 x; \quad a = \sqrt{\frac{V_0}{\varkappa x}},$$

где x — глубина воды в резервуаре.

Подставив в формулу для F, получим:

$$F = \frac{V_0}{x} + 2\eta(1+\varkappa)\sqrt{\frac{V_0 x}{\varkappa}}.$$

Здесь $\eta = \frac{V}{V_0}$; V — полный объем резервуара.

Для отыскания размеров резервуара, отвечающих $F_{\text{мин}}$, приравняем нулю первую производную от F по x:

$$\frac{dF}{dx} = -\frac{V_0}{x^2} + (1+\varkappa)\,\eta\sqrt{\frac{V_0}{\varkappa x}} = 0.$$

Откуда высота резервуара

$$H = \eta x = \frac{\varkappa a}{1+\varkappa} = \sqrt[3]{\frac{\eta\varkappa V_0}{(1+\varkappa)^2}} = \sqrt[3]{\frac{\varkappa V}{(1+\varkappa)^2}}, \tag{1a}$$

а размер стороны в плане

$$a=\sqrt[3]{\frac{(1+\varkappa)\eta V_0}{\varkappa^2}}=\sqrt[3]{\frac{(1+\varkappa)V}{\varkappa^2}}. \tag{1б}$$

Если $\varkappa=1$ (резервуар квадратный в плане), то площадь поверхности стен и днища выразится формулой:

$$F=a^2+4\eta\, ax.$$

Объем же воды в резервуаре:

$$V_0=a^2x \text{ или } a=\sqrt{\frac{V_0}{x}} \text{ и,}$$

следовательно

$$F=\frac{V_0}{x}+4\eta\sqrt{V_0x}.$$

Соответственно:

$$\frac{dF}{dx}=-\frac{V_0}{x^2}+2\eta\sqrt{\frac{V_0}{x}}=0,$$

откуда

$$2\eta\, x^2\sqrt{\frac{V_0}{x}}=V_0 \text{ и } x^3=\frac{V_0}{4\eta^2}.$$

Так как $V_0=a^2x$, то $x^2=\frac{a^2}{4\eta^2}$ и $x=\frac{a}{2\eta}$.

Высота резервуара

$$H=\eta x=\sqrt[3]{\frac{\eta V_0}{4}}=\sqrt[3]{\frac{V}{4}}, \tag{1в}$$

где $V=\eta V_0$ — полная вместимость резервуара.

Соответственно размер резервуара в плане:

$$a=2\eta\, x=\sqrt[3]{2\eta V_0}=\sqrt[3]{2V}. \tag{1г}$$

б) Открытый цилиндрический резервуар малой емкости с плоским днищем

Если принять, что стоимость единицы объема материала стенки резервуара будет дороже единицы объема материала в его днище в k_c раз, то при одинаковой толщине δ стенки и днища объем материалов (см. фиг. 259) составит

$$W\approx\pi\frac{x^2}{4}\delta+\pi xH\delta,$$

где x – внутренний диаметр резервуара.

Стоимость, отнесенная к стоимости единицы объема материала днища:

$$A=\frac{\pi x^2}{4}\delta+k_c\pi x H\delta.$$

Так как

$$V_0=\frac{\pi x^2}{4}H_в=\frac{\pi x^2}{4\eta}H,$$

то

$$H=\frac{4V_0\eta}{\pi x^2}.$$

Следовательно

$$A=\frac{\pi x^2}{4}\delta+\frac{4k_c\eta V_0}{x}\delta.$$

Определим $A_{мин}$:

$$\frac{dA}{dx}=\frac{\pi x}{2}\delta-\frac{4k_c\eta V_0}{x^2}\delta=0.$$

После умножения на $\frac{2x^2}{\pi\delta}$ получим:

$$x^3=\frac{8}{\pi}k_c\eta V_0$$

или

$$x=2\sqrt[3]{\frac{k_c\eta}{\pi}V_0}=2\sqrt[3]{\frac{k_c V}{\pi}}. \qquad (2а)$$

Высота резервуара:

$$H=\frac{4\eta V_0}{\pi x^2}=\sqrt[3]{\frac{\eta V_0}{\pi k_c^2}}=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi k_c^2}}. \qquad (2б)$$

Определим, до каких емкостей применимы формулы (2а) и (2б). Например, если принять для железобетонных резервуаров

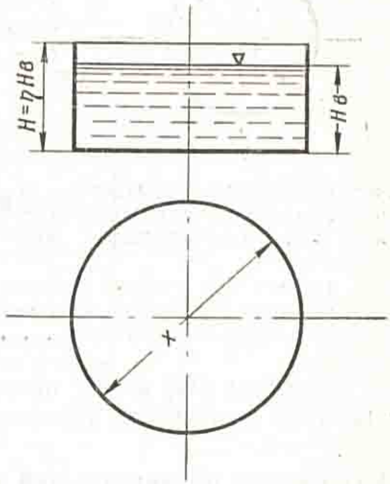
$$k_c=1,10; \quad \eta=1,20$$

и наибольший диаметр для днищ надземных резервуаров $x=5,0$ м, то

$$V_0^{макс}=\frac{\pi}{8k_c\eta}x^3=\frac{3,14\cdot125}{8\cdot1,1\cdot1,2}\approx40 \text{ м}^3.$$

Для железобетонных резервуаров, стоящих на земле, эти формулы применимы при $x\leqslant7$ м, т. е. для емкостей до

$$V_0^{макс}=\frac{3,14\cdot343}{8\cdot1,32}=100 \text{ м}^3.$$



Фиг. 259. Схема открытого цилиндрического резервуара с плоским днищем.

Приближенно получается (если считать $k_c=1$, т. е. если не учитывать разницы в стоимости материала стен и днища) для любого материала:

$H\approx\frac{x}{2}=r$ (оптимальная высота резервуара примерно равна его радиусу).

в) Открытый цилиндрический резервуар малой емкости с коническим днищем

Для резервуара, схема которого показана на фигуре 260, имеем:

$$W=\frac{\pi x^2}{4\cos\beta}\delta+\pi xH\delta;$$

$$V_0=\frac{\pi x^2}{4}\left(H_в+x\frac{\operatorname{tg}\beta}{6}\right),$$

откуда

$$H=\frac{4V_0\eta}{\pi x^2}-\eta\frac{x}{6}\operatorname{tg}\beta$$

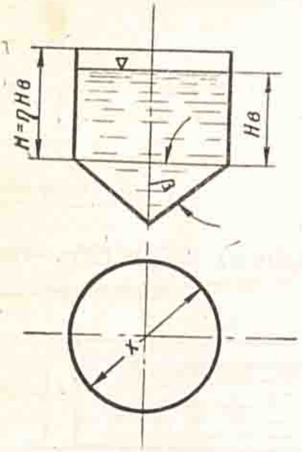
и

$$W=\frac{4V_0\eta}{x}\delta+\frac{\pi x^2}{4\cos\beta}\left(1-\frac{2}{3}\eta\sin\beta\right)\delta.$$

Если k_c — отношение стоимостей единицы объема материала стенки к тому же в днище, то относительная стоимость будет:

$$A = \frac{4k_c \eta V_0}{x} \delta + \frac{\pi x^2}{4 \cos \beta} \left(1 - \frac{2}{3} \eta k_c \sin \beta \right) \delta.$$

Приравнивая нулю первую производную от A по x, получим:



Фиг. 260. Схема открытого цилиндрического резервуара с коническим днищем.

$$\frac{1}{\delta} \frac{dA}{dx} = \frac{\pi x}{2 \cos \beta} \left(1 - \frac{2}{3} k_c \eta \sin \beta \right) - \frac{4k_c \eta V_0}{x^2} = 0,$$

откуда:

$$x = 2 \sqrt[3]{\frac{k_c \eta V_0 \cos \beta}{\pi \left(1 - \frac{2}{3} k_c \eta \sin \beta \right)}}. \qquad (2в)$$

При $\beta = 0$ формула (2в) совпадает с формулой (2а).

Для резервуаров с коническими днищами, в которых за полезный объем V_0 принимается объем цилиндрической части (например, железобетонные канализационные отстойники), получим:

$$x = 2 \sqrt[3]{\frac{k_c \eta V_0 \cos \beta}{\pi}}. \qquad (2г)$$

Значение коэффициентов k_c различны для разных материалов и местных условий, но ориентировочно можно принимать:

при плоском висячем днище в надземных резервуарах . . . . $k_c = 0{,}95 \div 1{,}00$;
при плоском днище, лежащем на грунте . . . . $k_c = 1{,}05 \div 1{,}15$;
при коническом днище . . . . $k_c = 1{,}0 \div 1{,}08$.

Формулы (2в) и (2г) пригодны и для выбора размеров стальных баков с висячим коническим днищем.

г) Открытый цилиндрический железобетонный резервуар с плоским днищем

При емкости железобетонного резервуара более 100 м³ его конструкция делается различной в зависимости от того, на какой отметке находится грунтовая вода. При наличии грунтовой воды выше днища резервуара необходима проверка пустого резервуара на всплывание и соответствующее утолщение дна и стенок.

При сухих грунтах толщина днища назначается конструктивно, а под стенкой сооружается кольцевой фундамент.

Подсчитаем расход железобетона на резервуар в сухих грунтах (фиг. 261) по элементам.

Стенка в таких резервуарах может рассчитываться без учета растяжимости днища, так как последняя обычно невелика. Поэтому считается, что в месте примыкания к днищу цилиндр не испытывает кольцевых растягивающих усилий.

Толщина цилиндрической оболочки наполненного жидкостью незасыпанного резервуара при таких краевых условиях определяется исходя из наибольших растягивающих усилий в кольцевом направлении на глубине $\alpha H_в$.

На фигуре 261, б нанесена примерная эпюра кольцевых усилий при рассматриваемых краевых условиях (сплошная линия) и эпюра тех же усилий при свободных краях (пунктирная линия).

В железобетонных конструкциях, работающих на растяжение при условии недопущения трещин (стенки резервуаров), толщина их определяется из формулы:

$$\delta = \frac{N}{R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right).$$

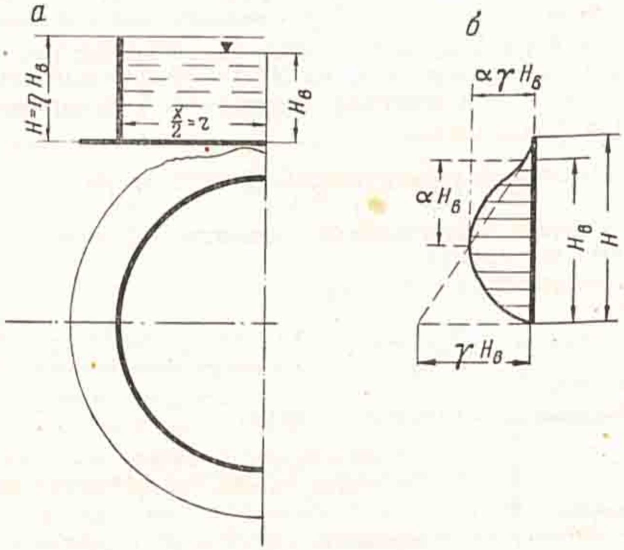
В нашем случае:

$$N = \gamma\alpha H_в r$$

и

$$\delta = \frac{\gamma\alpha H_в r}{R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right), \tag{3а}$$

где R_p — предел прочности бетона на растяжение;
$\sigma_т$ — предел текучести арматуры;
$k_т$ — коэффициент запаса прочности против появления трещин;
k — коэффициент запаса прочности;
α — коэффициент, меньший единицы, учитывающий влияние защемления стенки внизу.



Фиг. 261. Открытый цилиндрический резервуар с плоским днищем:
а—разрез и план; *б*—эпюры кольцевых усилий в стенке резервуара.

Для рассматриваемой конструкции

$$\alpha = 0{,}6 \div 0{,}8.$$

Если V_0 — объем жидкости в резервуаре, то:

$$H_в = \frac{4V_0}{\pi x^2};\ r = \frac{x}{2}$$

и

$$\delta = \frac{2\alpha\gamma V_0}{\pi x R_p}\left(k_т - \frac{200\,k}{\sigma_т}\right). \tag{3б}$$

При постоянной толщине стенки расход железобетона на нее определится из формулы:

$$\pi x F_c = \pi x \delta H = \frac{8\alpha\gamma\eta V_0^2}{\pi x^2 R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right).$$

Если относительная стоимость единицы железобетона в стенке k_c, то вся ее относительная стоимость:

$$A_c = k_c \pi x F_c = \frac{8\alpha\gamma\eta k_c V_0}{\pi x^2 R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right) = \frac{B_c}{x^2}.$$

При линейно меняющейся толщине стенки и заданной толщине ее вверху δ_2 толщина ее внизу δ_1 может быть определена из следующей формулы, которая легко выводится из подобия треугольников:

$$\delta_1 = \frac{\gamma H_в r}{R_p}\left(k_т - \frac{200\,k}{\sigma_т}\right) - \frac{1-\alpha}{\alpha}\delta_2. \tag{3в}$$

Если подставить в формулу (3в) $\delta_2 = \delta_1$, то получится формула (3б). Для $\alpha > 0{,}5$ объем железобетона на стенку трапецоидального сечения будет меньше, а при $\alpha < 0{,}5$ — больше, чем при постоянной толщине.

При определении оптимальных размеров, в целях упрощения вычислений можно пользоваться формулой (3б) и в случае устройства стенки трапецоидального сечения. Разница с результатом, получающимся при использовании формулы (3в), будет тем меньше, чем α ближе к 0,5.

Кольцевой ленточный фундамент проектируется обычно такой ширины, чтобы давление воды на выступе фундамента уравновешивало изгибающий момент внизу стенки при жесткой заделке ее в фундамент. При таких условиях ширина фундамента:

$$b_ф = \lambda\left[1 + \frac{\gamma_г}{\gamma}\operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

где $\gamma_г$ — объемный вес грунта;
γ — то же, жидкости;

$$\lambda = \frac{\sqrt{r\delta}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \cong 0{,}76\sqrt{\frac{\alpha\gamma V_0}{\pi R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)}.$$

Средняя толщина фундаментной ленты:

$$\delta_ф = c_1\delta = \frac{2c_1\gamma\alpha V_0}{\pi x R_p}\left(k_т - \frac{200\,k}{\sigma_т}\right),$$

а расход железобетона на фундамент

$$\pi x\,\delta_ф b_ф = \frac{1{,}52\,\alpha\gamma c_1 V_0}{R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)\sqrt{\frac{\alpha\gamma V_0}{\pi R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)}\left[1 + \frac{\gamma_г}{\gamma}\operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right].$$

Этот расход не зависит от изменения диаметра резервуара при данной емкости.

Относительная стоимость возведения фундаментной ленты:

$$A_ф = \frac{1{,}52\,c_1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{\alpha\gamma}{R_p}V_0\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)\right]^{3/2}\left[1 + \frac{\gamma_г}{\gamma}\operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\right] = B_ф$$

Днище примем толщиной $\delta_д$. Тогда:

$$A_д \approx \frac{\pi x^2}{4}\delta_д = B_д x^2.$$

Общая относительная стоимость:

$$A = \frac{B_c}{x^2} + B_ф + B_д x^2;$$

$$\frac{dA}{dx} = -\frac{2B_c}{x^3} + 2B_д x = 0.$$

Откуда получим оптимальный диаметр резервуара:

$$x = \sqrt[4]{\frac{B_c}{B_д}} = \sqrt[4]{\frac{32\alpha\gamma\, k_c\, \eta\, V_0^2}{\pi^2 \delta_д R_р}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)} \tag{4а}$$

или

$$x = 2\sqrt[4]{\frac{2\alpha\gamma k_c \eta\, V_0^2}{\pi^2 \delta_д R_р}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)}. \tag{4б}$$

Оптимальная высота стенки резервуара:

$$H = \sqrt{\frac{\eta \delta_д R_р}{2\alpha\gamma\, k_c\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)}}. \tag{4в}$$

Из формулы (4в) видно, что экономически выгодная по стоимости возведения высота открытого цилиндрического резервуара с конструктивным днищем не зависит от емкости резервуара.

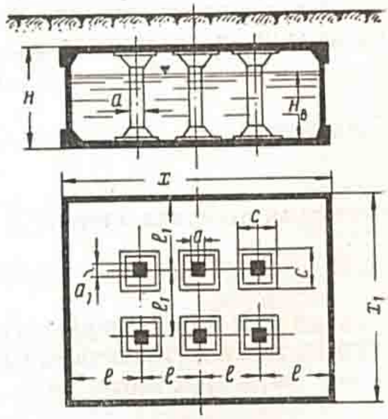
Так как расход железобетона на кольцевой фундамент не влияет на соотношение размеров резервуара, то при определении размеров резервуаров для насыщенных водой грунтов можно пользоваться формулами (4б) и (4в), подставляя значение $\delta_д$, определяемое из условий устойчивости против всплывания или из условий прочности.

2. ПОДЗЕМНЫЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ РЕЗЕРВУАРЫ

а) Прямоугольный резервуар с безбалочными покрытием и днищем

В качестве примера рассмотрим резервуар, представленный на фигуре 262.

Пусть n и n_1 — число (целое) колонн в одном ряду по соответствующей стороне x и x_1 резервуара в плане, причем x — бóльшая сторона (на фиг. 262 $n = 3$ и $n_1 = 2$), а l — бóльшая длина панели.



Фиг. 262. Подземный прямоугольный в плане резервуар с безбалочными покрытием и днищем.

Соотношения основных размеров резервуара в плане задаются, исходя из местных, технологических или иных условий (оптимальным по стоимости будет случай, когда $x = x_1$ и $l = l_1$).

Будем считать, что нам дано:

$$s = \frac{x_1}{x}; \quad s \leqslant 1; \quad \frac{l_1}{l} = s\,\frac{n+1}{n_1+1}.$$

Полный объем резервуара V принимают пропорциональным его полезной емкости V_0:

$$V = \eta V_0; \quad \eta = \frac{V}{V_0} > 1.$$

Размеры поперечного сечения колонны принимают пропорциональными длинам панелей, т. е.

$$a = \theta l; \quad a_1 = \theta l_1.$$

Так как площадь сечения колонны

$$F_к = aa_1 = \frac{q l l_1}{\varphi_1 \frac{R_{пр}}{k}(1 + \mu m_1)} = \theta^2 l l_1,$$

то

$$\theta = \sqrt{\frac{kq}{\varphi_1 R_{\text{пр}} (1 + \mu m_1)}},$$

где φ_1 — коэффициент продольного изгиба;

q — нагрузка на единицу площади покрытия;

$\mu = \frac{F_{\text{а}}}{F_{\text{к}}}$ — коэффициент армирования; $m_1 = \frac{\sigma_{\text{т}}}{R_{\text{пр}}}$;

$F_{\text{а}}$ — площадь сечения арматуры.

Размеры капители принимают также пропорциональными длинам панелей:

$$c = \rho l; \quad c_1 = \rho l_1.$$

Толщина плиты пропорциональна полезной высоте сечения:

$$h = \chi h_0; \quad \chi = \frac{h}{h_0} > 1.$$

Расчетные изгибающие моменты определяют ориентировочно, исходя из формулы:

$$M_0 = 0{,}125 q l^2 l_1 \left(1 - \frac{2}{3}\rho\right).$$

Стенка резервуара. Стенка резервуара работает на внецентренное сжатие. При высоте H не более $5 \div 5{,}5$ м стенка выполняется без контрфорсов. Расчетный изгибающий момент, воспринимаемый стенкой, можно выразить следующим образом:

$$M_{\text{макс}} = \alpha_{\text{с}} q_{\text{в}} H^2,$$

где

$$H = \frac{\eta V_0}{s x^2};$$

$\alpha_{\text{с}}$ — коэффициент защемления.

Нагрузку на стенку от давления воды принимают распределенной по закону треугольника:

$$q_{\text{в}} = \gamma H_{\text{в}} = \gamma \frac{H}{\eta}.$$

Следовательно

$$M_{\text{макс}} = \alpha_{\text{с}} \frac{\gamma}{\eta} H^3.$$

Расчетная толщина стенки:

$$\delta_{\text{с}} = \chi c_2 \sqrt{M_{\text{макс}}} = \chi c_2 H \sqrt{\alpha_{\text{с}} \frac{\gamma}{\eta} H}. \tag{5а}$$

Так как наибольший изгибающий момент имеет место вблизи середины высоты стенки, то площадь вертикального сечения стенки приближенно может быть определена так:

$$F_{\text{с}} = \delta_{\text{с}} H = \chi c_2 H^2 \sqrt{\alpha_{\text{с}} \frac{\gamma}{\eta} H}.$$

Подставив сюда значение H, выраженное через емкость резервуара, получим:

$$F_{\text{с}} = \chi c_2 \eta^2 x^{-5} \sqrt{\frac{\gamma \alpha_{\text{с}} V_0^5}{s^5}}.$$

Имея в виду, что протяженность стенок в плане

$$\sum l = 2(x + x_1) = 2x(1 + s),$$

выразим расход железобетона в функции основных размеров и емкости резервуара и, принимая за единицу стоимость 1 м^3 железобетона стенок, получим относительную стоимость их:

$$A_c = 2\chi c_2 \eta^2 (1+s)\, x^{-4} \sqrt{\frac{\alpha_c \gamma V_0^5}{s^5}}.$$

Плита покрытия. Для квадратных панелей безбалочного покрытия расчетный изгибающий момент:

$$M = \alpha_п M_0,$$

где $M_0 = q\frac{l^2}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right) = \frac{qx^2}{8(n+1)^2}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)$; $\rho = \frac{c}{l}$;

$\alpha_п$ — коэффициент, учитывающий влияние неразрезности конструкции; c — размер капители.

Расчетная толщина плиты покрытия:

$$\delta_п = \chi c_2 \sqrt{M} = \chi c_2 \frac{x}{n+1}\sqrt{\frac{\alpha_п q}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}. \qquad (5б)$$

Площадь покрытия в плане:

$$F_п = x x_1 = s x^2.$$

Относительная стоимость покрытия $A_п$ при стоимости 1 м^3 железобетона в нем, равной $k_п$:

$$A_п = k_п F_п \delta_п = k_п \chi c_2 s\, \frac{x^3}{n+1}\sqrt{\frac{\alpha_п q}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Расход железобетона на днище примем равным расходу на покрытие. Относительная стоимость днища составит:

$$A_д = k_д \chi \cdot c_2 s\, \frac{x^3}{n+1}\sqrt{\frac{\alpha_п q}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Колонны. Число колонн: $m = nn_1$.

Объем железобетона в одной колонне:

$$(1+k_2)\, a a_1 H = (1+k_2)\,\theta^2 l l_1 H = (1+k_2)\,\theta^2 \frac{\eta \cdot V_0}{(n+1)(n_1+1)};$$

здесь k_2 — отношение объема капители к объему колонны.

Относительная стоимость колонн:

$$A_к = k_к (1+k_2)\,\eta \theta^2 V_0 \frac{nn_1}{(n+1)(n_1+1)}.$$

Общая относительная стоимость резервуара:

$$A = \left[(k_п + k_д)\frac{c_2 \chi s}{n+1}\sqrt{\frac{\alpha_п q}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}\right] x^3 + \left[2\chi c_2 \eta^2 (1+s)\sqrt{\frac{\gamma \alpha_c V_0^5}{s^5}}\right] x^{-4} + (1+k_2)\, k_к \eta \theta^2 V_0 \frac{nn_1}{(n+1)(n_1+1)}$$

или

$$A = c_1 x^3 + c_2 x^{-4} + c_3.$$

Приравняем нулю производную по x:

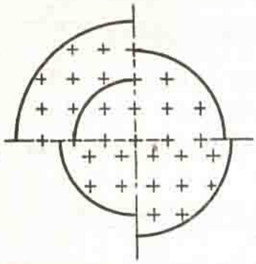
$$\frac{dA}{dx} = 3c_1 x^2 - 4c_2 x^{-5} = 0;$$

Отсюда находим:

$$x = \sqrt[7]{\frac{4c_2}{3c_1}} = \sqrt[7]{\frac{16\eta^2(1+s)(n+1)\,V_0^2}{3(k_п + k_д)\, s^3} \cdot \sqrt{\frac{\gamma \alpha_c V_0}{\alpha_п q s\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}}}. \qquad (5в)$$

б) Цилиндрический резервуар с безбалочными покрытием и днищем при расположении колонн по сторонам квадрата

При решении этой задачи, так же как и при определении размеров прямоугольного резервуара, мы не выявляем оптимальное расстояние между колоннами. Для резервуаров емкостью до 2—3 тыс. м^3 можно сразу задаваться числом (целым) колонн, расположенных по диаметру резервуара (см. фиг. 263).



Фиг. 263. Схема расположения колонн (по сторонам квадрата) в цилиндрических резервуарах с безбалочными покрытиями и днищами.

Примем $n > 1$ — число колонн в среднем ряду. Тогда длина панели будет: $l = \frac{x}{n+1}$, где x — диаметр резервуара.

Плита покрытия. Плиты покрытия при квадратной панели рассчитывают согласно «Инструкции по проектированию безбалочных перекрытий», поэтому для нее действительно сказанное о плите в прямоугольном резервуаре.

Расчетная толщина плиты:

$$\delta_{\text{п}} = \chi c_2 \sqrt{M} = \chi c_2 \frac{x}{n+1} \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}} q}{8}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Так как площадь покрытия $F_{\text{п}} \approx \frac{\pi x^2}{4}$, то относительная стоимость его определится из выражения:

$$A = k_{\text{п}} \frac{\pi x^2}{4} \delta_{\text{п}} = \frac{\pi k_{\text{п}} c_2 \chi}{8(n+1)} x^3 \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}} q}{2}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Для днища получим:

$$A_{\text{д}} = \frac{\pi k_{\text{д}} c_2 \chi}{8(n+1)} x^3 \sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}} q}{2}\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Стенка резервуара. Положение наибольшей нормальной силы, возникающей в стенке $N_{\text{макс}}$, определяется коэффициентом α, который для резервуаров с безбалочными покрытиями рекомендуется принимать по таблице 14.

Таблица 14

Емкость резервуара (в м^3)	До 400	400÷600	700÷1 000	1 100÷1 500	1 600÷2 200	2 300÷3 000
α	0,85÷0,75	0,75÷0,70	0,7÷0,65	0,65÷0,60	0,60÷0,55	0,55
$\frac{1-\alpha}{\alpha}$	0,2÷0,3	0,3÷0,4	0,4÷0,5	0,5÷0,7	0,7÷0,8	0,8

При линейно меняющейся толщине стенки толщина ее вверху принимается $\delta_2 = \delta_{\text{п}}$, а толщина внизу определяется по формуле (3в), т. е.

$$\delta_1 = \frac{\gamma H_{\text{в}} x}{2R_{\text{р}}}\left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}}\right) - \frac{1-\alpha}{\alpha}\delta_2.$$

Площадь сечения стенки вертикальной диаметральной плоскостью:

$$F_{\text{с}} = H\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{4\gamma\eta V_0^2}{\pi^2 R_{\text{р}} x^3}\left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}}\right) + \frac{\delta_2}{\alpha}\frac{2\eta V_0}{\pi x^2}$$

и так как

$$\delta_2 = \delta_{\text{п}} = \chi c_2 \frac{x}{n+1}\sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{8} q\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)},$$

то

$$F_{\text{с}} = \frac{4\gamma\eta V_0^2}{\pi^2 R_{\text{р}} x^3}\left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}}\right) + \frac{2\eta\chi c_2 V_0}{\pi\alpha(n+1)x}\sqrt{\frac{\alpha_{\text{п}}}{8} q\left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Относительная стоимость возведения стенки:

$$A_c = \pi F_c x = \frac{4\gamma\eta V_0^2}{\pi R_p x^2} + \frac{2\eta\chi c_2 V_0}{\alpha(n+1)} \sqrt{\frac{\alpha_п}{8} q \left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}.$$

Колонны. Из фигуры 263 видно, что при числе колонн, расположенных в среднем ряду, $n \leqslant 4$, общее число колонн $m = n^2$, а при $n = 5 \div 7$ — $m = n^2 - 4$.

Принимаем, как и в прямоугольном резервуаре:

$$F_к = (\theta l)^2 = \left(\frac{\theta}{n+1}\right)^2 x^2.$$

Относительная стоимость колонн:

$$A_к = \frac{4k_к m\eta V_0}{\pi}(1 + k_2)\left(\frac{\theta}{n+1}\right)^2.$$

Относительная стоимость резервуара:

$$A = B_1 x^3 + B_2 x^{-2} + B_3,$$

где

$$B_1 = \frac{\pi(k_д + k_п)\chi c_2}{8(n+1)} \sqrt{\frac{\alpha_п}{2} q \left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)};$$

$$B_2 = \frac{4\gamma\eta V_0^2}{\pi R_p}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right);$$

$$B_3 = \frac{\eta\chi c_2 V_0}{\alpha(n+1)} \sqrt{\frac{\alpha_п}{2} q \left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)} + \frac{4k_к m\eta V_0}{\pi}(1 + k_2)\left(\frac{\theta}{n+1}\right)^2.$$

Приравниваем нулю первую производную от A по x:

$$\frac{dA}{dx} = 3B_1 x^2 - 2B_2 x^{-3} = 0.$$

Отсюда, диаметр резервуара:

$$x = \sqrt[5]{\frac{2B_2}{3B_1}} = 2\sqrt[5]{\frac{2\gamma\eta V_0^2(n+1)\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right)}{3(k_д + k_п)\pi^2\chi c_2 R_p \sqrt{\frac{\alpha_п}{2} q \left(1 - \frac{2}{3}\rho\right)}}}. \quad (6)$$

в) Цилиндрический резервуар с одной колонной в центре

Покрытие такого резервуара (фиг. 264) рассчитывают как круглую плиту, упруго зажатую по контуру и опертую в центре, поэтому для определения толщины плиты покрытия можно принять приближенно расчетный изгибающий момент, составляющий 80% от момента для круглой плиты с опорой в центре при жесткой заделке по периметру:

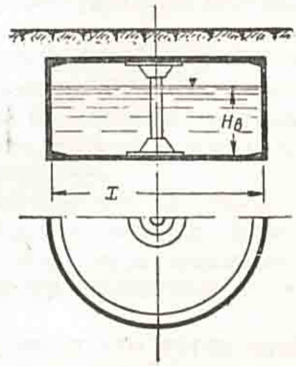
$$M_{макс} \approx q\frac{x^2}{80}.$$

Следовательно:

$$\delta_п = \chi c_2 \frac{x}{8}\sqrt{0{,}8q}.$$

Относительная стоимость покрытия и днища:

$$A_п + A_д = (k_п + k_д)\pi\chi c_2 \frac{x^3}{32}\sqrt{0{,}8q},$$



Фиг. 264. Схема цилиндрического резервуара с одной колонной в центре.

а общая относительная стоимость

$$A = B_1' x^3 + B_2' x^{-2} + B_3' + A_{\text{к}}.$$

Здесь $A_{\text{к}}$ — относительная стоимость колонны (пропорциональна V_0).

Определим x из условия $A_{\text{мин}}$:

$$\frac{dA}{dx} = 3B_1' x^2 - 2B_2' x^{-3} = 0,$$

где

$$B_1' = \frac{A_{\text{п}} + A_{\text{д}}}{x^3}; \quad B_2' = \frac{4\gamma\eta^2 V_0^2}{\pi R_{\text{р}}} \left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}} \right);$$

$$x = \sqrt[5]{\frac{2B_2'}{3B_1'}} \approx 2 \sqrt[5]{\frac{0,3\gamma\eta V_0^2 \left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}} \right)}{\chi c_2 R_{\text{р}} (k_{\text{п}} + k_{\text{д}}) \sqrt{q}}}. \tag{7}$$

Глава VI

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТОДАХ ВОЗВЕДЕНИЯ И ИСПЫТАНИЯ РЕЗЕРВУАРОВ И ВОДОНАПОРНЫХ БАШЕН

1. О МЕТОДАХ ВОЗВЕДЕНИЯ РЕЗЕРВУАРОВ

Конструкцию резервуара нужно решать с учетом особенностей возведения сооружения.

Например, стальной резервуар одной и той же конструктивной схемы должен и кроиться и конструироваться так или иначе, в зависимости от того, предполагается ли изготовить этот резервуар на заводе, а потом перевезти и смонтировать на месте, или резервуар будет изготавливаться полностью на месте его установки. Приемы кройки листов, их формовка, точность пригонки элементов в обоих случаях будут различными.

Сферическое днище стального резервуара водонапорной башни легко изготовить в мастерских, имеющих пресс и штампы; изготовление сферы вручную значительно труднее. Поэтому при ручном изготовлении предпочитают иногда переходить на другую форму днища, зонтообразную, т. е. сваренную из листов треугольной или трапецоидальной формы, выгнутых на круговой цилиндрической поверхности и сваренных наподобие зонтика (Трансводстрой Министерства путей сообщения СССР и др.), или составленную из нескольких усеченных конусов с разным углом раствора. Такими способами оболочка двойной кривизны заменяется частями, имеющими кривизну в одном направлении.

Такое изменение формы днища приводит к увеличению его толщины и усложняет примыкание днища к стенке.

В Министерстве путей сообщения СССР разрабстана серия башен-ускорителей (водонапорных башен небольшой высоты и емкости, применяемых для ускорения подачи воды в паровозы), которые, будучи изготовлены на заводе, перевозятся на 1—2 железнодорожных платформах и устанавливаются с помощью крана и талей в весьма короткий срок.

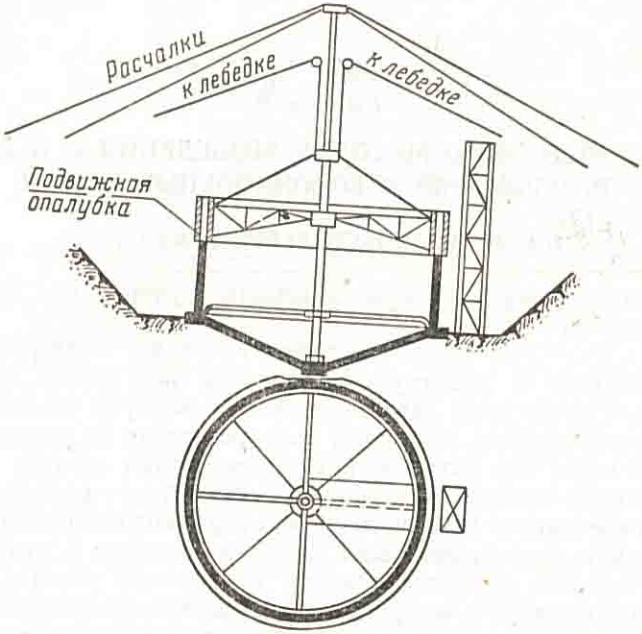
Как было уже указано, шаровые (сферические) резервуары при большом избыточном давлении выгоднее цилиндрических, однако распространение этих конструкций замедлено отсутствием достаточного количества штампов; ручное изготовление частей сферы требует большого искусства. Для выгиба по сферической поверхности вручную изготавливается на бетонном основании шаблон; листы кроятся начерно с запасом для обреза, кромки подрезаются после того, как ударами кувалды лист выгнут по шаблону.

Особенно в сильной степени сказывается влияние методов производства работ на конструкциях железобетонных резервуаров и водонапорных башен.

При строительстве железобетонных круглых резервуаров подземного и наземного типа применяются следующие наиболее распространенные методы возведения.

а. **В деревянной стационарной опалубке.** Этот метод (несовершенный) позволяет в каждом отдельном случае выполнить резервуар любой намеченной в проекте формы. Если стенка резервуара имеет переменную толщину, то из условий организации подачи бетона и укладки арматуры лучше ту поверхность стенки (внутреннюю или наружную), опалубка которой выполняется сразу на всю высоту, сделать цилиндрической.

б. **В скользящих подвижных формах.** При этом методе труднее осуществить переменную толщину стенки. Поэтому обычно стенка резервуара делается постоянной толщины (фиг. 265) или меняется по высоте скачкообразно (по фиг. 244).



Фиг. 265. Постройка цилиндрического наземного резервуара в подвижных формах.

Этот метод более совершенен, чем первый, требует меньше леса на опалубку. Опалубка обычно инвентаризуется и может применяться для постройки целого ряда сооружений.

в. **Возведение резервуаров из сборных конструкций, изготовленных на заводе или на стройдворе** [7].

г. **Изготовление оболочки резервуара методом торкретирования по матерчатой опалубке.** Роль внутренней опалубки в этом случае играет баллон, изготовленный из прорезиненной ткани так, что при надувании воздухом баллон принимает форму резервуара.

2. О МЕТОДАХ ВОЗВЕДЕНИЯ ВОДОНАПОРНЫХ БАШЕН

При сооружении железобетонных водонапорных башен также применяют различные методы их возведения. В связи с этим конструктивные решения водонапорных башен имеют различные варианты.

Часто применяют методы возведения, сходные с тремя первыми из перечисленных для подземных и наземных резервуаров. Однако конструкция скользящих форм (2-й метод) здесь иная.

Формы скользящей опалубки водонапорных башен поддерживаются с помощью стержней арматуры (обычно диаметром 25 мм), проходящих внутри стенки цилиндрического сплошного остова (фиг. 266) или в колоннах при сквозной конструкции остова.

Подвижная опалубка, конструктивная схема которой приведена на фигуре 266, вместе с рабочей площадкой покоится на опорных рамах из досок, число которых (обычно от 12 до 30) равно числу несущих опалубку стержней.

Число стержней и опорных рам назначают так, чтобы расстояние между ними было 1÷2 м.

Передвижение опалубки осуществляется специальным приспособлением.

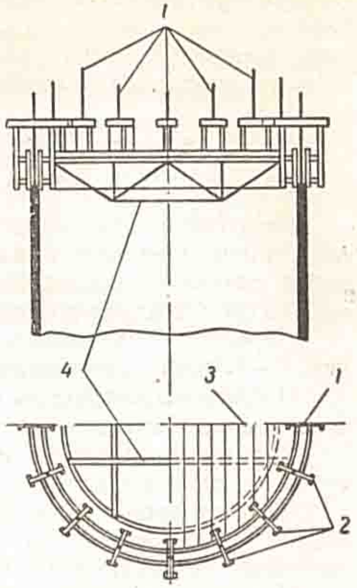
Кроме скользящих форм при сооружении остова башни применяют передвижную опалубку, переставляемую по ярусам (многократным использованием опалубки).

Требованиям этого метода отвечает конструкция водонапорной башни, изображенная на фигуре 214. Стойки, как и при скользящей опалубке, должны быть вертикальными, а ярусы (расстояние между кольцевыми связями) и сечения стоек и связей должны быть одинаковыми.

Для возведения башни при любом числе ярусов (на фиг. 214—четыре яруса в остове) достаточно иметь опалубку на два яруса.

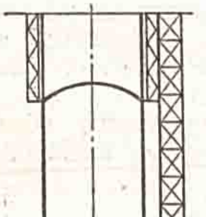
Кроме перечисленных методов возведения водонапорных башен существуют еще комбинированные методы, в которых могут применяться одновременно и сборные конструкции и передвижная и стационарная опалубка.

При конструировании водонапорных башен важно решить вопрос о месте расположения шахты-подъемника, по которой должны подаваться материалы на рабочую площадку. Например, при постройке цилиндрической железобетонной водонапорной башни оболочки расположение шахты-подъемника может быть осуществлено тремя способами (фиг. 267 и 268). С точки зрения производства строительных работ лучшим следует признать центральное расположение шахты-подъемника (фиг. 268, *а* и *б*).

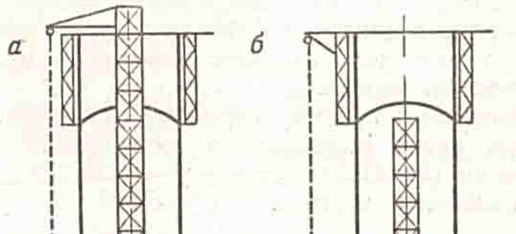


Фиг. 266. Схема подвижных форм для возведения железобетонных цилиндрических водонапорных башен:

1—стержни, несущие подвижные формы; *2*—опорные рамы опалубки; *3*—рабочая площадка опалубки; *4*—несущие фермы рабочей площадки.



Фиг. 267. Схема возведения цилиндрической водонапорной башни оболочки при боковом расположении шахты-подъемника.



Фиг. 268. Варианты способов возведения цилиндрической водонапорной башни оболочки:

а—при центральном расположении шахты-подъемника на всю высоту; *б*—то же, при шахте-подъемнике до дна резервуара.

Однако при осуществлении варианта по фигуре 268, *а* бетонировка днища бака не может производиться сразу; необходимо, кроме того, соответствующим образом конструировать и арматуру днища, чтобы она допускала пропуск стоек шахты-подъемника.

3. ИСПЫТАНИЕ РЕЗЕРВУАРОВ И ВОДОНАПОРНЫХ БАШЕН ПЕРЕД СДАЧЕЙ ИХ В ЭКСПЛУАТАЦИЮ

Испытание безнапорных и открытых резервуаров перед пуском их в эксплуатацию начинают с наружного осмотра, обмера и проверки качества работ специальными приборами или простым простукиванием, после чего производят наполнение их водой и наблюдение за утечкой в течение $24 \div 36$ часов.

Деревянные резервуары из клепок перед испытанием замачивают в течение 2—3 дней постепенным наполнением резервуара водой.

Подземные резервуары должны испытываться водой в незасыпанном состоянии, чтобы обеспечить доступ к стенкам резервуара снаружи.

Резервуар считается выдержавшим испытание, если утечка в течение суток не превышает 1—1,5 см падения уровня воды.

Падение уровня замеряют по рейке с миллиметровой шкалой, устанавливаемой внутри резервуара и видимой через люк, или с помощью ясных пометок на стенке резервуара в доступном месте.

После гидравлического испытания подземный резервуар засыпают и производят осмотр изнутри.

Особенное внимание нужно обращать на места ввода труб и водопроводной и иной арматуры, проходящих через оболочку.

Напорные резервуары должны испытываться гидравлическим давлением, превышающим рабочее на 5 атм, а при рабочем давлении, меньшем 5 атм, на удвоенное против рабочего давления.

Качество бетонных работ можно проверять поцарапыванием перочинным стальным ножом. На хорошем бетоне нож не должен оставлять глубоких следов. При постукивании по звуку обнаруживают каверны и внутренние пустоты.

Окраску стальных резервуаров производят после испытания.

Корпус водонапорной башни и другие элементы перед сдачей в эксплуатацию также должны быть осмотрены и должно проверяться качество выполненных работ и соответствие их требованиям технических условий на производство и приемку строительных работ.

При сдаче выполненных сооружений в эксплуатацию обязательно должен составляться соответствующий акт, к которому прикладываются исполнительные чертежи сооружения.

Глава VII

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА РЕЗЕРВУАРОВ И БАШЕН

1. ВЫБОР ОСНОВНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ И РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ОТКРЫТОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РЕЗЕРВУАРА ДЛЯ СУХИХ ГРУНТОВ

Данные для расчета:
емкость резервуара (полезная) $V_0 = 400$ м³;
бетон марки 170; арматура из стали марки Ст. 0;
объемный вес грунта $\gamma_{\text{гр}} = 1{,}80$ т/м³;
угол естественного откоса грунта $\varphi = 30°$;
допускаемое давление на грунт $[\sigma_{\text{гр}}] = 1{,}5$ кг/см²;
коэффициент постели грунта $k_{\text{г}} = 4{,}0$ кг/см³ $= 4\,000$ т/м³.
Расчетная схема резервуара приведена на фигуре 269.
Сооружение по капитальности отнесено ко II классу.

а) Выбор основных геометрических размеров резервуара

Для определения высоты резервуара воспользуемся формулой (4в) главы V:

$$H = \sqrt{\frac{\eta\delta_{\text{д}}R_{\text{р}}}{2\alpha\gamma k_{\text{c}}\left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}}\right)}}.$$

Примем $\eta = \frac{V}{V_0} = 1{,}10$; $\delta_{\text{д}} = 0{,}10$ м; $\alpha = 0{,}7$; $k_{\text{c}} = 1{,}10$.

Так как по нормам для заданных марок бетона и стали (см. табл. 1 и 7 приложения II):

$$R_{\text{р}} = 15{,}5 \text{ кг/см}^2 = 155 \text{ т/м}^2;\ k = 1{,}8;$$
$$\sigma_{\text{т}} = 2\,500 \text{ кг/см}^2;\ k_{\text{т}} = 1{,}3,$$

то

$$H = \sqrt{\frac{1{,}10\cdot 0{,}10\cdot 155}{2\cdot 0{,}7\cdot 1{,}0\cdot 1{,}1\left(1{,}3 - \frac{200\cdot 1{,}8}{2\,500}\right)}} = \sqrt{9{,}58} = 3{,}11 \text{ м}.$$

Принято $H = 3{,}5$ м; $H_{\text{в}} = 3{,}2$ м.

$$D = \sqrt{\frac{4V_0}{\pi H_{\text{в}}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 400}{3{,}14\cdot 3{,}2}} = 12{,}5 \text{ м}.$$

Принимаем $D = 12{,}6$ м; $r = 6{,}3$ м.

Необходимая толщина стенки по формуле (3а) главы V

$$\delta = \frac{\alpha\gamma H_{\text{в}} r}{R_{\text{р}}}\left(k_{\text{т}} - \frac{200k}{\sigma_{\text{т}}}\right) = \frac{0{,}8\cdot 1{,}0\cdot 3{,}2\cdot 6{,}3}{155}\left(1{,}3 - \frac{200\cdot 1{,}8}{2\,500}\right) = 0{,}120 \text{ м}.$$

Толщина стенки принята постоянной $\delta = 12$ см.

Характеристика жесткости стенки по таблице 4 как для цилиндрической оболочки (коэффициент Пуассона принят $\nu = 0$):

$$\lambda_c = \frac{\sqrt{r\delta}}{\sqrt[4]{3}} \approx 0,76\sqrt{r\delta} = 0,76\sqrt{0,12\cdot 6,3} = 0,66 \text{ м};$$

$$\frac{H}{\lambda_c} = \frac{3,5}{0,66} = 5,3 > 3,$$

следовательно, оболочка длинная.

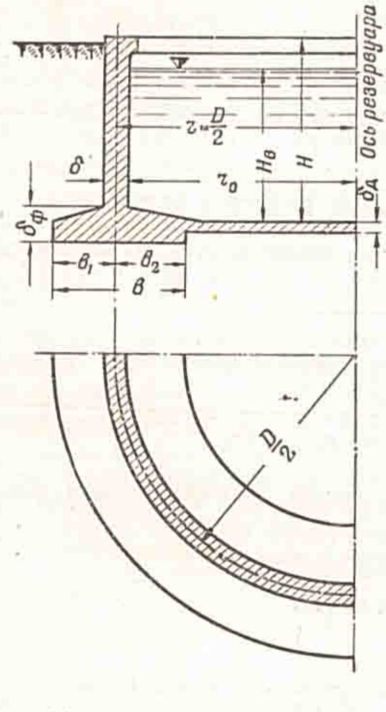
Примем толщину кольцевого фундамента $\delta_ф = 15$ см. Учитывая небольшую высоту кольца, фундамент можно считать как балку на упругом основании. Задаемся:

$$b_1 = 0,3 \text{ м}; \quad b_2 = 0,4 \text{ м}; \quad b = 0,7 \text{ м}.$$

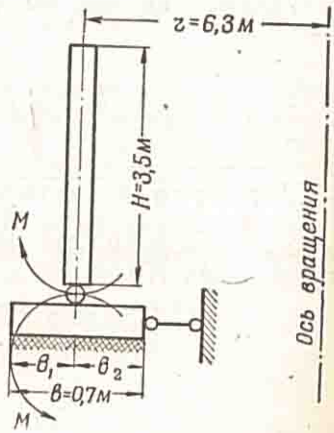
Характеристика жесткости фундаментного кольца по таблице 4:

$$\lambda_д = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_г}} = \sqrt[4]{\frac{4\cdot 2,6\cdot 10^6\cdot 1\cdot 0,15^3}{1\cdot 4\,000\cdot 12}} = \sqrt[4]{0,73} = 0,92 \text{ м}.$$

Учитывая небольшую толщину и ширину кольцевой ленты, будем рассчитывать ее как опору подпорной стенки, пренебрегая деформациями сечения ленты. Пренебрегаем также растяжимостью днища. Расчет ведем методом сил. Основная система схематично изображена на фигуре 270.



Фиг. 269. Схема открытого цилиндрического резервуара (к примеру 1).



Фиг. 270. Схема работы опорного узла открытого цилиндрического резервуара (основная система).

Рассмотрим два случая загружения резервуара.

1. Резервуар наполнен водой до верха и не засыпан землей.
2. Резервуар засыпан и не заполнен водой.

Уравнение совместности деформаций стенки и днища можно записать в виде:

$$M\Sigma a_{11} + \Sigma a_{1q} = 0 \quad \text{или} \quad M = -\frac{\Sigma a_{1q}}{\Sigma a_{11}}.$$

б) Определение меридиональных изгибающих моментов

Для первого случая загружения из формул (17), (26) и (18) главы III (принимая $q_1=\gamma H_{\text{в}};\ l=H;\ q_2=0$):

$$M'=-\frac{-\gamma\frac{\lambda_c^4}{4}\left(\frac{H}{\lambda_c}-1\right)+\left[Pe_0-\gamma H_{\text{в}}\left(b_2-\frac{\delta}{2}\right)e_1\right]\frac{3\lambda_{\text{д}}^4}{b^3}\left(\frac{\delta}{\delta_{\text{ф}}}\right)^3}{\frac{\lambda_c}{2}+3\left(\frac{\lambda_{\text{д}}}{b}\right)^3\lambda_{\text{д}}\left(\frac{\delta}{\delta_{\text{ф}}}\right)^3},$$

где P — вес стенки на 1 м длины окружности;

$$P=\gamma_{\text{б}}H\delta=2{,}5\cdot 3{,}5\cdot 0{,}12=1{,}05\ \text{т};$$

e_0 — эксцентриситет приложения силы P относительно середины подошвы;

e_1 — эксцентриситет равнодействующей давления воды на выступ кольцевого фундамента (центр тяжести подошвы принят посредине ленты, т. е. на расстоянии $\frac{b}{2}$ от ее края).

$$e_0=0{,}05\ \text{м};\quad e_1=\frac{b_1}{2}+\frac{\delta}{4}=0{,}18\ \text{м};$$

$$\left(\frac{\delta}{\delta_{\text{ф}}}\right)^3=\left(\frac{12}{15}\right)^3=\frac{64}{125}=0{,}51;$$

$$\left(\frac{\lambda_{\text{д}}}{b}\right)^3=\left(\frac{0{,}92}{0{,}7}\right)^3=1{,}31^3=2{,}28;\ \lambda_c^4=0{,}66^4=0{,}19;\ \lambda_{\text{д}}^4=0{,}72;\ b^3=0{,}35.$$

$$M'=\frac{1\frac{0{,}19}{4}(5{,}3-1)-[1{,}05\cdot 0{,}05-1\cdot 3{,}2\cdot 0{,}18\,(0{,}4-0{,}06)]\frac{3\cdot 0{,}72}{0{,}35}0{,}51}{\frac{0{,}66}{2}+3\cdot 2{,}28\cdot 0{,}92\cdot 0{,}51}=$$

$$=\frac{0{,}204+0{,}48}{0{,}33+3{,}21}=0{,}192\ \text{тм}=192\ \text{кгм}.$$

По второму случаю загружения:

$$M''=-\frac{\gamma_{\text{гр}}\frac{\lambda_c^4}{4}\left(\frac{H}{\lambda_c}-1\right)\text{tg}^2\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)+\left[Pe_0+\gamma_{\text{гр}}H_{\text{в}}\left(b_1-\frac{\delta}{2}\right)\left(\frac{b_1}{2}+\frac{\delta}{4}\right)\right]\frac{3\lambda_{\text{д}}^4}{b^3}\left(\frac{\delta}{\delta_{\text{ф}}}\right)^3}{\frac{\lambda_c}{2}+3\lambda_{\text{д}}\left(\frac{\lambda_{\text{д}}\delta}{b\delta_{\text{ф}}}\right)^3}=$$

$$=-\frac{1{,}8\cdot\frac{1\,0{,}19}{3\cdot 4}(5{,}3-1)+(1{,}05\cdot 0{,}05+1{,}8\cdot 3{,}2\cdot 0{,}24\cdot 0{,}23)\frac{3\cdot 0{,}72}{0{,}35}0{,}51}{0{,}33+3{,}21}=$$

$$=-\frac{0{,}124+1{,}13}{3{,}54}=-0{,}326\ \text{тм}=-326\ \text{кгм}.$$

в) Расчет усилий в стенке и днище резервуара

Пользуясь формулами (19) главы III для текущих значений M_x, q_x и $T_2=pr$, получим (приняв $\lambda=\lambda_c$):

в стенке—меридиональный изгибающий момент

$$M_x=M\eta_1+q_1\frac{\lambda_c^2}{2}\eta_2,$$

где q_1 — наибольшая ордината давления на стенку;

кольцевые усилия $T_2=q_1r\left(1-\frac{x}{H}-\eta_1\right)-\frac{2rM}{\lambda_c^2}\eta_2$;

в днище (фундаментной ленте) —

$$w^{\cdot}=\frac{3}{b^3}\lambda_{\text{д}}^4M_1,$$

$$\text{где } M_1=M+Re;\ M_t=\frac{w^{\cdot}}{r},$$

R — равнодействующая вертикальных сил, действующих на фундаментную ленту, а e — ее эксцентриситет по отношению к центру тяжести подошвы.

Давление на грунт:

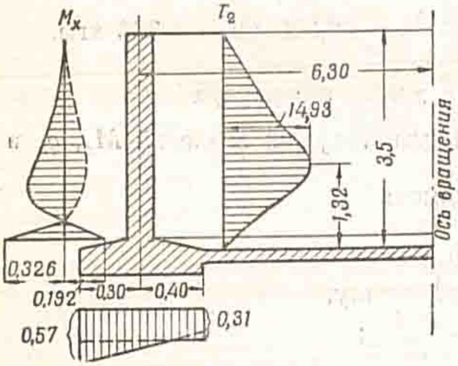
$$\sigma_{\text{гр}} = \frac{R}{b} \pm \frac{6M_1}{b^2}.$$

Результаты вычислений сведены в таблицу 14а (при расчете стенки использованы коэффициенты η_1 и η_2 из табл. 3).

Таблица 14а

Расчетные усилия в стенке резервуара

				I-й случай загружения (наполненный, но не засыпанный)			II случай (засыпанный, но пустой)		
x м от низа	$\xi = \frac{x}{\lambda_c}$	η_1	η_2	$M_x = M\eta_1 + \frac{\gamma H \lambda_c^2 \eta_2}{2} = 0{,}192\eta_1 - 0{,}752\,\eta_2$ (в тм)	$q_1 r\left(1-\frac{x}{H}-\eta_1\right) = 22\left(1-\frac{x}{3{,}5}-\eta_1\right)$, где $q_1 = \gamma H$	$T_2 = 22\left(1-\frac{x}{3{,}5}-\eta_1\right) - 3{,}64\eta_2$	$M_x = M'\eta_1 + \gamma_{\text{гр}} H\,\text{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\frac{\lambda_c^2}{2}\eta_2 = -0{,}326\,\eta_1 + 0{,}451\,\eta_2$	$q_1 r\left(1-\frac{x}{H}-\eta_1\right) = 13{,}2\left(1-\frac{x}{3{,}5}-\eta_1\right)$, где $q_1 = \gamma_{\text{гр}} H\,\text{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$	$T_2 = -13{,}2\left(1-\frac{x}{3{,}5}-\eta_1\right) + 6{,}20\eta_2$
0,00	0,00	1,00	0,00	+0,192	0,0	0,0	—0,326	0,0	0,0
0,07	0,10	0,90	0,09	+0,104	1,76	1,44	—0,285	—1,05	—0,50
0,13	0,20	0,80	0,16	+0,034	3,52	2,94	—0,154	—2,11	—1,13
0,26	0,40	0,62	0,26	—0,077	6,71	5,76	—0,08	—4,03	—2,40
0,40	0,60	0,45	0,31	—0,41	9,59	8,46	—0,006	—5,73	—3,8
0,66	1,0	0,20	0,31	—0,20	13,46	12,33	+0,08	—8,10	—6,17
0,99	1,5	0,02	0,22	—0,16	15,36	14,56	+0,10	—9,25	—7,88
1,32	2,0	—0,06	0,12	—0,10	15,00	14,93	+0,07	—9,00	—8,26
1,65	2,5	—0,07	0,05	—0,05	13,16	13,23	+0,05	—7,90	—7,60
1,98	3,0	—0,04	0,01	—0,01	10,40	10,37	+0,01	—6,24	—6,17
2,64	4,0	0,00	0,00	0,00	5,3	5,3	0,00	—3,18	—3,18
3,50	5,3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



Фиг. 271. Эпюры изгибающих моментов M_x, кольцевых сил T_2 и давления на грунт в открытом резервуаре.

Эпюры M_x и T_2, построенные по данным таблицы 14а, приведены на фигуре 271.

Вычислим интенсивность давления на грунт под подошвой ленточного фундамента.

Первый случай (наполнен, не засыпан). Давление на внутренний выступ ленты от воды:

$$P_в = \gamma H_в\left(b_2 - \frac{\delta}{2}\right) = 1 \cdot 3{,}2\,(0{,}4 - 0{,}06) = 1{,}09 \text{ т}.$$

Эксцентриситет этой силы $e_1 = \frac{b_1}{2} + \frac{\delta}{4} = 0{,}18$ м.

Вес 1 пог. м (по длине окружности) стенки:

$$P = \gamma_б H\delta = 2{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}12 = 1{,}05 \text{ т};$$

эксцентриситет $e_0 = 0{,}05$ м;

Вес подошвы $P_2 = \gamma_б \delta_1 b = 1{,}0 \cdot 0{,}375 \cdot 0{,}7 = 0{,}265$ т, эксцентриситет $e_2 = 0$.

$$R = P + P_в + P_2 = 1{,}05 + 1{,}09 + 0{,}265 = 2{,}42 \text{ т.}$$

$$M_1 = P_в e_1 + P e_0 + M' = 1{,}09 \cdot 0{,}18 - 1{,}05 \cdot 0{,}05 - 0{,}192 = 0{,}20 - 0{,}24 = -0{,}04 \text{ тм.}$$

На внутренней стороне $\sigma_{макс} = \frac{R}{b} + \frac{6M_1}{b^2} = \frac{2{,}42}{0{,}7} - \frac{6 \cdot 0{,}04}{0{,}49} = 3{,}60 - 0{,}5 = 3{,}1$ т/м$^2 = 0{,}31$ кг/см$^2 < [\sigma_{гр}] = 1{,}5$ кг/см^2.

На внешней стороне $\sigma_{мин} = 3{,}6 + 0{,}5 = 4{,}1$ т/м^2 = 0,41 кг/см^2 < 1,5 кг/см^2.

Второй случай (не наполнен, засыпан). Давление на внешний выступ от грунта:

$$P_з = \gamma_з H \left(b_1 - \frac{\delta}{2} \right) = 1{,}8 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}24 = 1{,}51 \text{ т.}$$

Эксцентриситет $e_2 = \frac{b_2}{2} + \frac{\delta}{4} = 0{,}28$ м.

$$R = P_з + P + P_2 = 1{,}51 + 1{,}05 + 0{,}265 = 2{,}88 \text{ т.}$$

$$M_1 = P_з e_2 + P e_0 + M'' = -1{,}51 \cdot 0{,}28 - 1{,}05 \cdot 0{,}05 + 0{,}326 = -0{,}42 - 0{,}05 + 0{,}326 = -0{,}14 \text{ тм.}$$

На внутренней стороне $\sigma_{мин} = \frac{2{,}88}{0{,}7} - \frac{6 \cdot 0{,}14}{0{,}49} = 4{,}0 - 1{,}71 = 2{,}29$ т/м^2 = 0,23 кг/см^2 < 1,5.

На внешней стороне $\sigma_{макс} = 4{,}0 + 1{,}71 = 5{,}71$ т/м$^2 = 0{,}57$ кг/см$^2 < 1{,}5$.

Эпюры давлений на грунт приведены на фигуре 271.

Кольцевой изгибающий момент в фундаментной ленте:

$$M_t = \frac{w'}{r - b_2} = \frac{3\lambda_д^4}{b^3 (r - b_2)} M_1.$$

По второму случаю $M_t'' = \frac{3 \cdot 0{,}92^4}{0{,}7^3 (6{,}3 - 0{,}4)} 0{,}14 = 0{,}15$ тм.

Кольцевая растягивающая сила, действующая на ленту (от давления воды):

$$N' = Q_ф r = \left(q_1 \frac{\lambda_c^2}{2} - \frac{M}{\lambda_c} \right) r = \left(\frac{3{,}5 \cdot 0{,}66^2}{2} - \frac{0{,}192}{0{,}66} \right) 6{,}3 = (0{,}763 - 0{,}291)\ 6{,}3 = 2{,}98 \text{ т.}$$

Кольцевой момент в этом случае:

$$M_t' = -\frac{3 \cdot 0{,}92^4 \cdot 0{,}04}{0{,}7^3 (6{,}3 - 0{,}4)} = -0{,}042 \text{ тм.}$$

Эксцентриситет силы $e_к = \frac{M_t'}{N'} = \frac{0{,}042}{2{,}98} = 0{,}02$ м $= 2$ см.

Ввиду малости полученного эксцентриситета влиянием изгиба в кольцевом направлении на фундаментную ленту можно пренебречь.

Радиальный изгибающий момент в ленточном фундаменте по второму случаю загружения, считая приближенно внутреннюю часть, как консоль, находящуюся под действием реактивного отпора грунта, распределенного по закону трапеции с ординатами:

$$q_2 = 2{,}3 \text{ т/м}^2;\ q_1 = \frac{(5{,}7 - 2{,}3)\, 0{,}4}{0{,}7} + 2{,}3 = 1{,}94 + 2{,}3 = 4{,}24 \text{ т/м}^2,$$

будет:

$$M_ф = q_1 \frac{b_2^2}{3} + q_2 \frac{b_2^2}{6} = \frac{0{,}4^2}{6} (2 \cdot 4{,}24 + 2{,}3) = 0{,}3 \text{ тм.}$$

Из таблицы 14а видно, что наиболее опасными для появления трещин в стенке являются кольцевые усилия, так как изгиб ничтожен. Проверим запас трещиноустойчивости в точке максимума T_2.

Необходимая кольцевая арматура

$$F_а = \frac{kT_2}{\sigma_т} = \frac{1,8 \cdot 14\,930}{2\,500} = 10,9 \text{ см}^2.$$

Примем $2 \times 12 \varnothing 8$; $F_а = 12,06$ см².

Запас трещиноустойчивости:

$$k_т = \frac{100\,R_р\delta + 200\,F_а}{T_2} = \frac{100 \cdot 15,5 \cdot 12 + 200 \cdot 12,06}{14\,930} = 1,40 > 1,3.$$

г) Подбор сечений арматуры

Разбиваем стенку по высоте на три пояса: два верхние по 1,5 м, нижний — 0,5 м.

Результаты вычислений по подбору арматуры сведены в таблицу 15.

Таблица 15

Распределение арматуры по поясам

№ пояса	x (м)	T_2 (кг)	Кольцевая арматура на 1 м высоты пояса		$M_{макс}$ (кгм)	Меридиональная наружная		M (кгм)	Меридиональная внутренняя	
			$F_а = \frac{kT_2}{\sigma_т}$ (расчетная) (см²)	уложено (количество и диаметр в мм)		расчетная (см²)	уложено (количество и диаметр в мм)		расчетная (см²)	уложено (количество и диаметр в мм)
I верхние	3,5—2,0	10 370	7,48	$2 \times 8 \varnothing 8$	+10	0	$5 \varnothing 8$	−10	0	$5 \varnothing 8$
II верхние	2,0—0,5	14 930	10,80	$2 \times 12 \varnothing 8$	+200	1,31	$5 \varnothing 8$	−100	0,70	$5 \varnothing 8$
III нижний	0,5—0	10 020	7,36	$2 \times 8 \varnothing 8$	+326	2,65	$5 \varnothing 8$	−192	1,30	$5 \varnothing 8$

Радиальная арматура в фундаменте:

$$F_а = \mu b h_0 \approx \frac{kM_ф}{0,88\sigma_т h_0} = \frac{1,8 \cdot 30\,000}{0,88 \cdot 2\,500 \cdot 12,0} = 2,06 \text{ см}^2.$$

Принимаем арматуру $5 \varnothing 8$ мм; $F_а = 2,51$ см².

Кольцевая арматура в фундаменте:

$$F_а = \frac{kN}{\sigma_т} = \frac{1,8 \cdot 2\,980}{2\,500} = 2,15 \text{ см}^2.$$

Принимаем $5 \varnothing 8$ мм, $F_а = 2,51$ см².

2. РАСЧЕТ ПОДЗЕМНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗЕРВУАРА ЕМКОСТЬЮ 100 $м^3$

Данные для расчета (фиг. 272):

емкость резервуара (полезная) $V_0 = 100$ м³;

бетон марки 170, арматура из стали марки Ст. 3;

объемный вес грунта $\gamma_з = 1,60$ т/м³;

угол естественного откоса грунта $\varphi = 30°$;

допускаемое давление $[\sigma_{гр}] = 2,0$ кг/см²;

коэффициент постели грунта $k_г = 5,0$ кг/см³ $= 5\,000$ т/м³;

слой засыпки над резервуаром $h_з = 0,5$ м.

Сооружение II класса капитальности.

а) Выбор основных геометрических размеров резервуара

Приняв

$$V = \eta V_0 = 1{,}10 \cdot 100 = 110 \text{ м}^3 \text{ и } k_c = 1{,}05,$$

по формуле (2а) главы V получаем (с учетом наличия покрытия в резервуаре):

$$r_в = \sqrt[3]{\frac{k_c V}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}05 \cdot 110}{6{,}28}} = 2{,}65 \text{ м};$$

$$H_в = \frac{V_0}{\pi r_в^2} = \frac{100}{3{,}14 \cdot 2{,}65^2} = 4{,}55 \text{ м}.$$

Принимаем:

$$H_в = 4{,}55 \text{ м}; \quad H = 5{,}0 \text{ м};$$
$$r_в = 2{,}65 \text{ м}; \quad r_0 = 2{,}75 \text{ м}.$$

Нагрузка на покрытие:

1. От земли

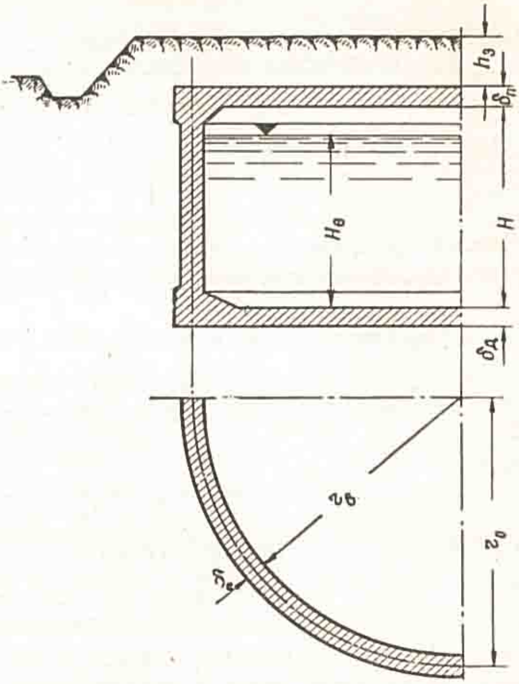
$$q_з = \gamma_з h_з = 1{,}6 \cdot 0{,}5 = 0{,}8 \text{ т/м}^2 = 800 \text{ кг/м}^2.$$

2. От веса плиты при $\delta_п = 10$ см

$$q_п = \gamma_б \delta_п = 2{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}25 \text{ т/м}^2 = 250 \text{ кг/м}^2.$$

3. Вес штукатурки $q_ш = \gamma_ш \delta_ш = 2{,}2 \cdot 0{,}02 = 0{,}044 \text{ т/м}^2 = 44 \text{ кг/м}^2$.

Общая нагрузка:



Фиг. 272. Схема подземного цилиндрического резервуара (к примеру 2).

$$q = q_з + q_п + q_ш = 800 + 250 + 44 = 1\,096 \text{ кг/м}^2 \approx 1\,100 \text{ кг/м}^2.$$

Толщину плиты покрытия назначаем по изгибающему моменту у опоры, определяемому с учетом упругого защемления края плиты:

$$M = \frac{q r_0^2}{11} = \frac{1\,100 \cdot 2{,}75^2}{11} = 756 \text{ кгм}.$$

Полезная высота сечения приближенно:

$$h_0 = 9\sqrt{M} = 9\sqrt{0{,}756} = 7{,}8 \text{ см};$$
$$\delta_п = h_0 + a = 7{,}8 + 3{,}0 = 10{,}8 \text{ см}.$$

Принимаем $\delta_п = 10$ см.

Толщину днища принимаем также $\delta_д = 10$ см.

Толщина стенки резервуара может быть вычислена по формуле (3а) главы V

$$\delta_c = \frac{\alpha \gamma H_в r_0}{R_p}\left(k_т - \frac{200 \cdot k}{\sigma_т}\right).$$

Приняв $\alpha = 0{,}80$; $\gamma = 1{,}0$; $H_в = 4{,}55$ м; $r_0 = 2{,}75$ м; $R_p = 15{,}5$ кг/см^2 = 155 т/м^2; $k_т = 1{,}3$; $k = 1{,}8$ (по табл. 1 и 7 приложения II); $\sigma_т = 2\,500$ кг/см^2, получим:

$$\delta_c = \frac{0{,}80 \cdot 1{,}0 \cdot 4{,}55 \cdot 2{,}75}{155}\left(1{,}3 - \frac{200 \cdot 1{,}8}{2\,500}\right) = 0{,}10 \text{ м}.$$

Принимаем $\delta_c = 10$ см.

Характеристика жесткости стенки по таблице 4 при $\nu = 0$:

$$\lambda_c = \frac{\sqrt{r_0 \delta_c}}{\sqrt[4]{3}} = 0{,}76 \sqrt{2{,}75 \cdot 0{,}1} = 0{,}398 \approx 0{,}4 \text{ м};$$

$$\frac{H}{\lambda_c} = \frac{5{,}0}{0{,}4} = 12{,}5 > 3.$$

Следовательно, оболочка длинная.

Характеристика жесткости днища:

$$\lambda_д = \sqrt[4]{\frac{4EI_д}{bk_г}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 1{,}4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1^3 \cdot 1}{1 \cdot 5000 \cdot 12}} = \sqrt[4]{0{,}093} = 0{,}551 \approx 0{,}55 \text{ м};$$

$$\frac{r_0}{\lambda_д} = \frac{2{,}75}{0{,}55} = 5 > 3.$$

Можно приближенно считать в радиальном направлении круглую плиту на упругом основании, как простую балку на упругом основании.

б) Определение меридиональных изгибающих моментов в узлах

Основную систему выбираем по фигуре 273.

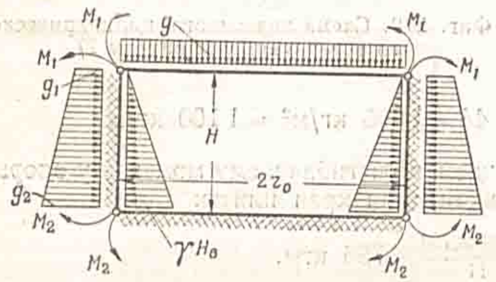
Уравнения совместности распадаются на два в силу того, что при $\frac{H}{\lambda_c} > 3$

$$a_{12} = a_{22} = 0$$

и, следовательно, можно написать:

$$M_1 = -\frac{\Sigma a_{1q}}{\Sigma a_{11}}; \quad M_2 = -\frac{\Sigma a_{2q}}{\Sigma a_{22}}.$$

Эти уравнения приходится решать для трех возможных случаев загружения:



Фиг. 273. Расчетная схема (основная система) подземного цилиндрического резервуара.

1) резервуар наполнен водой и не засыпан снаружи землей (при испытании);

2) резервуар засыпан снаружи и опорожнен от воды;

3) резервуар засыпан и наполнен водой.

Если пренебречь растяжимостью покрытия и днища (так как она мало влияет на расчет, если толщина днища или покрытия не очень мала по сравнению с толщиной стенки), то решения для различных загружений можно получить, взяв значения коэффициентов из таблицы 7 по п. 1 для расчета покрытия и из таблицы 4 по п. 1 для расчета днища, а по п. 3 для расчета стенки резервуара.

Первый случай загружения (резервуар наполнен, но не обсыпан). а) Верхний узел. Из формул (17), (18), (80в), (80г) главы III (учитывая, что в нашем случае для верхнего узла $q_1 = 0$, $r = r_0$; $P_0 = 0$):

$$\Sigma a_{1q} = -\frac{\gamma H_в \lambda_c^4}{4H} + \frac{q r_0^3}{8} = -\frac{1 \cdot 4{,}55 \cdot 0{,}4^4}{4 \cdot 5} + \frac{0{,}3 \cdot 2{,}75^3}{8} = -0{,}006 + 0{,}79 = 0{,}78;$$

$$\Sigma a_{11} = \frac{\lambda_c}{2} + r_0 = 0{,}2 + 2{,}75 = 2{,}95;$$

$$M_1' = -\frac{0{,}78}{2{,}95} = -0{,}264 \text{ тм} = -264 \text{ кгм}.$$

б) Нижний узел. Из формул (10), (11), (17), (18) главы III (принимая для стенки $q_1 = 0$; для днища $P = q_1 \frac{r_0}{2}$; $q_1 = \gamma H_1$; $a^{д}_{2q} = Pa_{12} = P\frac{\lambda_д^2}{2}\Big)$:

$$\Sigma a_{2q} = \frac{qr_0\lambda_д^2}{4} - \frac{\gamma H_в \lambda_c^4}{4H}\left(\frac{H}{\lambda_c} - 1\right) = \frac{0,3\cdot 2,75\cdot 0,55^2}{4} - \frac{1\cdot 4,55\cdot 0,4^4}{4\cdot 5}(12,5-1) =$$

$$= 0,066 - 0,069 = -0,003;$$

$$\Sigma a_{22} = \frac{\lambda_c}{2} + \lambda_д = 0,2 + 0,55 = 0,75;$$

$$M_2' = \frac{0,003}{0,75} = 0,004 \text{ тм} = 4 \text{ кгм}.$$

Второй случай загружения (резервуар обсыпан и не наполнен). а) Верхний узел: $\Sigma a_{1q} = \frac{q_1\lambda_c^4}{4H}\left(\frac{H}{\lambda_c} - 1\right) + \frac{q_2\lambda_c^4}{4H} + \frac{qr_0^3}{8}$; здесь $q_1 = \gamma_3 h_3 \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right) = 0,533$ т/м²;

$$q_2 = \gamma_3 (H + h_3)\cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right) = 1,6\cdot 6\cdot 0,333 = 3,2 \text{ т/м}^2;\ q = 1,1 \text{ т/м}^2;$$

$$\Sigma a_{1q} = \frac{0,533\cdot 0,4^4}{4\cdot 5}(12,5-1) + \frac{3,2\cdot 0,4^4}{4\cdot 5} + \frac{1,1\cdot 2,75^3}{8} = 0,02 + 0,010 + 2,75 = 2,78;$$

$$M_1'' = -\frac{2,78}{2,95} = -0,943 \text{ тм} = -943 \text{ кгм}.$$

б) Нижний узел:

$$\Sigma a_{2q} = \frac{q_2\lambda_c^4}{4H}\left(\frac{H}{\lambda_c} - 1\right) + \frac{q_1\lambda_c^4}{4H} + \frac{qr_0\lambda_д^2}{4} = \frac{3,2\cdot 0,4^4}{4\cdot 5}(12,5-1) + \frac{0,533\cdot 0,4^4}{4\cdot 5} +$$

$$+ \frac{1,1\cdot 2,75\cdot 0,55^2}{4} = 0,116 + 0,0017 + 0,23 = 0,348;$$

$$M_2'' = -\frac{0,348}{0,75} = -0,464 \text{ тм} = -464 \text{ кгм}.$$

Третий случай загружения (резервуар наполнен и обсыпан). а) Верхний узел:

$$\Sigma a_{1q} = -0,006 + 2,78 = 2,774;\ \Sigma a_{11} = 2,95;$$

$$M_1''' = -0,94 \text{ тм} = -940 \text{ кгм}.$$

б) Нижний узел

$$\Sigma a_{2q} = 0,348 - 0,069 = 0,279;\quad \Sigma a_{22} = 0,75;$$

$$M_2''' = -\frac{0,279}{0,75} = -0,373 \text{ тм} = -373 \text{ кгм}.$$

в) Расчет усилий в стенке и днище резервуара

Для расчета значений M_x и T_2 в стенке на основе формул (21) главы III и таблиц 4 и 3 (заменив соответственно $\eta_л$ на $\eta_в$ и $\eta_п$ на $\eta_н$) получаем: первый случай:

$$M_x = M_1\eta_1^в + M_2\eta_1^н + \frac{\gamma H\lambda_c^2}{2}\eta_2^н = -0,264\eta_1^в + 0,004\eta_1^н + 0,4\eta_2^н;$$

$$T_2 = \gamma H r_0\left(\frac{x_в}{H} - \eta_1^н\right) - \frac{2r_0}{\lambda_c^2}[M_1\eta_2^в + M_2\eta_2^н] = 2,75x_в - 13,75\eta_1^н + 16,5\eta_2^в - 2,5\eta_2^н;$$

второй случай:

$$M_x = M_1\eta_1^в + M_2\eta_1^н + \frac{q_1\lambda_c^2}{2}\eta_2^в + \frac{q_2\lambda_c^2}{2}\eta_2^н = -0,943\eta_1^в - 0,464\eta_1^н - 0,04\eta_2^в - 0,26\eta_2^н;$$

$$T_2 = q_1 r_0\left(1 - \frac{x_в}{H} - \eta_1^в\right) + q_2 r_0\left(\frac{x_в}{H} - \eta_1^н\right) - \frac{2r_0}{\lambda_c^2}(M_1\eta_2^в + M_2\eta_2^н) = -0,294x_н -$$

$$-1,76x_в + 1,47\eta_1^в + 58,8\eta_2^в + 8,8\eta_1^н + 29,0\eta_2^н;$$

третий случай

$$M_x = -0{,}94\eta_1^в - 0{,}373\eta_1^н - 0{,}04\eta_2^в + 0{,}144\eta_2^н;$$

$$T_2 = 0{,}294x_н - 4{,}99\eta_1^н + 23{,}3\eta_2^н + 0{,}998x_в - 1{,}47\eta_1^в + 58{,}7\eta_2^в.$$

Результаты вычислений значений M_x и T_2 в стенке приведены в таблице 16.

Таблица 16

Расчетные усилия в стенке резервуара

$x_н$ м от низа	$\varphi_н = \frac{x_н}{\lambda_c}$	$\eta_1^н$	$\eta_2^н$	$x_в$ м от верха	$\varphi_в = \frac{x_в}{\lambda_c}$	$\eta_1^в$	$\eta_2^в$	Первый случай загружения		Второй случай загружения		Третий случай загружения	
								M_x (тм)	T_2 (т/пог. м)	M_x (тм)	T_2 (т/пог. м)	M_x (тм)	T_2 (т/пог. м)
0,0	0,00	1,00	0,00	5,00	12,50	0,00	0,00	0,004	0,00	−0,464	0,00	−0,373	0,00
0,10	0,25	0,76	0,19	4,90	12,25	0,00	0,00	0,106	1,57	−0,400	3,51	−0,311	5,59
0,20	0,50	0,53	0,29	4,80	12,00	0,00	0,00	0,137	5,17	−0,321	4,53	−0,240	7,87
0,40	1,00	0,20	0,31	4,60	11,50	0,00	0,00	0,132	9,12	−0,174	2,52	−0,120	10,72
0,60	1,50	0,02	0,22	4,40	11,00	0,00	0,00	0,089	11,27	−0,066	−1,38	−0,039	9,25
0,80	2,00	−0,06	0,12	4,20	10,50	0,00	0,00	0,046	12,08	−0,004	−4,68	0,005	7,05
1,20	3,00	−0,04	0,01	3,80	9,50	0,00	0,00	0,003	11,00	0,016	−7,10	0,013	3,87
2,50	6,25	0,00	0,00	2,50	6,25	0,00	0,00	0,000	6,88	0,000	−5,13	0,000	1,67
3,80	9,50	0,00	0,00	1,20	3,00	−0,04	0,01	0,011	3,47	0,037	−2,68	0,037	0,62
4,20	10,50	0,00	0,00	0,80	2,00	−0,06	0,12	0,016	4,18	0,051	4,35	0,052	6,53
4,40	11,00	0,00	0,00	0,60	1,50	0,02	0,22	−0,005	5,28	−0,028	10,59	−0,028	12,23
4,60	11,50	0,00	0,00	0,40	1,00	0,20	0,31	−0,053	6,16	−0,202	16,44	−0,200	17,04
4,80	12,00	0,00	0,00	0,20	0,50	0,53	0,29	−0,140	5,34	−0,510	16,02	−0,500	16,57
4,90	12,25	0,00	0,00	0,10	0,25	0,76	0,19	−0,200	3,40	−0,791	10,38	−0,723	10,89
5,00	12,50	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	−0,264	0,00	−0,943	0,00	−0,940	0,00

Соответственно для плиты днища, принимая распределение радиальных изгибающих моментов приближенно, как для балки постоянного сечения, а кольцевые моменты, исходя из зависимости:

$$M_t = \frac{EIy^{\cdot}}{r} = \frac{w^{\cdot}}{r},$$

где $r = r_0 - x$ — расстояние от центра плиты до рассматриваемой точки;

$w = EIy$ — увеличенный в EI раз прогиб балки на упругом основании;

$\frac{dw}{dr} = w^{\cdot} = EIy^{\cdot}$; $w^{\cdot}$ — EI-кратный угол поворота плиты в точке, взятой на расстоянии r от центра.

Вычисление изгибающих моментов в плите днища при таких обозначениях ведется по формулам (9) главы III $\left(\text{приняв } M_0 = M_2;\ Q_0 = \frac{qr_0}{2}\right)$:

$$M_r = M_2(\eta_1 + \eta_2) + q\frac{r_0}{2}\lambda_д\eta_2;$$

$$M_t = M_2\frac{\lambda_д}{r}\eta_1 + q\frac{r_0\lambda_д^2}{4r}(\eta_1 + \eta_2).$$

Давление на грунт (знак + означает сжатие):

$$\sigma_{гр} = q_0 + \frac{2M_2}{\lambda_д^2}(\eta_1 - \eta_2) + \frac{qr_0}{\lambda_д}\eta_1,$$

где q — нагрузка на 1 м^2 покрытия;

q_0 — давление жидкости на днище и собственный вес плиты днища.

После подстановки вычисленных ранее величин M_2, q, $\lambda_д$, получаем расчетные формулы.

Первый случай:

$$M_r = 0{,}004\,(\eta_1 + \eta_2) + 0{,}227\eta_2; \quad M_t = 0{,}002\,\frac{\eta_1}{r} + 0{,}063\,\frac{\eta_1 + \eta_2}{r};$$

$$\sigma_{гр} = 5{,}30 + 0{,}026\,(\eta_1 - \eta_2) + 1{,}5\eta_1.$$

Второй случай:

$$M_r = -0{,}464\,(\eta_1 + \eta_2) + 0{,}83\,\eta_2; \; M_t = -0{,}255\,\frac{\eta_1}{r} + 0{,}23\,\frac{\eta_1 + \eta_2}{r};$$

$$\sigma_{гр} = 0{,}3 - 3{,}06\,(\eta_1 - \eta_2) + 5{,}5\eta_1.$$

Третий случай:

$$M_r = -0{,}373\,(\eta_1 + \eta_2) + 0{,}83\eta_2; \; M_t = -0{,}205\,\frac{\eta_1}{r} + 0{,}23\,\frac{\eta_1 + \eta_2}{r};$$

$$\sigma_{гр} = 5{,}30 - 2{,}46\,(\eta_1 - \eta_2) + 5{,}5\eta_1.$$

Вычисленные по этим формулам значения усилий в днище и грунте сводим в таблицу 17.

Таблица 17

Расчетные усилия в днище резервуара и давление на грунт

x — расстояние от стенки	$r = r_0 - x$	$\varphi = \frac{x}{\lambda_д}$	η_1	η_2	Первый случай загружения			Второй случай загружения			Третий случай загружения		
					M_r (тм)	M_t (тм)	$\sigma_{гр}$ (т/м²)	M_r (тм)	M_t (тм)	$\sigma_{гр}$ (т/м²)	M_r (тм)	M_t (тм)	$\sigma_{гр}$ (т/м²)
0,00	2,75	0,00	1,00	0,00	0,004	0,023	6,82	−0,464	−0,009	2,74	−0,373	0,009	8,34
0,14	2,61	0,25	0,76	0,19	0,047	0,023	6,46	−0,280	0,009	2,74	−0,198	0,024	8,08
0,28	2,47	0,50	0,53	0,29	0,069	0,021	5,81	−0,140	0,022	2,48	−0,066	0,032	7,63
0,55	2,20	1,00	0,20	0,31	0,073	0,016	5,60	0,021	0,030	1,74	0,067	0,035	6,67
0,83	1,92	1,50	0,20	0,22	0,051	0,008	5,33	0,071	0,026	1,04	0,092	0,026	5,90
1,10	1,65	2,00	−0,06	0,12	0,027	0,002	5,20	0,065	0,018	0,52	0,078	0,026	5,42
1,65	1,10	3,00	−0,04	0,01	0,002	−0,001	5,24	0,022	0,003	0,23	0,019	−0,001	5,37
2,75	0,00	5,00	0,00	0,00	0,000	0,000	5,30	0,000	0,000	0,30	0,000	0,000	5,30

Плита покрытия. По формулам (80в), (80г) главы III

$$M_r = \frac{3}{16}\,q r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] + M_1;$$

$$M_t = \frac{q r_0^2}{16}\left[3 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] + M_1.$$

Первый случай. В центре плиты $\left(\frac{r}{r_0} = 0\right)$:

$$M_r = \frac{3}{16}\,0{,}3 \cdot 2{,}75^2 - 0{,}264 = 0{,}422 - 0{,}264 = 0{,}158 \text{ тм};$$

$$M_t = \frac{3 \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}75^2}{16} - 0{,}264 = 0{,}158 \text{ тм}.$$

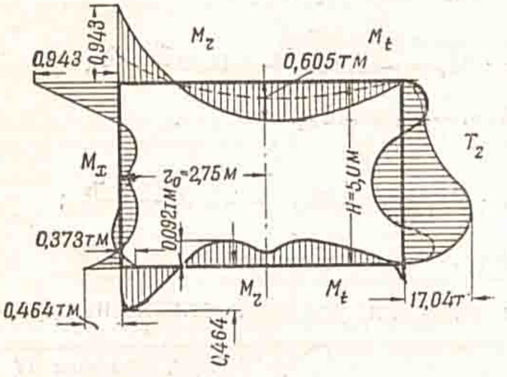
У стенки: $M_r = M_1 = 0{,}264$ тм.

$$M_t = \frac{0{,}3 \cdot 2{,}75^2}{16}\,(3 - 1) + M_1 = 0{,}281 - 0{,}264 = 0{,}017 \text{ тм}.$$

Второй случай. В центре: $M_r = \frac{3}{16} 1,1 \cdot 2,75^2 - 0,943 = 1,545 - 0,943 = 0,602$ тм $= M_t$.

У стенки: $M_r = M_1 = -0,943$ тм;

$$M_t = \frac{1,1 \cdot 2,75^2 (3-1)}{16} - 0,943 = 1,033 - 0,943 = 0,09 \text{ тм}.$$



Фиг. 274. Расчетные эпюры изгибающих моментов и кольцевых сил в подземном цилиндрическом резервуаре.

Третий случай. В центре: $M_r = M_t = 0,605$ тм.

У стенки: $M_r = -0,94$; $M_t = 0,093$ тм.

Эпюры изгибающих моментов и кольцевых усилий представлены на фигуре 274.

3. РАСЧЕТ ПОДЗЕМНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РЕЗЕРВУАРА ЕМКОСТЬЮ 200 м³ С ОДНОЙ КОЛОННОЙ В ЦЕНТРЕ ПРИ ПЛОСКИХ ПОКРЫТИИ И ДНИЩЕ

Данные для расчета:

полезная емкость резервуара $V_0 = 200$ м³;

сооружение II класса капитальности;

бетон марки 200, арматура периодического профиля, горячекатанная из стали марки Ст. 5; $\sigma_т = 3\,500$ кг/см²;

объемный вес грунта: засыпка (рушеный грунт) $\gamma_з = 1,6$ т/м³, уплотненный грунт $\gamma_{гр} = 1,9$ т/м³;

угол естественного откоса грунта $\varphi = 30°$;

допускаемое давление на грунт $\sigma_{гр} = 2,5$ кг/см²;

коэффициент постели грунта $k_г = 5$ кг/см³ $= 5\,000$ т/м³;

высота слоя засыпки $h_з = 1,0$ м.

а) Выбор основных геометрических размеров резервуара

Диаметр резервуара в свету по формуле (7) главы V:

$$D_0 = 2 \sqrt[5]{\frac{0,3\gamma\eta^2 V_0^2}{\chi c_2 R_р (k_п + k_д) \sqrt{q}}} = 2 \sqrt[5]{\frac{0,3 \cdot 1 \cdot 1,33 \cdot 40\,000}{1,05 \cdot 0,08 \cdot 170 \cdot 1,4 \sqrt{2}}} = 2 \cdot 3,56 = 7,12 \text{ м}.$$

Значения величин, входящих в данную формулу, приняты:

$\chi = 1,05$; $c_2 = 0,08$; $k_п + k_д = 1,4$; $q = 2$ т/м²; $\eta = 1,15$; $R_р = 170$ т/м².

Для расчета принимаем следующие размеры конструкции:

диаметр в свету $D_0 = 8,00$ м,
диаметр в осях $D = 8,12$ м,
высота в свету $H_1 = 4,50$ м,
высота в осях $H = 4,62$ м,
толщина стенки $\delta_с = 0,12$ м,
толщина днища $\delta_д = 0,12$ м,
толщина покрытия $\delta_п = 0,12$ м.

Расчет производим для двух случаев загружения:

1. Резервуар засыпан и опорожнен. В этом случае производится расчет следующих элементов:

а) верхний узел,

б) стенка,

в) покрытие,

г) нижний узел,

д) днище.

2. Резервуар наполнен, но не обсыпан. В этом случае достаточно произвести расчет только двух элементов:

а) нижний узел,

б) стенка.

Покрытие рассчитываем, как круглую пластинку, упруго зажатую по краям и опертую в центре на колонну.

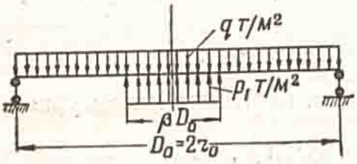
Днище рассчитываем как плиту, лежащую на упругом основании, упруго зажатую стенками резервуара.

Коэффициент Пуассона (поперечного расширения при сжатии) принимается $\nu = 0$.

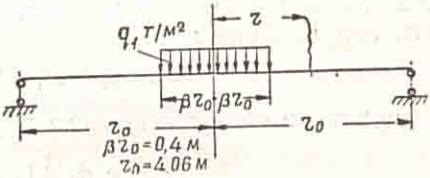
б) Первый случай загружения (резервуар засыпан и опорожнен)

Расчет верхнего узла. В верхнем узле соединяются два элемента: плита покрытия и стенка.

Для определения упругих деформаций, возникающих в узле, рассмотрим отдельно деформации элементов, входящих в него.



Фиг. 275. Схема загружения покрытия цилиндрического резервуара с колонной в центре (к примеру 3).



Фиг. 276. Частичное загружение плиты покрытия резервуара равномерной нагрузкой.

Плита (фиг. 275).

Нагрузка на 1 м² перекрытия:

вес засыпки

$$q_з = h_з \gamma_з = 1{,}0 \cdot 1{,}6 = 1{,}6 \text{ т/м}^2;$$

собственный вес плиты

$$q_п = 0{,}12 \cdot 2\,400 = 0{,}288 \text{ т/м}^2;$$

снеговой покров $q_с = 0{,}100$ т/м²;

полная нагрузка

$$q = q_з + q_п + q_с = 1{,}6 + 0{,}288 + 0{,}1 = 1{,}988 \approx 2{,}0 \text{ т/м}^2.$$

Деформации для круглой плиты, нагруженной равномерной нагрузкой и опертой по внешнему контуру (увеличенные в EI раз):

прогиб по формуле (80в) главы III

$$w = \frac{qr_0^4}{64}\left[5 - 6\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^4\right];$$

угол поворота

$$w' = -\frac{qr_0^3}{16}\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^3 - 3\left(\frac{r}{r_0}\right)\right];$$

прогиб в центре плиты

$$w_{макс} = \frac{5}{64} q r_0^4.$$

Деформации для круглой плиты, нагруженной частично равномерной нагрузкой и опертой по внешнему контуру (фиг. 276):

$$\beta = \frac{D_к}{D} = \frac{0{,}8}{8{,}12} \approx 0{,}1.$$

Прогиб на участке от $r=0$ до $r=\beta r_0$, увеличенный в EI раз:

$$w_1 = q_1 \frac{r_0^4}{64}\left\{(12-7\beta^2)\beta^2-(8\beta^2-2\beta^4)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+\left(\frac{r}{r_0}\right)^4+4\beta^2\left[\beta^2+2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\ln\beta\right\}.$$

Прогиб в центре плиты при $\frac{r}{r_0}=0$:

$$w_0 = q_1\frac{r_0^4}{64}\{(12-7\beta^2)\beta^2+4\beta^4\ln\beta\} = q_1\frac{r_0^4}{64}(12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta).$$

Угол поворота $w^{\cdot}=\frac{dw}{dr}$.

Прогиб на участке от $r=\frac{D_к}{2}=\beta r_0$ до $r=r_0$, увеличенный в EI раз:

$$w_1 = q_1\frac{\beta^2 r_0^4}{32}\left\{(6-\beta^2)\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]+2\left[\beta^2+2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\ln\frac{r}{r_0}\right\}.$$

Угол поворота на участке от $r=\beta r_0$ до $r=r_0$ (увеличенный в EI раз):

$$w^{\cdot} = q_1\frac{\beta^2 r_0^3}{32}\left\{\left[2\beta^2-8+8\ln\frac{r}{r_0}\right]\left(\frac{r}{r_0}\right)+2\beta^2\left(\frac{r_0}{r}\right)\right\}.$$

Определение нагрузки, передающейся на колонну. Нагрузка, передающаяся на колонну, определяется из условия равенства нулю прогиба плиты над колонной:

$$w = w_{макс} - w_0 = 0,\ \text{откуда}\ w_{макс} = w_0.$$

Подставив соответствующие выражения для прогибов, имеем уравнение:

$$\frac{5}{64}qr_0^4 = q_1\frac{r_0^4}{64}(12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta),$$

откуда

$$q_1 = \frac{5q}{12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta}\ \text{т/м}^2.$$

Подставив числовые значения для данного случая, имеем:

$$q_1 = \frac{5q}{[12\cdot 0,01-7\cdot 0,0001+4\cdot 0,0001\,(-2,3026)]} = 42,2q;$$

$$q_1 = 42,2\cdot 2,0 = 84,4\ \text{т/м}^2.$$

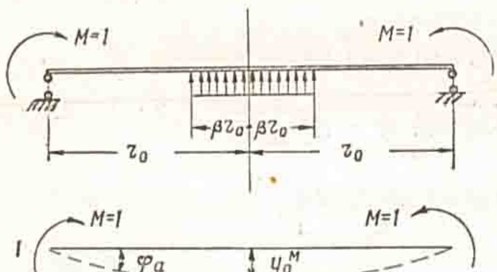
Площадь капители будет $\frac{3,14\cdot 0,8^2}{4} = 0,5025$ м².

Давление на колонну $P_к = 0,5025\times$ $\times 84,4 = 42,4$ т.

Определим деформации для круглой плиты, опертой по контуру и нагруженной по краям изгибающими моментами $M=1$, распределенными равномерно по периметру, и, кроме того, равномерной нагрузкой в центре плиты (фиг. 277), распределенной по площади капители.

Рассмотрим раздельно оба элементарных случая.

Прогиб от момента, приложенного на внешнем контуре, по формуле (80в) главы III:



Фиг. 277. Деформации плиты покрытия резервуара от моментов, распределенных по краям.

$$w_M = M\frac{r_0^2}{2}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right].$$

Прогиб в центре:

$$w_M^0 = M\frac{r_0^2}{2}.$$

Угол поворота при $r=r_0$ будет $w_M^{\cdot}=Mr_0$.

Прогиб в центре плиты от нагрузки q_2:

$$w_0=q_2\frac{r_0^4}{64}[12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta].$$

Угол поворота при $r=r_0$:

$$w_0^{\cdot}=q_2\frac{\beta^2 r_0^3}{32}(4\beta^2-8).$$

Определение давления на колонну от момента на краю. Нагрузка на колонну определяется из условия равенства нулю прогиба над колонной:

$$y=y_0^M-y_0^{q_2}=0.$$

Отсюда $w_M^0=w_0$

$$\frac{Mr_0^2}{2}=\frac{q_2 r_0^4}{64}(12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta);$$

или

$$q_2=\frac{32M}{r_0^2(12\beta^2-7\beta^4+4\beta^4\ln\beta)}=\frac{32M}{0,1184r_0^2}=\frac{270M}{r_0^2}.$$

При $M=1$

$$q_2=\frac{270\cdot 1}{4,06^2}=16,4 \text{ т/м}^2.$$

Уменьшение давления на колонну от влияния $M=1$, приложенного по наружному контуру плиты покрытия резервуара, составит:

$$P_к'=16,4\cdot 0,5025=8,24 \text{ т}.$$

Определение углов поворота плиты перекрытия на опоре при $r=r_0$.

1) Угол поворота плиты, нагруженной равномерной нагрузкой и моментом $M=1$ по краю [формулы (80в); (80г) главы III]:

$$w^{\cdot}=w_M^{\cdot}+w_0^{\cdot}$$

или

$$w^{\cdot}=Mr_0-q_2\frac{\beta^2 r_0^3}{32}(8-4\beta^2).$$

Подставив числовые значения, будем иметь:

$$w^{\cdot}=1\cdot 4,06+\frac{16,4\cdot 4,06\cdot 0,4^2}{32}(-8+4\cdot 0,01)=4,06-2,68=+1,38.$$

2) Угол поворота края плиты от нагрузки q на основании вышеприведенных выводов:

$$w^{\cdot}=\frac{qr_0^3}{8}+q_1\frac{\beta^2 r_0^3}{32}(4\beta^2-8);$$

$$w^{\cdot}=\frac{2,0\cdot 4,06^3}{8}+\frac{84,4\cdot 4,06\cdot 0,4^2\cdot(-8+4\cdot 0,01)}{32}=16,72-13,75=+2,97.$$

Следовательно, имеем для края плиты перекрытия:
угол поворота от $M=1$ $a_{11}^п=1,38$;
угол поворота от равномерной нагрузки $a_{1q}^п=+2,97$.

Стенка. Давление грунта вверху:

$$p_2=\gamma_3 h_3\,\mathrm{tg}^2\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)=1,9\cdot 1,12\cdot 0,364=0,774 \text{ т/м}^2.$$

Давление грунта внизу:

$$p_1=\gamma_3(h_3+H)\,\mathrm{tg}^2\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)=1,9\cdot 5,62\cdot 0,364=3,88 \text{ т/м}^2.$$

Характеристика жесткости стенки:

$$\lambda_c=0,76\sqrt{\delta_c r_0}=0,76\sqrt{0,12\cdot 4,06}=0,53 \text{ м}.$$

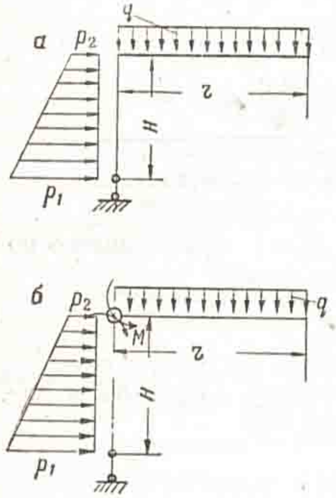
Деформации стенки, имеющей верхний край шарнирно закрепленным и свободный нижний край (фиг. 278, *б*): поворот верхнего края стенки от $M=1$ по формуле (17) главы III

$$a_{11}^{c}=\frac{\lambda_c}{2}=\frac{0,53}{2}=0,265;$$

поворот стенки цилиндрического резервуара от нагрузки при свободных краях

$$a_{1q}^{c}=(p_1-p_2)\frac{\lambda_c^4}{4H}.$$

Для того чтобы получить поворот края стенки при шарнирном опирании наверху, надо к верхнему краю стенки приложить поперечную силу Q, которая препятствует смещению края:



Фиг. 278. Схема работы верхнего узла резервуара (при первом случае загружения): *а*—заданная система; *б*—основная система.

$$Q=p_2\frac{\lambda_c}{2}.$$

Поворот, соответствующий этой поперечной силе:

$$Qa_{12}^{c}=-\frac{p_2\lambda_c}{2}\frac{\lambda_c^2}{2}=-\frac{p_2\lambda_c^3}{4},$$

где a_{12}^{c}—поворот края стенки от поперечной силы $Q=1$.

Поворот верхнего края стенки при шарнирном его опирании от нагрузки будет:

$$a_{1q}^{c}=Qa_{12}^{c}+a_{1q}=-\frac{p_2\lambda_c^3}{4}+(p_2-p_1)\frac{\lambda_c^4}{4H}=$$
$$=-\frac{0,774\cdot 0,53^3}{4}+(0,774-3,88)\frac{0,53^4}{4\cdot 4,62}=$$
$$=-0,774\cdot 0,0372-2,106\cdot 0,00438=-0,0381.$$

Определение момента в верхнем узле (фиг. 278). Так как в нашем случае узел горизонтальных смещений не имеет, то пишем только одно уравнение равновесия узла:

$$M(a_{11}^{п}+a_{11}^{c})=a_{1q}^{п}+a_{1q}^{c};$$
$$M(1,38+0,265)=-0,0381+2,97;$$
$$1,645M=2,93;$$

откуда момент в верхнем узле будет:

$$M=\frac{2,93}{1,645}=1,78 \text{ тм}.$$

Определение изгибающих моментов в плите покрытия. Для определения внутренних усилий в плите покрытия разобьем схему действующих нагрузок (фиг. 279, *а*) на составные части (фиг. 279, *б* и *в*).

Радиальные моменты от нагрузки q (без учета колонны)

$$M_r=\frac{3qr_0^2}{16}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right].$$

В центре плиты, при $r=0$:

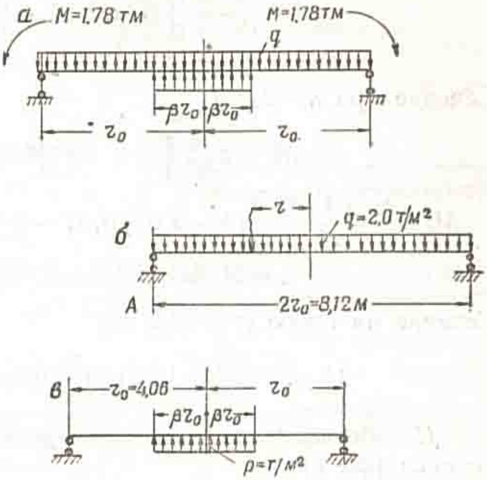
$$M_r=\frac{3qr_0^2}{16}=\frac{3\cdot 2,0\cdot 4,06^2}{16}=6,18 \text{ тм}.$$

В сечении при $r=2$ м:

$$M_r=\frac{3qr_0^2}{16}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]=\frac{2,0\cdot 4,06^2}{16}3\left[1-\left(\frac{2}{4,06}\right)^2\right]=4,68 \text{ тм}.$$

Кольцевые изгибающие моменты по четвертой формуле (80в) главы III:

$$M_t=\frac{qr_0^2}{16}\left[3-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right].$$



Фиг. 279. Схемы нагрузок на плиту покрытия резервуара с колонной в центре: *а*—суммарная; *б*—внешняя нагрузка; *в*—отпор капители колонны.

В центре плиты:

$$M_t=\frac{3qr_0^2}{16}=6,18 \text{ тм}.$$

На расстоянии 2 м от центра (при $r=2,0$):

$$M_t=\frac{2\cdot 4,06^2}{16}[3-(0,242)^2]=5,68 \text{ тм}.$$

Сечение у опоры ($r=4,06$ м):

$$M_t=\frac{2,0\cdot 4,06^2}{8}=4,12 \text{ тм}.$$

Давление на капитель p т/м² вычисляем по формулам, выведенным для плиты, упруго заделанной по контуру, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой q и изгибающим моментом в заделке M:

$$q=2,0 \text{ т/м}^2;\quad M=1,78 \text{ тм};$$

$$p=42,2q-\frac{270}{r_0^2}M=42,2\cdot 2,0-\frac{270}{4,06^2}\cdot 1,78=84,4-29,2=55,2 \text{ т/м}^2.$$

Давление на колонну:

$$P_\text{к}=pF_\text{к}=55,2\,\frac{3,14\cdot 0,80^2}{4}=55,2\cdot 0,5025=28,0 \text{ т}.$$

Определение вертикального давления на стенку резервуара. Вся нагрузка на перекрытие:

$$\frac{3,14\cdot 8,12^2}{4}2,0=105,0 \text{ т}.$$

Нагрузка, передающаяся на стенку:

$$105,0-28,0=77 \text{ т}.$$

Нагрузка на 1 м длины стенки:

$$P_\text{с}=\frac{77}{3,14\cdot 8,12}=3,0 \text{ т/м}.$$

Радиальные моменты от давления на капитель. В центре при $r=0$:

$$M_r=p\frac{r_0^2}{16}\left[3\beta^4-3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2-4\beta^2\ln\beta\right]=$$

$$=\frac{55,2\cdot 4,06^2}{16}[3\cdot 0,0001-0-4\cdot 0,01(-2,303)]=$$

$$=56,8\,(0,0003+0,0922)=56,8\cdot 0,0925=5,28 \text{ тм}.$$

Сечение при $r=2,0$ м:

$$M_r=p\frac{r_0^2}{16}\left[3\beta^4-3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2-4\beta^2\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\right].$$

$$M_r=\frac{55,2\cdot 4.06^2}{16}\left[3\cdot 0,0001-3\left(\frac{2,00}{4,06}\right)^2-0,04\ln\left(\frac{2,0}{4,06}\right)\right]=2,12 \text{ тм}.$$

Сечение при $r=4{,}06$ м (на опоре): $M_r=0$.

Кольцевые моменты. Сечение при $r=0$:

$$M_t=\frac{pr_0^2}{16}\left[3\beta^4-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2-4\beta^2\ln\beta\right]=$$

$$=\frac{55{,}2\cdot4{,}06^2}{16}\left[3\cdot0{,}0001-\left(\frac{0}{4{,}06}\right)^2-4\cdot0{,}01\ln0{,}1\right]=$$

$$=56{,}8\,(0{,}0003-0+0{,}0922)=5{,}28\ \text{тм}.$$

Сечение при $r=2{,}0$ м:

$$M_t=p\frac{r_0^2}{16}\left\{(4-3\beta^2)\beta^2-3\beta^4\left(\frac{r_0}{r}\right)^2-4\beta^2\ln\frac{r}{r_0}\right\};$$

$$M_t=\frac{55{,}2\cdot4{,}06^2}{16}\left\{(4-0{,}03)\,0{,}01-3\cdot0{,}0001\left(\frac{4{,}06}{2{,}00}\right)^2-4\cdot0{,}01\ln0{,}492\right\}=$$

$$=56{,}8\,(0{,}0397-0{,}0012+0{,}0281)=56{,}8\cdot0{,}0466=2{,}66\ \text{тм}.$$

Сечение на опоре ($r=4{,}06$ м):

$$M_t=\frac{55{,}2\cdot4{,}06}{16}[0{,}01\,(4-0{,}03)]=56{,}8\cdot0{,}0397=2{,}26\ \text{тм}.$$

Изгибающие моменты суммарные. 1) Радиальные моменты сечение при $r=0$

$$M_r=+6{,}18-5{,}28-1{,}78=-0{,}88\ \text{тм};$$

сечение при $r=2{,}0$ м

$$M_r=+4{,}68-2{,}12-1{,}78=+0{,}88\ \text{тм};$$

сечение при $r=4{,}06$ м

$$M_r=-1{,}78\ \text{тм}.$$

Кольцевые моменты. Сечение при $r=0$ (в центре плиты):

$$M_t=+6{,}18-5{,}28-1{,}78=-0{,}88\ \text{тм}.$$

Сечение при $r=2{,}0$ м:

$$M_t=+4{,}68-2{,}66-1{,}78=+0{,}14\ \text{тм}.$$

Сечение при $r=4{,}06$ м (у опоры):

$$M_t=-1{,}78+4{,}12-2{,}26=+0{,}1\ \text{тм}.$$

Выбор диаметра капители:

$$d_\text{к}=\frac{kP_\text{к}}{\pi R_\text{ср}\,z},$$

где $P_\text{к}$—сила, передающаяся на колонну;

$R_\text{ср}$—предел прочности бетона на срез; $R_\text{ср}=0{,}75\sqrt{RR_\text{р}}=0{,}75\sqrt{200\cdot17}=43{,}5$ кг/см²;

z—плечо внутренней пары (приближенно можно принимать $z=0{,}88h_\text{j}$);

$k=4$—коэффициент запаса прочности по таблице 4 приложения II).

Для капители:

$$d_\text{к}=\frac{4{,}0\cdot28\,000}{3{,}14\cdot43{,}5\cdot0{,}88\cdot16{,}5}=58{,}2\ \text{см};\ \text{принято}\ d_\text{к}=0{,}8\ \text{м}.$$

Для надкапительной плиты из условий работы ее на главные растягивающие напряжения ($k=1{,}3$ по таблице 7 приложения II):

$$d=\frac{1{,}3\cdot28\,000}{3{,}14\cdot17{,}0\cdot0{,}88\cdot10{,}5}\cong77{,}0\ \text{см};\ \text{принято}\ d=1{,}50\ \text{м}.$$

Расчет нижнего узла (фиг. 280). Сила, действующая по краю днища и приходящаяся на 1 м длины окружности:

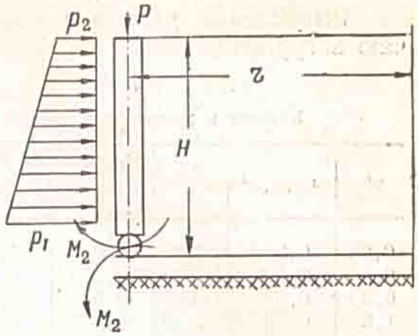
$$P=\gamma_б\,\delta_c H+P_c=2{,}5\cdot 0{,}12\cdot 4{,}62+ \\ +3=4{,}35 \text{ т/м}.$$

Характеристика жесткости днища:

$$\lambda_д=\sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_г}}=\sqrt[4]{\frac{4\cdot 210\,000\cdot 14\,400}{100\cdot 5}}= \\ =70\text{ см}=0{,}7\text{ м}.$$

Момент в нижнем узле по формулам (9); (17) и (18) главы III:

$$M_2=-\frac{p_1\dfrac{\lambda_c^4\left(\dfrac{l}{\lambda_c}-1\right)}{4H}+p_2\dfrac{\lambda_c^4}{4H}+P\dfrac{\lambda_д^2}{2}}{\dfrac{\lambda_c}{2}+\lambda_д}=$$



Фиг. 280. Схема работы нижнего узла резервуара (основная система).

$$=-\frac{\dfrac{3{,}88\cdot 0{,}53^4}{4\cdot 4{,}5}\left(\dfrac{4{,}5}{0{,}53}-1\right)+\dfrac{0{,}774\cdot 0{,}53^4}{4\cdot 4{,}5}+\dfrac{4{,}35\cdot 0{,}7^2}{2}}{\dfrac{0{,}53}{2}+0{,}7}=-1{,}06\text{ тм}.$$

Изгибающие моменты в днище определяем, рассматривая его в радиальном направлении как балку, лежащую на упругом основании. Для определения кольцевых моментов воспользуемся основной зависимостью для круглых плит: $M_t=\frac{w'}{r}$.

Следовательно, по формулам (9) главы III, принимая $Q_0=P$:

$$M_r=M_2\eta_1+(M_2+P\lambda_д)\eta_2;$$

$$M_t=\frac{\lambda_д}{2r}[2M_2\eta_1-P\lambda_д(\eta_1+\eta_2)].$$

Вычисление моментов сведено в таблицу 18.

Таблица 18

Расчетные усилия в днище резервуара
(от давления стен)

φ	$r_0-r=\varphi\lambda_д$	η_1	η_2	$M_2\eta_1$	$P\lambda_д\eta_1$	$P\lambda_д\eta_2$	M_r (тм)	M_t (тм)	$\frac{\lambda_д}{2r}=\frac{0{,}35}{r}$
0,0	0,0	1,00	0,00	−1,06	3,05	0	−1,06	−0,42	0,086
0,2	0,14	0,802	0,163	−0,85	2,435	0,497	−0,52	−0,41	0,09
0,5	0,35	0,532	0,291	−0,564	1,62	0,884	+0,02	−0,339	0,095
1,10	0,77	0,151	0,297	−0,160	0,460	0,903	+0,423	−0,092	0,1065
1,50	1,05	0,015	0,223	−0,016	0,046	0,681	+0,431	−0,078	0,116
3,0	2,10	−0,05	0,007	+0,053	−0,015	0,021	+0,06	−0,000	0,179

Изгибающие моменты и кольцевые усилия в стенке определяются по формулам, аналогичным предыдущему:

$$M_x=M_1(\eta_1^в+\eta_2^в)+M_2(\eta_1^н+\eta_2^н)-p_1\frac{\lambda_c^2}{2}\eta^н-p_2\frac{\lambda_c^2}{2}\eta_2^в;$$

$$T_2=p_1r_0\left(\frac{x_в}{H}-\eta_1^н\right)+p_2r_0\left(\frac{H-x_в}{H}-\eta_1^в\right)-\frac{2r_0}{\lambda_c^2}[M_1\eta_2^в+M_2\eta^н]$$

(положительными считаются моменты, вызывающие растяжение на внутренней поверхности оболочки резервуара; давления p_1 и p_2 и усилия T_2 приняты положительными, если они вызывают растяжение).

Вычисления усилий и моментов в стенке резервуара по первому случаю загружения даны в таблице 19.

Таблица 19

Усилия и моменты в стенке резервуара по первому случаю загружения

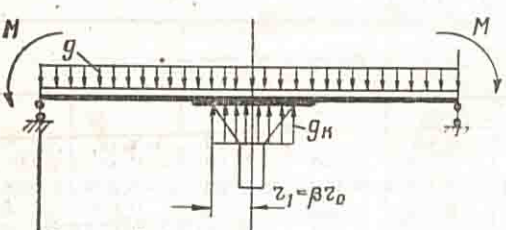
$\varphi^{в}$	$x_в=\lambda_c\varphi^{в}$	$\frac{x_в}{H}$	$\frac{H-x_в}{H}$	$\eta_1^{в}$	$\eta_2^{в}$	$\eta_1^{н}$	$\eta_2^{н}$	M_x (тм)	T_2 (т/пог. м)
0,00	0,00	0,00	1,0	1,00	0,00	0,00	0,00	−1,78	0,00
0,2	0,106	0,024	0,976	0,802	0,163	0,00	0,00	−1,74	2,5
0,5	0,265	0,059	0,941	0,532	0,291	0,00	0,00	−1,62	6,30
1,0	0,53	0,118	0,882	0,199	0,310	0,00	0,00	−0,90	9,80
2,0	1,06	0,236	0,764	−0,056	0,123	0,001	0,00	−0,13	−0,30
3,0	1,59	0,354	0,646	−0,049	0,007	0,003	−0,003	+0,08	−6,50
4,0	2,12	0,472	0,528	−0,012	−0,014	−0,002	−0,011	+0,06	−8,65
5,0	2,65	0,585	0,415	0,002	−0,006	−0,028	−0,011	+0,04	−10,20
6,0	3,19	0,710	0,290	0,002	0,00	−0,066	0,049	0,00	−13,05
7,0	3,72	0,826	0,174	0,00	0,00	0,016	0,223	−0,25	−5,06
8,0	4,25	0,941	0,059	0,00	0,00	0,532	0,291	−0,99	+3,30
8,3	4,40	0,976	0,024	0,00	0,00	0,802	0,163	−1,08	+2,23
8,5	4,50	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	−1,06	0,00

в) Второй случай загружения (резервуар наполнен водой, не засыпан)

Вычисление усилий в стенке резервуара в этом случае производится аналогично тому, как это сделано для первого случая загружения. Меняются лишь значения нагрузок и краевых моментов. Таким образом:

$$M_1=-\frac{\frac{qr_0^3}{8}-\frac{\gamma\lambda_c^4}{4}}{r_0+\frac{\lambda_c}{2}}=-\frac{\frac{0,268\cdot 4,06^3}{8}-\frac{1,0\cdot 0,53^4}{4}}{4,06+0,265}=-0,552\ \text{тм},$$

$$M_2=-\frac{-\gamma\frac{\lambda_c^4}{4}\left(\frac{H}{\lambda_c}-1\right)+P\frac{\lambda_д^2}{2}}{\frac{\lambda_c}{2}+\lambda_д}=-\frac{-0,15+0,23}{0,265+0,5}=-0,083\ \text{тм},$$



Фиг. 281. Схема загружения плиты с учетом опорных закреплений.

где $P=1,35+\frac{(4,06-2,2)\,0,288}{2,0}=$
$=1,62$ т,

$p_2=0;$

$p_1=\gamma H=4,06$ т/м².

Вычисления усилий и моментов в стенке резервуара сведены в таблицу 20.

Верхний узел стенки. *Плита перекрытия* (фиг. 281).

Определение давления на колонну от плиты, нагруженной равномерной нагрузкой, равной собственному весу плиты:

$$g=0,12\cdot 2,4=0,288\ \text{т/м}^2.$$

Давление на 1 м² капители находим по формулам, выведенным в первом случае загружения:

$$g_1=42,2g=42,2\cdot 0,288=12,14\ \text{т/м}^2.$$

Таблица 20

Усилия и моменты в стенке резервуара по второму случаю загружения

$\varphi_в$	$x_в=\lambda_c\varphi_в$	$\frac{x_в}{H}$	$\frac{H-x_в}{H}$	$\eta_1^в$	$\eta_2^в$	$\eta_1^н$	$\eta_2^н$	M_x (тм)	T_2 (т/пог. м)
0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	−0,552	0,00
0,20	0,106	0,024	0,976	0,802	0,163	0,00	0,00	−0,53	3,01
0,50	0,265	0,059	0,941	0,532	0,291	0,00	0,00	−0,45	4,96
1,0	0,530	0,118	0,882	0,199	0,310	0,00	0,00	−0,28	6,75
2,0	1,06	0,236	0,764	−0,056	0,123	0,001	0,00	−0,04	5,84
3,0	1,59	0,354	0,646	−0,049	0,007	0,003	−0,003	+0,02	5,93
4,0	2,12	0,472	0,528	−0,012	−0,014	−0,002	−0,011	+0,01	7,40
5,0	2,65	0,585	0,415	0,002	−0,006	−0,028	−0,011	+0,01	10,00
6,0	3,19	0,710	0,290	0,002	0,00	−0,066	0,049	+0,03	12,71
7,0	3,72	0,826	0,174	0,00	0,00	0,016	0,223	+0,10	13,42
8,0	4,25	0,941	0,059	0,00	0,00	0,532	0,291	+0,10	6,72
8,3	4,40	0,976	0,024	0,00	0,00	0,802	0,163	+0,01	2,88
8,5	4,50	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	−0,083	0,00

Давление на колонну от плиты, опертой по контуру и нагруженной равномерно распределенными моментами $M=1$ по тому же контуру:

$$g_2=\frac{270}{r_0^2}M=\frac{270}{4,06^2}1=16,4 \text{ т/м}^2.$$

Определение углов поворота плиты покрытия на опоре при $r=r_0$. Угол поворота плиты, нагруженной моментами $M=1$ по периметру:

$$w^{\cdot}=w_M^{\cdot}+w_д^{\cdot}.$$

На основании выводов, приведенных в первом случае загружения, имеем:

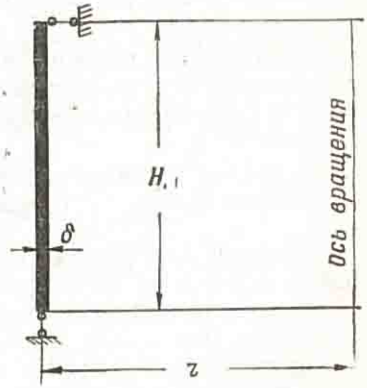
$$w_M^{\cdot}=Mr_0+\frac{g_2\beta^2r_0^3}{32}(-8+4\beta^2);\quad \beta=\frac{0,4}{4,06}=0,1$$

Подставив числовые значения, получим:

$$w_M^{\cdot}=4,06+\frac{16,4\cdot0,1^2\cdot4,06^3}{32}(-8+4\cdot0,01)=$$
$$=+1,38.$$

Угол поворота плиты от нагрузки:

$$w_g^{\cdot}=\frac{gr_0^3}{8}+\frac{g_1\beta^2r_0^3}{32}(-8+4\beta^2)=\frac{0,288\cdot4,06}{8}+$$
$$+\frac{12,14\cdot4,06^3\cdot0,1^2}{32}(-8+4\cdot0,01)=2,415-1,97=+0,445.$$



Фиг. 282 Схема опирания цилиндрической стенки в основной системе.

Следовательно, угол поворота края плиты от $M=1$

$$a_{11}=1,38,$$

а от собственного веса плиты

$$a_{1g}=0,445.$$

Стенка. Деформации стенки, имеющей верхний край шарнирно закрепленным и нижний край свободным (фиг. 282):
поворот верхнего края стенки от $M=1$

$$a_{11}^c=\frac{\lambda_c}{2}=\frac{0,53}{2}=0,265;$$

поворот от нагрузки при свободных краях стенки

$$a_{1g}^c=(p_1-p_2)\frac{\lambda_c^4}{4H}=\gamma H\frac{\lambda_c^4}{4H}=\frac{\gamma\lambda_c^4}{4}.$$

Для того чтобы получить поворот при верхнем шарнирно опертом крае стенки надо к верхнему краю стенки приложить поперечную силу Q, которая препятствует смещению этого края.

Поворот от нагрузки будет (имея в виду, что $p_2 = 0$):

$$a_{1g}^{c} = +p_1 \frac{\lambda_c^4}{4H} = 4{,}0 \frac{0{,}53^4}{4 \cdot 4{,}62} = +0{,}0175.$$

Уравнение равновесия узла:

$$M_1(1{,}38 + 0{,}265) = 0{,}0175 + 0{,}445;$$

$$1{,}645\,M_1 = 0{,}463;$$

откуда $M_1 = \frac{0{,}463}{1{,}645} = 0{,}282$ тм.

Момент в верхнем узле при наполненном и незасыпанном резервуаре будет $M = 0{,}282$ тм.

Определение давления, передающегося на колонну. Давление на 1 м² капители:

$$p = 42{,}2\,g + \frac{270}{r_0^2} M_1 = 42{,}2 \cdot 0{,}288 - \frac{270}{4{,}06^2} 0{,}282 = 12{,}14 - 4{,}62 = 7{,}52 \text{ т/м}^2.$$

Площадь $F_к = 0{,}5025$ м².

Нагрузка на колонну $P_к = pF_к = 7{,}52 \cdot 0{,}5025 = 3{,}78$ т. Полный вес плиты $P_п = 14{,}9$ т.

На 1 пог. м стенки передается:

$$P = \frac{P_п - P_к}{2\pi r_0} = \frac{14{,}90 - 3{,}78}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}06} = 0{,}436 \text{ т/пог. м}.$$

Как видно, давления на колонну и на стенку получились меньше, чем по первому случаю загружения. Поэтому расчеты колонны и стенки по второму случаю можно не производить.

4. РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ВОДОНАПОРНОЙ БАШНИ С РЕЗЕРВУАРОМ ЕМКОСТЬЮ 400 м³

Данные для расчета (основные геометрические размеры водонапорной башни приведены на фигуре 283):

полезная емкость резервуара $V_0 = 400$ м³,

бетон марки 200, арматура из круглой стали марки Ст. 0,

допускаемое давление на грунт $\sigma_{гр} = 2{,}5$ кг/см²,

объемный вес утеплителя кровли шатра башни $\gamma_у = 0{,}95$ т/м³ $= 950$ кг/м³,

снеговая нагрузка по второму району,

сооружение II класса капитальности.

а) Шатер башни

На фигуре 283 указаны геометрические расчетные размеры башни. Диаметр шатра (средний) $D_ш = 11{,}47$ м, $r_ш = 5{,}735$ м. Стрела подъема кровли $f_ш = 1{,}20$ м. Уклон кровли шатра по образующей $i = \operatorname{tg}\alpha = 1{,}2 : 5{,}735 = 0{,}21$, следовательно, угол уклона кровли $\alpha = 12°$; $\sin\alpha = 0{,}207$, $\cos\alpha = 0{,}978$.

Кровля шатра. Расчетная нагрузка на 1 м² кровли шатра.

1. Постоянная нагрузка:

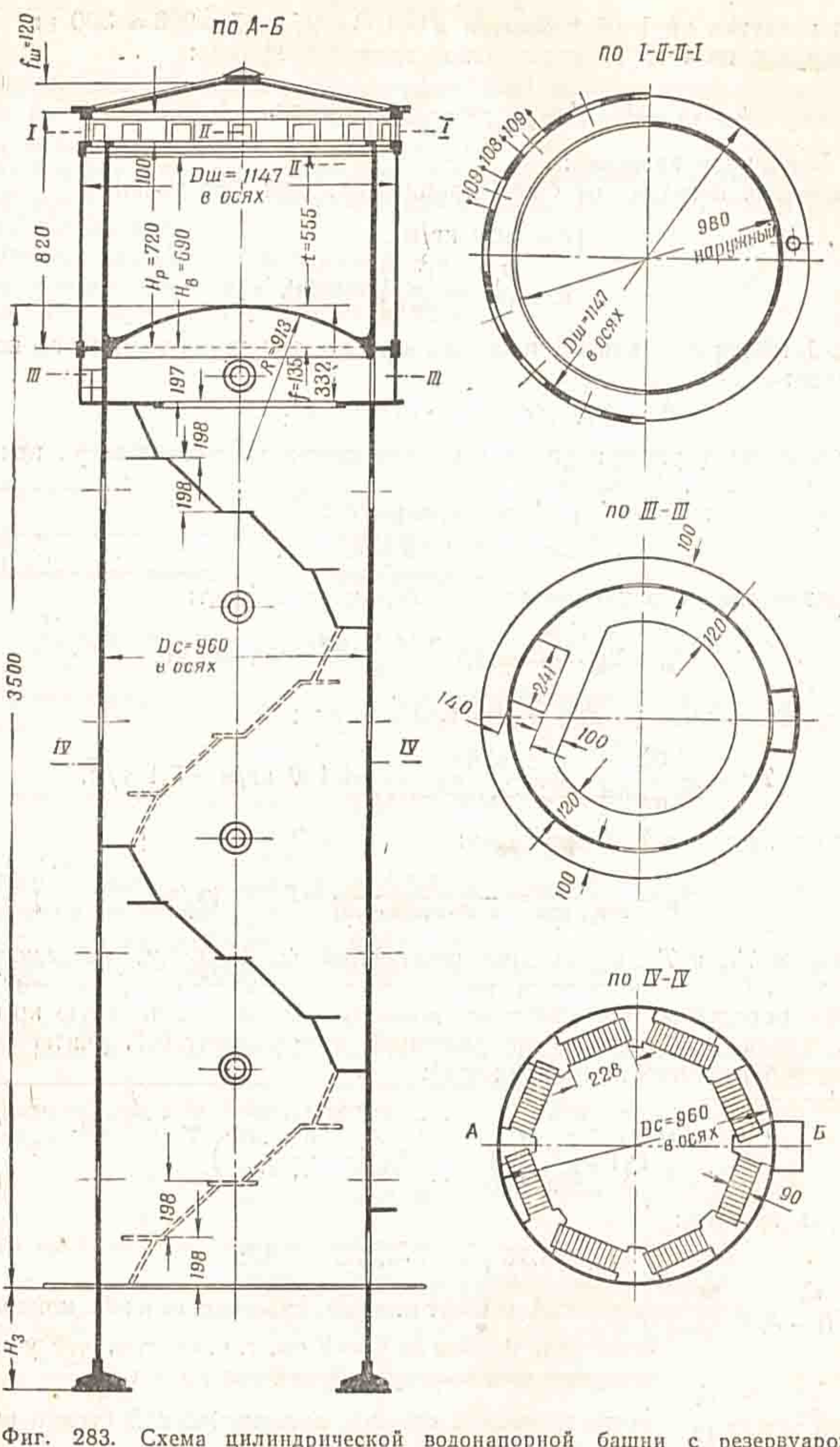
от собственного веса, принимая среднюю толщину покрытия $\delta_c = 7$ см (на опоре $\delta_1 = 8$ см, в вершине $\delta_2 = 6$ см) $g_1 = \gamma_б \delta_c = 2\,400 \cdot 0{,}07 = 168$ кг/м², где $\gamma_б$ – объемный вес железобетона;

от утепления

$$g_2 = \gamma_у \delta_у = 950 \cdot 0{,}10 = 95 \text{ кг/м}^2,$$

где $\delta_у$ — высота слоя утепления;

$\gamma_у$ — объемный вес утепления;



Фиг. 283. Схема цилиндрической водонапорной башни с резервуаром емкостью 400 м³ (к примеру 4).

от кровли

$$g_3 = 35 \text{ кг/м}^2.$$

Полная нагрузка на 1 м² покрытия $g = 168 + 95 + 35 = 298 \approx 300$ кг.

Нагрузка на 1 м² горизонтальной проекции кровли:

$$g' = \frac{g}{\cos\alpha} = \frac{300}{0,978} = 307 \text{ кг}.$$

2. Временная нагрузка:
временная нагрузка от снега принимается для 2-го района

$$s = 70,0 \text{ кг/м}^2;$$

$$c = \frac{D_ш}{10f} = \frac{11,47}{10 \cdot 1,2} = 0,90.$$

На 1 м² горизонтальной проекции кровли для цилиндрического покрытия имеем:

$$g_c = cs = 0,9 \cdot 70 = 63 \text{ кг}.$$

За малостью угла наклона α кровли шатра давлением ветра при расчете пренебрегаем.

Суммарная нагрузка на 1 м² перекрытия:

$$\Sigma g = 307 + 63 = 370 \text{ кг}.$$

Полная нагрузка на всю кровлю перекрытия будет:

$$Q_ш = \Sigma g \frac{\pi D^2_ш}{4} = 370 \frac{3,14 \cdot 11,47^2}{4} \approx 38\,000 \text{ кг}.$$

Меридиональное усилие в опорном сечении:

$$T_{10} = \frac{Q_ш}{2\pi r_ш \sin\alpha} = \frac{38\,000}{6,28 \cdot 5,735 \cdot 0,207} = 5\,100 \text{ кг/м} = 5,1 \text{ т/м}.$$

Горизонтальная составляющая:

$$H_ш = \frac{Q_ш}{2\pi r_ш \operatorname{tg}\alpha} = \frac{3\,800}{6,28 \cdot 5,735 \cdot 0,21} = 5\,020 \text{ кг/м}.$$

Усилия T_{10} и T_{20} в оболочке перекрытия шатра будут сжимающими. Кроме того, будет действовать меридиональный изгибающий момент. Его величину определим, рассматривая покрытие шатра как плоскую круглую плиту, вводя приближенно поправочный коэффициент 0,7, учитывающий влияние вспарушенности (конусности):

$$M_ш \approx 0,7 \frac{g r^2_ш}{8\left(1 + \frac{\lambda_ш}{2r_ш}\frac{I_п}{I_c}\right)} \approx 0,7 \frac{0,37 \cdot 5,735^2}{8\left(1 + \frac{0,48 \cdot 8^3}{11,47 \cdot 7^3}\right)} = 0,84 \text{ тм}.$$

Здесь принято:

$$\lambda_ш = 0,76 \sqrt{0,07 \cdot 5,735} = 0,48;$$

$I_п = \frac{\delta_п^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{8^3}{12}$ — расчетный момент инерции краевого сечения конической оболочки, исходя из $\delta_п = 8$ см, т. е. считая, что у опоры толщина оболочки увеличивается до 8 см;

$I_c = \frac{\delta_c^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{7^3}{12}$ — момент инерции сечения цилиндрической стенки шатра.

Эксцентриситет нормальной силы $N = T_{10}$ относительно растянутой арматуры при $h_0 = 8 - 1,5 = 6,5$ см:

$$e = \frac{M_ш}{N} + \frac{h_0 - a}{2} = \frac{0,84}{5,1} + \frac{1}{2}(6,5 - 1,5) = 0,167 + 0,028 = 0,195 \text{ м} = 19,5 \text{ см}.$$

Потребная симметричная арматура:

$$F_а = F'_а = \frac{kN\left(e - \frac{h_0}{2}\right)}{\sigma_т (h_0 - a')} = \frac{1{,}8 \cdot 5{,}1\,(19{,}5 - 3{,}2)}{2{,}5 \cdot 5} = 11{,}7 \text{ см}^2.$$

Принимаем у опорного кольца (фиг. 284) на расстоянии от последнего (вверх по образующей кровли), равном $^1/_4$ длины образующей, количество меридиональной арматуры $F_а = F'_а = 10 \varnothing 12$ мм.

Кольцевая арматура укладывается конструктивно $\varnothing$ 6 мм через 20 см, а у опоры $10 \varnothing 8$ мм, учитывая возможность появления растягивающих усилий вблизи кольца.

Опорное кольцо. Растягивающее усилие в кольце вычисляем приближенно, считая, что на кольцо передается 80% всего распора [19]:

$$N_к = 0{,}8\ H_ш r_ш = 0{,}8 \cdot 5\,020 \cdot 5{,}735 = 23\,000 \text{ кг}.$$

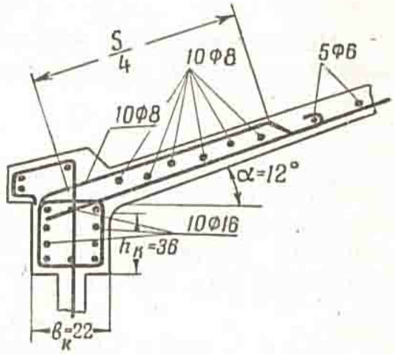
Потребное количество арматуры:

$$F_а = \frac{kN_к}{\sigma_т} = \frac{1{,}8 \cdot 23\,000}{2\,500} = 18{,}6 \text{ см}^2.$$

Принято $F_а = 10 \varnothing 16$ мм (фиг. 284).

Принимаем размеры сечения опорного кольца:

$$h_к = 36 \text{ см}; \quad b_к = 22 \text{ см}.$$



Фиг. 284. Схема армирования опорного узла кровли шатра водонапорной башни.

Стенка шатра. Толщина δ_c стенки шатра принята равной 7 см.

Наружный диаметр шатра	$D_н = 11{,}54$	м
Средний диаметр шатра	$D_ш = 11{,}47$	»
Внутренний диаметр шатра	$D_в = 11{,}40$	»
Высота шатра	$H_1 = 8{,}20$	»

Ввиду незначительности усилий, воспринимаемых стенкой шатра (только от ветра и нагрузок кровли), расчета стенки можно не производить, назначив количество арматуры конструктивно.

Вертикальную арматуру принимаем такую же, как в куполе около опорного кольца $10 \varnothing 12$ мм на 1 м (с внешней стороны), а кольцевую $5 \varnothing 8$ мм на 1 м.

Ширину простенка между двумя соседними окнами принимаем равной 108 см, таких же размеров, как оконный проем.

Нагрузка на 1 м длины стенки:

от кровли

$$\frac{Q}{\pi D_ш} = \frac{38\,000}{3{,}14 \cdot 11{,}47} = 1\,050 \text{ кг/м},$$

от веса опорного кольца кровли

$$0{,}25 \cdot 0{,}32 \cdot 2\,400 = 190 \text{ кг/м},$$

собственный вес железобетонной стенки (при средней толщине 0,07 м = 7 см)

$$0{,}07 \cdot 2\,400 \cdot 8{,}20 = 1\,380 \text{ кг/м},$$

вес утепляющих фибролитовых плит толщиной 7 см,

$$0{,}07 \cdot 450 \cdot 8{,}20 = 246 \text{ кг/м},$$

вес штукатурки толщиной 1 см

$$0{,}01 \cdot 2\,000 \cdot 8{,}20 = 164 \text{ кг/м},$$

Всего нагрузка на 1 м внешнего контура консольной площадки резервуара:

$$P_ш = 1\,050 + 190 + 1\,380 + 246 + 164 = 3\,030 \text{ кг.}$$

Проверим напряжения в простенках между окнами.

На 1 м простенка (см. фиг. 283) передается нагрузка от 2,17 пог. м верхнего кольца, т. е. $1\,050 + 190 \cdot 2{,}17 = 2\,690$ кг.

Напряжения в бетоне:

$$\sigma_б = \frac{2\,690}{108{,}7} = 3{,}6 \text{ кг/см}^2.$$

Незначительность напряжений, возникающих в простенках между окнами, позволяет арматуру в них взять такую же, как и в стенках шатра.

б) Резервуар

Толщина стенки резервуара вверху принята конструктивно $\delta_2 = 10$ см.

Предварительно толщина стенки резервуара внизу определяется по наибольшему растягивающему усилию, которое принимается действующим на глубине $\alpha H_р$. По формуле (3 в) главы V:

$$\delta_1 = \frac{\gamma_в H_в r}{R_р}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right) - \frac{1-\alpha}{\alpha}\delta_2.$$

Здесь: $\gamma_в$ — объемный вес жидкости (в данном случае — воды), наполняющей резервуар (в т/м³);

$H_в = 6{,}90$ — расчетная глубина воды в резервуаре (в м);

$r = \frac{D_c}{2} = 4{,}8$ — расчетный радиус резервуара в осях (в м);

$k_т = 1{,}3$ — коэффициент безопасности против появления трещин;

$k = 1{,}8$ — коэффициент запаса прочности;

$\sigma_т = 2\,500$ кг/см² — предел текучести арматуры; для марки бетона 200

$$R_р = 17 \text{ кг/см}^2 = 170 \text{ т/м}^2.$$

Примем предварительно $\alpha = 0{,}8$, тогда:

$$\delta_1 = \frac{1{,}0 \cdot 6{,}90 \cdot 4{,}80}{170} 1{,}14 - 0{,}025 = 0{,}193 \text{ м} = 19{,}3 \text{ см.}$$

Учитывая нагрузку на консоль, увеличивающую растягивающие усилия в стенке резервуара, принимаем $\delta_1 = 20$ см.

Характеристика нижнего края стенки (при $\nu = 0$):

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{\delta_1 r}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt{0{,}20 \cdot 4{,}8}}{1{,}31} = 0{,}75 \text{ м.}$$

Основной расчетный узел (фиг. 285) содержит три элемента:

а) стенка резервуара,

б) днище резервуара,

в) консольная площадка шатра, служащая одновременно опорным кольцом, воспринимающим распор от купола днища резервуара.

Оболочку ствола башни в расчет резервуара не вводим, так как она разорвана дверными и оконными проемами.

Рассмотрим решение методом деформаций, так как в данном случае он позволяет сократить число неизвестных вдвое против метода сил.

Стенка резервуара представляет собой цилиндр линейно меняющейся толщины (фиг. 286).

Нетрудно убедиться, что стенка резервуара — длинная цилиндрическая оболочка. Например, для нижнего более толстого края (при $\nu=0$):

$$\lambda_1=\frac{\sqrt{\delta_1 r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}=0{,}76\sqrt{0{,}20\cdot 4{,}80}=0{,}745 \text{ м} \approx 75 \text{ см};$$

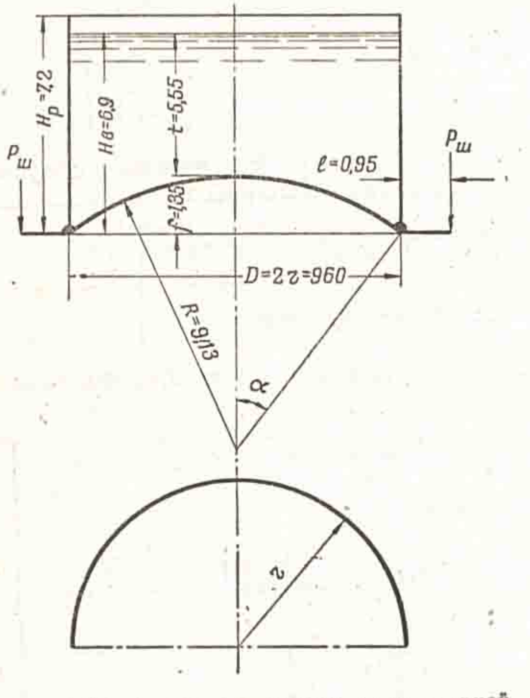
$$\frac{H_p}{\lambda_1}=\frac{720}{75}=9{,}6>3.$$

Для расчета можно воспользоваться уравнениями (71а) главы III, так как выполняется условие (71б) той же главы:

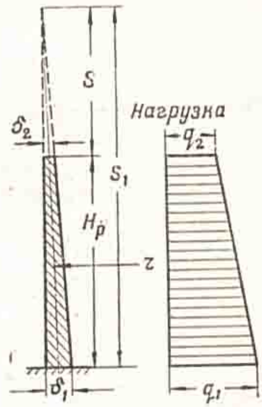
$$H_p+s_0=\frac{\delta_1}{\delta_1-\delta_2}H_p=\frac{20}{10}7{,}2=14{,}40>\frac{r\lambda_1}{\delta_1\sqrt{2}}\sqrt{\frac{r^3}{2\delta_1\sqrt{3(1-\nu^2)}}}=$$

$$=\frac{4{,}80\cdot 0{,}75}{0{,}20\cdot 1{,}413}=12{,}70.$$

Значения произвольных постоянных в уравнениях



Фиг. 285. Схема резервуара водонапорной башни.



Фиг. 286. Схема загружения стенки резервуара.

(71 а) главы III для этого случая легко определить, имея в виду, что при $\nu=0$

$$T_{20}=\gamma z r=-\gamma\left(\frac{s_0}{2}-s\right)r;\quad T_{10}=0;$$

$$p_0 r=-\gamma\left(\frac{s_0}{2}-s\right)r-\gamma s r=-\frac{\gamma s_0 r}{2}=\text{const}.$$

Из 3-й строки (71а) главы III при $\varphi=0$ $M_0=-\gamma\frac{\delta_1^2 r}{6s_0}+C_1\sqrt{2\delta_1\lambda_1^3}$.

Первый член $-\frac{\gamma\delta_1^2 r}{6s_0}$ мал и им можно пренебречь; тогда

$$C_1\approx\frac{M_0}{\sqrt{2\delta_1\lambda_1^3}}$$

Подобным же образом из 4-й строки тех же уравнений при $\varphi=0$ получаем:

$$C_2-C_1\approx\frac{Q}{\sqrt{\delta_1\lambda_1}};\quad C_2=\frac{M_0+Q_0\lambda_1\sqrt{2}}{\sqrt{2\delta_1\lambda_1}}.$$

Упругие перемещения толстого края стенки резервуара от единичных усилий на этом же крае:

угол поворота от $M_0=1$ (EI_c-кратный) по формуле (10) главы III

$$a_{11}^c=\lambda_1.$$

Соответственно по формулам (11), (14) той же главы:

$$\left.\begin{aligned} &a_{12}^c=a_{21}^c=\frac{\lambda_1^2}{2}; \quad a_{22}^c=\frac{\lambda_1^3}{2} \\ &a_{1p}^c=\gamma_в\frac{\lambda_1^4}{4}\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right); \quad a_{2p}^c=\gamma_в\frac{H\lambda_1^4}{4} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Для зажатого нижнего края стенки соответствующие реакции опор при повороте или смещении края на величину $\frac{1}{EI_c}$, а также от загружения жидкостью при зажатом крае:

$$\left.\begin{aligned} &r_{11}^c=\frac{2}{\lambda_1}; \quad r_{12}^c=-\frac{2}{\lambda_1^2}; \quad r_{22}^c=\frac{4}{\lambda_1^3} \\ &r_{1p}^c=\gamma_в\frac{\lambda_1^2}{2}\left(H-\frac{\delta_1}{\delta_2}\lambda_1\right); \quad r_{2p}=\gamma_в\frac{\lambda_1}{2}\left(2H-\frac{\delta_1}{\delta_2}\lambda_1\right) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Соответственно перемещения края замкнутой в вершине сферической оболочки постоянной толщины по формулам таблицы 6:

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}^д=\lambda_д; \; a_{12}^д=a_{21}^д=\frac{\lambda_д^2}{2}\sin\alpha_0; \; a_{22}^д=\frac{\lambda_д^3}{2}\sin^2\alpha_0; \\ &a_{1g}^д=\gamma_в\frac{H\lambda_д^4}{8R}\sin^2\alpha_0; \; a_{2g}^д=\gamma_в\frac{H\lambda_д^4}{8}\sin\alpha_0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Для зажатого края замкнутой в вершине сферической оболочки соответственно:

$$\left.\begin{aligned} &r_{11}^д=\frac{2}{\lambda_д}; \quad r_{12}^д=-\frac{2}{\lambda_д^2\sin\alpha_0}; \quad r_{22}^д=\frac{4}{\lambda_д^3\sin^2\alpha_0} \\ &\text{Грузовые члены от давления жидкости:} \\ &r_{1p}^д=-\gamma_в\frac{\lambda_д^2}{4}\left[t+\frac{f(3R-f)}{3(2R-f)}\right]; \; r_{2p}=\gamma_в\frac{\lambda_д}{2\sin\alpha_0}\left[t+\frac{f(3R-f)}{3(2R-f)}\right] \\ &\text{От собственного веса днища:} \\ &r_{1g}^д=\gamma_б\frac{\delta_д\lambda_д^2}{2}\left[\frac{1-\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0}{1+\cos\alpha_0}+\frac{2\lambda_д}{R}\sin\alpha_0\right] \\ &r_{2g}^д=-\gamma_б\frac{\delta_д\lambda_д}{\sin\alpha_0}\left[\frac{1-\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0}{1+\cos\alpha_0}+\frac{\lambda_д}{r}\sin\alpha_0\right] \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Здесь и выше:

$$\lambda_д=\frac{\sqrt{\delta_д R}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}; \quad \lambda_1=\frac{\sqrt{\delta_1 r}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}.$$

В нашем случае, принимая $\delta_д=\delta_1=0{,}20$ м,

$$\lambda_д=\frac{\sqrt{0{,}20\cdot 9{,}13}}{\sqrt[4]{3}}=0{,}76\sqrt{1{,}826}=1{,}03 \text{ м}.$$

Имея в виду, что опорное кольцо резервуара одновременно служит опорой шатра, расчет его ведем как широкого кольца (толщина консоли невелика, ее влиянием при повороте вообще можно пренебречь). Для широкого кольца имеем:

$$r_{11}^к=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{I_i}{I_0 r_i^2}; \quad r_{22}^к=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{F_i}{I_0 r_i^2} \tag{5}$$

и за малостью углов поворота $r_{12}^к\simeq 0$.

Достаточно разбить кольцо на три части, как это показано на фигуре 287 пунктирными линиями, так как ширина сечения любого из элементарных колец не превышает $\frac{1}{8}$:

$$\frac{b_i}{r_i}=\frac{0,40}{5,15}=\frac{1}{12,84}<\frac{1}{8}$$

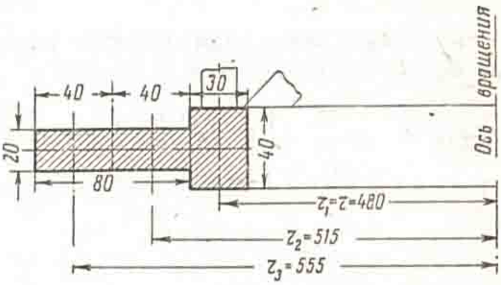
(толщина консольной части взята 20 см, из условия работы на изгиб от веса шатра).

Общее сечение опорного кольца ($\Sigma F_i=0,28$ м²) достаточно, чтобы не допустить образования трещин от распора

$$T=\frac{Q}{2\pi}\operatorname{tg}\alpha_0=38,6 \text{ т},$$

так как потребное сечение

$$\Sigma F_i=\frac{T}{R_p}\left(k_т-\frac{200\,k}{\sigma_т}\right)=$$
$$=\frac{38,6}{170}1,15=0,227 \text{ м}^2.$$



Фиг. 287. Радиальное сечение опорного кольца резервуара.

в) Расчет опорного узла резервуара

Расчет усилий, возникающих в элементах опорного узла резервуара, целесообразнее в данном случае вести методом деформаций, так как число лишних неизвестных равно 2 (поворот ψ и радиальное смещение w), вдвое меньше, чем по методу сил (2 момента и 2 радиальных силы).

Условия равновесия можно записать так:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma M=\psi\Sigma r_{11}+w\Sigma r_{12}+\Sigma r_{1g}=0\\ \Sigma H=\psi\Sigma r_{21}+w\Sigma r_{22}+\Sigma r_{2g}=0\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Эти уравнения нужно решать для трех загружений:

1) резервуар наполнен водой, нагрузка от шатра отсутствует (при испытании построенной башни до возведения шатра);

2) резервуар наполнен водой при наличии нагрузки от шатра (нормальные условия эксплуатации башни);

3) резервуар опорожнен, нагрузка от шатра действует (во время ремонта резервуара или в период по окончании постройки до введения башни в эксплуатацию).

Для первого случая загружения можно принимать уменьшенные коэффициенты безопасности, учитывая кратковременность такого загружения и редкую повторяемость.

Вычислим коэффициенты уравнений (6), пренебрегая влиянием ствола башни:

$$\Sigma r_{11}=r_{11}^{c}+r_{11}^{д}+r_{11}^{к}=\frac{2}{\lambda_1}+\frac{2}{\lambda_д}+\sum_{i=1}^{i=3}\frac{I_i}{I_c r_i^2}=\frac{2}{0,75}+\frac{2}{1,03}+$$
$$+\frac{0,4\cdot 0,2^3}{0,2^3\cdot 5,55^2}+\frac{0,4\cdot 0,2^3}{0,2^3\cdot 5,15^2}+\frac{0,3\cdot 0,4^3}{0,2^3\cdot 4,8^2}=2,67+1,95+0,012+$$
$$+0,015+0,103=4,75;$$

$$\Sigma r_{12}=\Sigma r_{21}=-\frac{2}{\lambda_1^2}-\frac{2}{\lambda_д^2\sin\alpha_0}=-\frac{2}{0,75^2}-\frac{2}{1,03^2\cdot 0,522}=-3,56-3,60=-7,16.$$

Учитывая, что

$$\cos\alpha_0 = \frac{R-f}{R} = \frac{9,13-1,35}{9,13} = 0,852;\ \alpha_0 = 31°26';\ \sin\alpha_0 = 0,522:$$

$$\Sigma r_{22} = \frac{4}{\lambda_1^3} + \frac{4}{\lambda_д^3 \sin^2\alpha_0} + \sum_{i=1}^{i=3} \frac{F_i}{I_c r_i^2} = \frac{4}{0,75^3} + \frac{4}{1,03^3\cdot 0,522^2} +$$

$$+ \frac{12\cdot 0,2\cdot 0,4}{0,2^3\cdot 5,55^2} + \frac{12\cdot 0,2\cdot 0,4}{0,2^3\cdot 5,15^2} + \frac{12\cdot 0,3\cdot 0,4}{0,2^3\cdot 4,8^2} = 9,49 +$$

$$+ 13,59 + 3,94 + 4,53 + 7,82 = 39,37.$$

Грузовые члены для первого случая загружения (пренебрегая моментом от собственного веса консоли):

$$\Sigma r'_{1g} = -\gamma_в \frac{\lambda_д^2}{4} + \left[t + \frac{f(3R-f)}{3(2R-f)}\right] + \gamma_в \frac{\lambda_1^2}{2}\left[H - \frac{\delta_1}{\delta_2}\lambda_1\right] +$$

$$+ \gamma_б \frac{\lambda_д^2 \delta_д}{2}\left[\frac{1-\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0}{1+\cos\alpha_0} + \frac{2\lambda_д}{R}\sin\alpha_0\right] = -1\,\frac{1,03^2}{4}\left[5,55 +\right.$$

$$\left. + \frac{1,35\,(3\cdot 9,13-1,35)}{3\,(2\cdot 9,13-1,35)}\right] + 1\,\frac{0,75^2}{2}\left[6,9 - 2\cdot 0,75\right] +$$

$$+ \frac{2,6\cdot 0,2\cdot 1,03^2}{2}\left[-0,318 + 0,118\right] = -2,05 + 1,51 - 0,06 = -0,59;$$

$$\Sigma r'_{2g} = -\gamma_в \frac{\lambda_1}{2}\left[2H - \frac{\delta_1}{\delta_2}\lambda_1\right] + \gamma_в \frac{\lambda_д}{2\sin\alpha_0}\left[t + \frac{f(3R-f)}{3(2R-f)} -\right.$$

$$\left. - \lambda_д \sin\alpha_0\right] - \gamma_б \frac{\delta_д \lambda_д}{\sin\alpha_0}\left[\frac{1-\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0}{1+\cos\alpha_0} + \frac{2\lambda_д}{R\sin\alpha_0}\right] - \gamma_б \frac{\delta_д R}{1+\cos\alpha_0}\cos\alpha_0 -$$

$$- T_{10}^{в}\cos\alpha_0 = -1\,\frac{0,75}{2}\left[2\cdot 6,9 - \frac{0,2}{0,1}0,75\right] + 1\,\frac{1,03}{2\cdot 0,522}\left[5,55 +\right.$$

$$\left. + \frac{1,35\,(27,39-1,35)}{3\,(18,26-1,35)} - 1,03\cdot 0,522\right] - 2,6\frac{0,2\cdot 1,03}{0,522}\left[\frac{1,00-0,852-0,852^2}{1,00+0,852} +\right.$$

$$\left. + \frac{2\cdot 1,03}{9,13\cdot 0,522}\right] - \frac{2,6\cdot 0,2\cdot 9,13}{1,852}0,852 - \frac{400\cdot 0,852}{2\cdot 3,14\cdot 4,8\cdot 0,522} = -21,17.$$

Грузовые члены для второго случая загружения:

$$\Sigma r''_{1g} = \Sigma r'_{1g} + M_к = 0,59 + 3,03\cdot 0,90 = 2,13;$$

$$\Sigma r''_{2g} = \Sigma r'_{2g} = -21,17.$$

Здесь

$$M_к = P_ш \frac{D_ш - D_с}{2}.$$

Соответственно для третьего случая:

$$\Sigma r'''_{1g} = -0,06 + 2,73 = 2,67;$$

$$\Sigma r'''_{2g} = 0,266 - 2,21 = -1,94.$$

Решение уравнений (6) ведем в табличной форме, соответствующей таблице 12, но для системы двух уравнений.

Вычислим значения усилий в элементах.

П е р в ы й с л у ч а й з а г р у ж е н и я.

Стенка:

$$M'_с = r_{1д}^{с} + \psi r_{11}^{с} + w r_{12}^{с} = 1,51 + 1,29\cdot 2,67 - 0,77\cdot 3,56 = 2,19 \text{ тм};$$

$$Q'_с = r_{2д}^{с} + \psi r_{21}^{с} + w r_{22}^{с} = -4,62 - 1,29\cdot 3,56 + 0,77\cdot 9,49 = -1,95 \text{ т/м}.$$

Днище:

$$M'_д = r_{1g}^{д} + \psi r_{11}^{д} + w r_{12}^{д} = -2,11 + 1,29\cdot 1,95 - 0,77\cdot 3,6 = -2,32 \text{ тм};$$

$$Q'_д = r_{2g}^{д} + \psi r_{21}^{д} + w r_{22}^{д} = -7,22 - 1,29\cdot 3,60 + 0,77\cdot 13,59 = 12,88 \text{ т/м}.$$

Решение уравнений (6)

№ урав-нений	M	H	Грузовые члены для случаев 1	2	3	Контроль Σ	Уравнивающие коэффициенты
I	4,75	−7,16	−0,595	2,13	2,67	1,795	$K_{21}=-\frac{-7,16}{4,75}=+1,51$
2	·	39,37	−21,17	−21,17	−1,94	−12,07	
I		−10,80	−0,90	−3,22	4,03	2,70	
II		28,57	−22,07	−17,95	2,09	−9,37	
А		$w=$	0,77	0,628	−0,073	0,328	
Б			−5,52	−4,50	0,52	−2,35	
В	4,75		−6,12	−2,37	3,19	−0,55	
Г	$\psi=$		1,29	0,50	−0,67		

Кольцо:

$$M'_{\text{к}}=\psi r^{\text{к}}_{11}=1,29\cdot 0,13=0,16\ \text{тм};$$

$$Q'_{\text{к}}=wr^{\text{к}}_{22}=0,77\cdot 16,29=12,48\ \text{т/м}.$$

Контроль:

$$\Sigma M'=2,19-2,32+0,16=+0,03\approx 0.$$

$$\Sigma Q'=-1,95+12,88+12,48=23,41\approx T_{10}\cos\alpha=21,8.$$

Второй случай загружения.

Стенка:

$$M''_{\text{с}}=1,51+0,50\cdot 2,67-0,628\cdot 3,56=0,61;$$

$$Q''_{\text{с}}=-4,62-0,5\cdot 3,56+0,628\cdot 9,49=-1,56.$$

Днище:

$$M''_{\text{д}}=-2,11+0,5\cdot 1,95-0,628\cdot 3,6=-3,39;$$

$$Q''_{\text{д}}=7,22-0,5\cdot 3,60+0,628\cdot 13,59=13,96.$$

Кольцо:

$$M''_{\text{к}}=0,5\cdot 0,13=0,07;$$

$$Q''_{\text{к}}=0,628\cdot 16,29=10,20.$$

Контроль:

$$\Sigma M''=0,61-3,39+0,07=-2,71\approx M_{\text{к}}=-2,73;$$

$$\Sigma Q''=-1,56+13,96+10,20=22,60\approx T_{10}\cos\alpha=21,80.$$

Третий случай загружения.

Стенка:

$$M'''_{\text{с}}=0-0,67\cdot 2,67+0,073\cdot 3,56=-1,52;$$

$$Q'''_{\text{с}}=0+0,67\cdot 3,56-0,073\cdot 9,49=1,68.$$

Таблица 22а

Расчетные усилия в стенке резервуара

$M'_x = 2{,}19\,\eta_1 + (2{,}19 - 1{,}95\,\lambda)\,\eta_2;$ $M'' = 0{,}61\eta_1 + (0{,}61 - 1{,}56\,\lambda)\,\eta_2;$ $M'''_x = -1{,}52\eta_1 + (1{,}68\lambda - 1{,}52)\,\eta_2;$

$T'_2 = T'_{20} + \frac{3{,}45}{\delta}\,[(2{,}19 - 1{,}95\,\lambda)\,\eta_1 - 2{,}19\,\eta_2];$ $T''_2 = T_{20} + \frac{3{,}45}{\delta}\,[0{,}61 - 1{,}56\,\lambda)\,\eta_1 - 0{,}61\eta_2];$ $T'''_2 = \frac{3{,}45}{\delta}\,[(1{,}68\lambda - 1{,}52)\,\eta_1 + 1{,}52\eta_2]$

φ	$x=\lambda$ (м)	η_1	η_2	Первый случай загружения			Второй случай загружения			Третий случай загружения		
				M_x (тм)	T_{20} (т/м)	T_2 (т/м)	M_x (тм)	T_{20} (т/м)	T_2 (т/м)	M_x (тм)	M_{20} (т/м)	T_2 (т/м)
0,0	0,0	1,00	0,00	2,19	34,5	47,78	0,61	34,5	24,60	—1,52	0	—4,60
0,2	0,15	0,802	0,163	1,86	33,8	37,88	0,39	33,8	23,23	—1,25	0	0,90
0,4	0,30	0,617	0,261	1,54	33,1	31,20	0,23	33,1	23,50	—1,06	0	4,70
0,8	0,59	0,313	0,322	0,83	31,7	23,10	0,01	31,7	24,90	—0,54	0	7,54
1,20	0,88	0,109	0,281	0,44	30,3	20,20	—0,10	30,3	25,79	—0,24	0	7,28
1,60	1,15	0,010	0,190	0,16	29,0	21,20	—0,11	29,0	26,75	—0,07	0	5,50
2,0	1,51	—0,056	0,123	—0,04	27,3	21,65	—0,17	27,3	26,37	0,06	0	3,26
4,0	2,66	—0,012	—0,014	—0,04	21,7	21,30	0,00	21,7	22,05	0,02	0	—0,39
7,0	4,30	0,001	—0,001	0,001	13,9	13,69	0,00	13,9	13,90	0,00	0	—0,03

Таблица 22б

Расчетные усилия в днище резервуара

$$M_x = \frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}}\,\{M_д\eta_1 + (M_д + Q_д\lambda_д \sin\alpha)\,\eta_2\};\quad T_2 = T_{20} + \frac{3{,}45\sin\alpha_0}{\delta\sin\alpha}\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}}\,\{(M_д + Q_д\lambda_д\sin\alpha)\,\eta_1 - M_д\eta_2\}.$$

φ	α	$\cos\alpha$	$x=\varphi\lambda_д$ (м)	η_1	η_2	Первый случай загружения			Второй случай загружения			Третий случай загружения		
						M_x (тм)	T_{20} (т/м)	T_2 (т/м)	M_x (тм)	T_{20} (т/м)	T_2 (т/м)	M_x (тм)	T_{20} (т/м)	T_2 (т/м)
0,0	0,549	0,832	0,0	1,00	0,00	—2,32	—37,88	40,0	—3,39	—37,88	33,52	—1,10	—1,48	—5,38
0,2	0,527	0,866	0,21	0,802	0,163	—1,17	—36,87	33,42	—1,91	—36,87	26,03	—0,92	—1,57	—1,97
0,4	0,505	0,882	0,41	0,617	0,261	—0,46	—35,96	24,0	—0,11	—35,96	20,04	—0,78	—1,66	2,04
0,8	0,460	0,895	0,82	0,313	0,322	0,54	—35,37	0,60	0,70	—35,37	1,93	—0,49	—1,76	6,84
1,20	0,413	0,915	1,24	0,109	0,281	0,66	—34,16	—14,66	0,84	—34,16	—11,46	—0,31	—1,86	4,20
1,50	0,380	0,930	1,55	0,016	0,223	0,67	—33,36	—23,96	0,74	—33,36	—12,06	—0,17	—1,96	1,14
2,0	0,323	0,950	2,06	—0,056	0,123	0,38	—32,06	—31,41	0,50	—32,06	—25,16	—0,01	—2,06	1,00
4,0	0,010	0,996	4,12	—0,066	0,049	0,14	—29,57	—34,06	0,10	—29,57	—33,96	0,03	—2,37	—0,17

Днище:

$$M_{д}''' = -0,055 - 0,67 \cdot 1,95 + 0,073 \cdot 3,60 = -1,10;$$

$$Q_{д}''' = 0,266 + 0,67 \cdot 3,60 - 0,073 \cdot 13,59 = 1,68.$$

Кольцо:

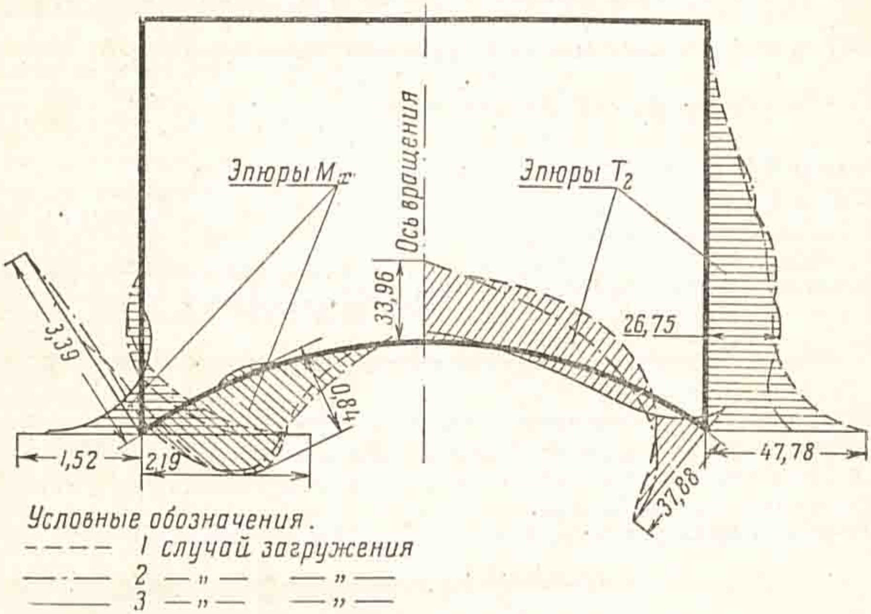
$$M_{к}''' = -0,67 \cdot 0,13 = -0,09;$$

$$Q_{к}''' = -0,073 \cdot 16,29 = -1,19.$$

Контроль:

$$\Sigma M''' = -1,52 - 1,10 - 0,09 = -2,71 \approx -2,73;$$

$$\Sigma Q''' = 1,68 + 1,68 - 1,19 = 2,17 \approx 2,21.$$



Фиг. 288. Расчетные эпюры M_x и T_2 в резервуаре башни.

Пользуясь эпюрами от единичных нагрузок (фиг. 226) и таблицей 4, производим подсчеты M_x и T_2.

Результаты вычислений сводим в таблицы 22а и 22б.

На основании данных таблиц 22а и 22б строим эпюры моментов M_x и кольцевых сил T_2 (фиг. 288).

г) Подбор сечений арматуры в стенке резервуара

1. Вертикальная арматура. Около узла на стенку в меридиональном направлении действует нормальная сила, равная весу стенки:

$$N = \gamma_б H \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = 2,6 \cdot 7,20 \cdot 0,15 = 2,81 \text{ т},$$

и изгибающий момент $M = 2,19$ тм (по первому случаю загружения).

При толщине $\delta_c = 20$ см, потребная сжатая арматура:

$$e_0 = \frac{2,19}{2,81} = 0,78 \text{ м}; \quad e = e_0 + \frac{h_0 - a}{2} = 78 + \frac{18 - 2}{2} = 86 \text{ см}$$

(защитный слой принят $a = 2$ см, учитывая, что резервуар изнутри будет торкретироваться);

$$F_a' = \frac{kNe - 0,375\, R_и b h_0^2}{\sigma_т (h_0 - a')} = \frac{2 \cdot 2\,810 \cdot 86 - 0,375 \cdot 175 \cdot 100 \cdot 18^2}{2\,500 \cdot 16} < 0.$$

Сжатая арматура по расчету не нужна.

Сечение растянутой арматуры (принимая $z = 0{,}90h_0 = 16{,}2$ см):

$$F_a = \frac{kNe}{\sigma_T z} - \frac{kN}{\sigma_T} = \frac{kN}{\sigma_T}\left(\frac{e}{z} - 1\right) = \frac{2{,}2 \cdot 2\,810}{2\,500}\left(\frac{86}{16{,}2} - 1\right) = 2{,}46 \cdot 4{,}3 = 10{,}56 \text{ см}^2.$$

Укладывается с внутренней стороны 14 ∅ 10 мм,

$$F_a = 10{,}92 \text{ см}^2.$$

Соответственно по третьему случаю загружения около узла

$$M = -1{,}52 \text{ тм}.$$

Сжатая арматура не нужна, а растянутая должна иметь по расчету сечение $\left(e_0 = \frac{1{,}52}{2{,}81} = 0{,}542 \text{ м} = 54{,}2 \text{ см}; \ e = 54{,}2 + 8 = 62{,}2 \text{ см}\right)$:

$$F_a = 2{,}46\left(\frac{62{,}2}{16{,}2} - 1\right) = 2{,}46 \cdot 2{,}87 = 7{,}05 \text{ см}^2.$$

Принимаем 9 ∅ 10 мм, $F_a = 7{,}07$ см^2 (с наружной стороны).

2. Кольцевая арматура. Кольцевую арматуру подбираем по огибающей эпюре растягивающих усилий (фиг. 288).

У центра опорного кольца (по первому случаю загружения, приняв коэффициент запаса $k = 1{,}4$, учитывая кратковременность такого загружения):

$$F_a = \frac{kT_2'}{\sigma_T} = \frac{1{,}4 \cdot 47\,180}{2\,500} = 26{,}4 \text{ см}^2.$$

Часть арматуры попадает в обвязку и ее надо располагать в кольце на длине 0,20 м, т. е. нужно добавить в кольцо $0{,}2 \cdot 26{,}4 = 5{,}28$ см^2.

На расстоянии 0,3 м от центра узла (у края стенки) растягивающая сила составляет $T_2 = 31{,}20$ т/м.

Потребная арматура:

$$F_a = \frac{1{,}4 \cdot 31\,200}{2\,500} = 17{,}5 \text{ см}^2.$$

Запас прочности по второму случаю:

$$k = \frac{17{,}5 \cdot 2\,500}{23{,}5} = 1{,}86 > 1{,}80.$$

Укладывается 2 × 11 ∅ 10 мм, т. е. 11 стержней с каждой стороны (двойная); $F_a = 17{,}27$ см^2.

На расстоянии 1,15 м от центра узла по второму случаю загружения $T_2'' = 26{,}75$ т, арматура должна быть:

$$F_a = \frac{1{,}8 \cdot 26\,750}{2\,500} = 19{,}2 \text{ см}^2.$$

Достаточно положить 12 ∅ 10 мм с каждой стороны: $F_a = 24 \cdot 0{,}786 = 18{,}9$ см^2.

На расстоянии 2,66 м от центра узла (на глубине 4,50 м от верха) $T_2 = 22{,}05$ т;

$$F_a = \frac{1{,}8 \cdot 22\,050}{2\,500} = 15{,}85 \text{ см}^2,$$

т. е. 2 × 10 ∅ 10 мм.

Пояс на глубине от 3 до 4 м от верха потребует

$$F_a = \frac{1{,}8 \cdot 13\,900}{2\,500} = 10{,}01 \text{ см}^2,$$

т. е. 2 × 6 ∅ 10 мм двойная или 12 ∅ 10 одиночная.

3. Проверка запаса на появление трещин. В нормальных условиях эксплуатации резервуара (второй и третий случаи загружения) наибольшие растягивающие усилия $T_2 = 26,75$ т. имеют место на расстоянии $x = 1,15$ м от центра опорного кольца (см. строку 6 таблицы 22а). Запас против раскрытия трещин:

$$k_т = \frac{\delta R_р + 200 F_а}{T_2} = \frac{0,185 \cdot 175 + 200 \cdot 24,1 \cdot 10^{-3}}{26,75} = \frac{32,4 + 4,8}{26,75} = 1,39 > 1,3.$$

На расстоянии $x = 0,20$ м от центра кольца кольцевое усилие по первому случаю загружения $T_2 = 37,88 - \frac{6,68}{3} = 35,65$ т (интерполируем по прямой), толщина стенки $\delta = \delta_1 \left(\frac{2H - x}{2H}\right) = 0,2 \cdot 0,99 = 0,198$ м.

Запас против появления трещин:

$$k_т = \frac{175 \cdot 0,198 + 0,2 \cdot 17,27}{35,65} = \frac{34,65 + 3,45}{35,65} = \frac{38,10}{35,65} = 1,07.$$

Из этой проверки видно, что лучше не испытывать резервуар наполнением до верха до того как будет построен шатер, а если такое испытание необходимо, то следует наполнять бак при этом не более чем на 6 м, считая от центра обвязочного кольца.

д) Подбор сечений арматуры в днище

1. Меридиональная арматура. Наибольший изгибающий момент у опорного кольца по второму случаю загружения $M = -3,39$ тм, а нормальная сила при этом $N = T_{10} = 25,51$ т. Эксцентриситет:

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{3,39}{25,51} = 0,133 \text{ м} = 13,3 \text{ см},$$

$$e = e_0 + \frac{h_0 - a}{2} = 13,3 + \frac{18 - 2}{2} = 21,3 \text{ см (большой)}.$$

Расчетная арматура сжатая:

$$F'_а = \frac{kNe - 0,375 R_и bh_0^2}{\sigma_т (h_0 - a')} = \frac{1,8 \cdot 25\,510 \cdot 21,3 - 0,375 \cdot 175 \cdot 100 \cdot 18^2}{2\,500 (18 - 2)} = \frac{114 - 213}{4} < 0.$$

Сжатая арматура не нужна.

Необходимая растянутая арматура:

$$F_а = \frac{kN}{\sigma_т}\left(\frac{e}{0,9 h_0} - 1\right) = \frac{52,12}{2,5}\left(\frac{21,3}{0,9 \cdot 18} - 1\right) = 20,85 \cdot 0,372 = 7,92 \text{ см}^2.$$

Достаточно положить поверху 10 ∅ 10 мм; $F_а = 7,86$ см².

Другое опасное сечение по меридиональным напряжениям в месте наибольшего положительного момента $M = 0,84$ тм (второй случай, сечение на расстоянии 1,24 м от центра кольца):

$$N = T_{10} = 31,8 \text{ т};$$

$$e_0 = \frac{0,84}{31,8} = 0,026 \text{ м} = 2,6 \text{ см};$$

$$e = 2,6 + 9 = 11,6 \text{ см}; \quad F_а' = \frac{kNe - 0,375 R_и bh_0^2}{\sigma_т \cdot (h_0 - a')} =$$

$$= \frac{1,8 \cdot 31\,810 \cdot 11,6 - 2,13 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^4} = \frac{72,8 - 213}{4} < 0;$$

$$F_а = \frac{kNe' - 0,375 R_и bh_0^2}{\sigma_т (h_0 - a')} = \frac{2 \cdot 31\,810 \cdot 5,4 - 2,27 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^4} < 0,$$

где

$$e' = -e_0 + \frac{h_0 - a'}{2} = 8 - 2,6 = 5,4 \text{ см}.$$

Арматура по расчету не нужна; укладывается конструктивно.

Проверяем третий случай загружения $M = -1,10$ тм;

$$N = T_{10} = 2,6 \text{ т:}$$

$$e_0 = \frac{1,10}{2,60} = 0,42 \text{ м} = 42 \text{ см}; \ e = 51 \text{ см};$$

$$F'_a = \frac{kNe - 0,375\, R_и b h_0^2}{\sigma_т (h_0 - a')} = \frac{2 \cdot 2\,600 \cdot 51 - 227 \cdot 10^4}{16 \cdot 10^3} < 0;$$

$$F_a = \frac{2 \cdot 2\,600}{2\,500}\left(\frac{51}{0,16} - 1\right) = 4,53 \text{ см}^2 < 7,86 \text{ см}^2,$$

уложенных по второму случаю у опорного кольца.

2. **Кольцевая арматруа.** У центра опорного кольца по первому случаю загружения $T_2 = 40,0$ т; у края ($x = 0,25$ м) $T'_2 = 33,42 - 0,25\,(33,42 - 25,5) = 31,54$ т.

Дополнительная кольцевая сила от днища:

$$\Delta T_2 = \frac{40 + 31,54}{2}\, 0,25 = 8,92 \text{ т.}$$

В кольцо нужно добавить арматуры:

$$F_a = \frac{1,4 \cdot 8\,920}{2\,500} = 5,0 \text{ см}^2.$$

По второму случаю загружения соответственно

$$T_2 = \frac{33,52 + 24,8}{2}\, 0,25 = 7,3 \text{ т.}$$

Нужно кольцевой арматуры $F_a = \frac{1,8 \cdot 7\,300}{2\,500} = 5,24$ см².

У края кольца $T_2 = 31,54$ т, кольцевой арматуры нужно по первому случаю:

$$F_a = \frac{1,4 \cdot 31\,540}{2\,500} = 17,65 \text{ см}^2.$$

Соответственно по второму случаю загружения $T_2 = 24,8$ т;

$$F_a = \frac{1,8 \cdot 24\,800}{2\,500} = 17,8 \text{ см}^2.$$

Принимаем $2 \times 11 \varnothing 10$ мм (с двух сторон); $F_a = 17,3$ см² на 1 м.

Кольцевая арматура нужна лишь на длине около 1 м, так как на расстоянии 1,20 м от центра кольца даже по третьему случаю $T_2 = 4,2$ т и напряжения растяжения в бетоне без арматуры

$$\sigma_{б.\,р} = \frac{4\,200}{20 \cdot 100} = 2,1 \text{ кг/см}^2 < \frac{R_р}{k''} = \frac{17,0}{3,0} = 5,66 \text{ кг/см}^2.$$

е) Подбор сечений арматуры в опорном кольце

Наибольший изгибающий момент в кольце (по первому случаю) $M_{макс} = M'_к r = 0,16 \cdot 4,80 = 0,77$ тм — невелик, поэтому кольцо можно считать на осевое растяжение. Растягивающая сила по первому случаю:

$$N'_к = Q'_к r = 12,48 \cdot 4,80 = 59,91 \text{ т.}$$

Арматура необходима сечением:

$$F_a = \frac{1,4 \cdot 59\,910}{2\,500} = 33,5 \text{ см}^2.$$

Соответственно по второму случаю:

$$N_к'' = Q_к'' r = 10{,}2 \cdot 4{,}80 = 48{,}96 \text{ т};$$

$$F_а = \frac{1{,}8 \cdot 48\,960}{2\,500} = 35{,}1 \text{ см}^2.$$

Часть арматуры, располагаемая в консоли (пропорционально соответствующим r_{22}):

$$F_{ак} = 35{,}1 \frac{3{,}94 + 4{,}53}{16{,}29} = 18{,}2 \text{ см}^2.$$

Добавляем арматуру от усилий в стенке и днище, передающихся на длине кольца. Собственно в кольце нужно уложить:

$$F_а = 35{,}1 - 18{,}2 + 5{,}28 + 5{,}24 = 27{,}42 \text{ см}^2.$$

Принято собственно в кольце $8 \varnothing 20$ мм, $F_а = 25{,}2$ см^2 и в консоли $2 \times 11 \varnothing 10$ мм, $F_{ак} = 17{,}32$ см^2.

ж) Корпус башни

Нагрузки вертикальные. 1. Шатер и кровля без снеговой нагрузки:

$$Q_1 = 3\,030 \cdot 3{,}14 \cdot 11{,}47 - 6\,200 = 109\,000 - 6\,200 = 102\,800 \text{ кг}.$$

2. Снеговая нагрузка на кровлю:

$$Q_2 = 63 \cdot 3{,}14 \cdot 11{,}47^2 = 6\,200 \text{ кг}.$$

3. Консоль под шатром:

$$Q_3 = 2\,400 \cdot 0{,}95 \frac{0{,}24 + 0{,}12}{2} 3{,}14 (11{,}47 - 0{,}95) = 13\,600 \text{ кг}.$$

4. Вес стенок резервуара:

$$Q_4 = \frac{0{,}20 + 0{,}10}{2} \cdot 7{,}20 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}60 \cdot 2\,400 = 84\,800 \text{ кг}.$$

5. Днище резервуара (собственный вес):

$$Q_5 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}13 \cdot 1{,}35 \frac{(0{,}20 + 0{,}10)\, 2\,400}{2} = 30\,200 \text{ кг}.$$

6. Вода в резервуаре (с учетом переполнения на 10%):

$$Q_6 = 440\,000 \text{ кг}.$$

7. Собственный вес железобетонного перекрытия под резервуаром:

$$Q_7 = 3{,}14 (5{,}88^2 - 3{,}52^2)\, 0{,}10 \cdot 2\,400 = 16\,400 \text{ кг}.$$

8. Временная нагрузка на перекрытие (консольная кольцевая плита: наружный радиус $r_0 = 5{,}84$ м, внутренний $r_1 = 3{,}52$ м):

$$Q_8 = 3{,}14 (5{,}84^2 - 3{,}52^2)\, 400 = 27\,200 \text{ кг}.$$

9. Вес лестничных площадок при толщине плиты 12 см (число площадок $n = 15$):

$$Q_9 = 0{,}12 \frac{1{,}20 + 0{,}35}{2} 1{,}05 \cdot 2\,400 \cdot 15 = 3\,400 \text{ кг}.$$

10. Вес лестницы при числе маршей 16:

$$Q_{10} = 420 \cdot 16 = 6\,700 \text{ кг}.$$

11. Вес механического оборудования башни принимается ориентировочно:

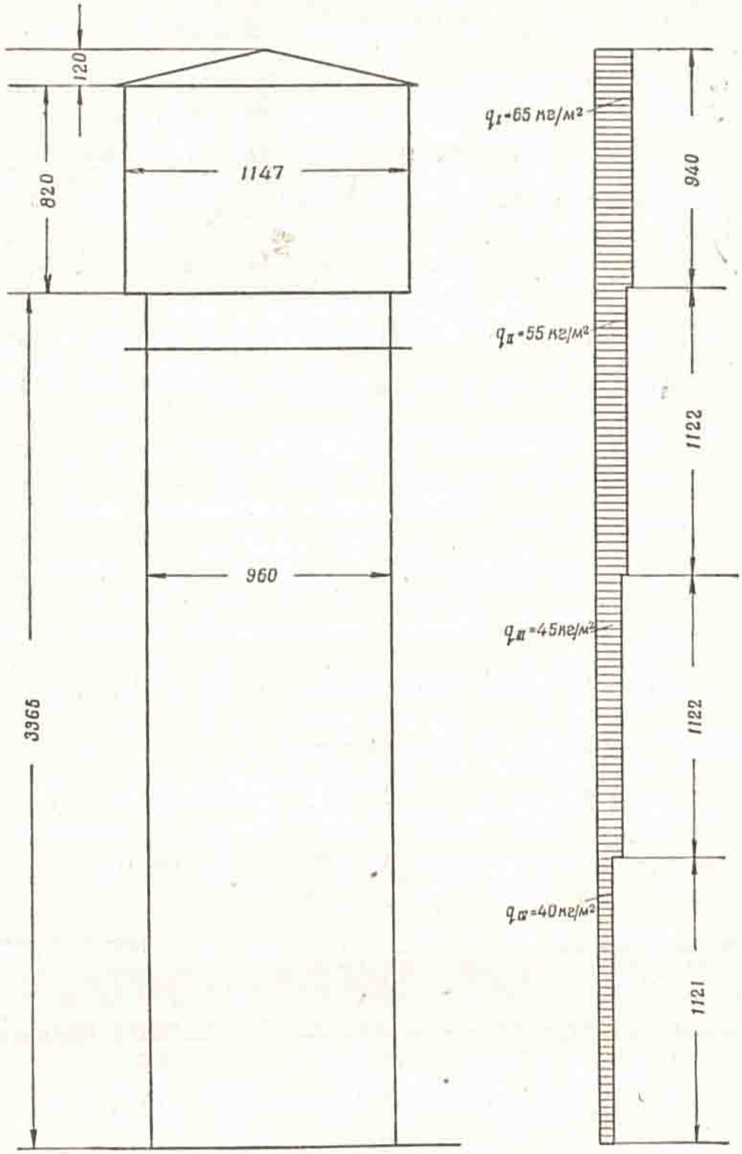
$$Q_{11} = 4\,000 \text{ кг}.$$

12. Вес надземной части стенок ствола башни при толщине их 12 см:

$$Q_{12} = 3{,}14 \cdot 9{,}56 \cdot 0{,}12\,(35 - 1{,}35)\,2\,400 = 291\,000 \text{ кг.}$$

13. То же, подземной части, считая от поверхности земли до верха ленточного железобетонного фундамента $H'_3 = 3{,}0$ м:

$$Q_{13} = 3{,}14 \cdot 9{,}56 \cdot 0{,}12 \cdot 3{,}0 \cdot 2\,400 = 26\,000 \text{ кг.}$$



Фиг. 289. Схема ветровых нагрузок на башню.

Нагрузки горизонтальные (давление ветра). Для расчета на давление ветра надземная часть башни по высоте разбивается на четыре зоны. При нумерации зон по порядку, считая сверху, имеем (фиг. 289):

высота I зоны $H_{I} = 9{,}40$ м (высота шатра)

» II » $H_{II} = 11{,}22$ »

» III » $H_{III} = 11{,}22$ »

» IV » $H_{IV} = 11{,}21$ »

Ветровая нагрузка на единицу площади вертикального сечения башни определяется согласно ОСТ 90058—40:

$$P = k_{в} \cdot q,$$

где $k_{в}$ — коэффициент обтекания поверхности (в нашем случае $k_{в} = 0,6$);

q — скоростной напор ветра.

Значение скоростного напора определяется по формуле:

$$q = 0,25\, q_0 \sqrt{H_0 + \frac{2}{3} H_i},$$

где H_0 — высота от поверхности земли до низа рассматриваемой зоны;

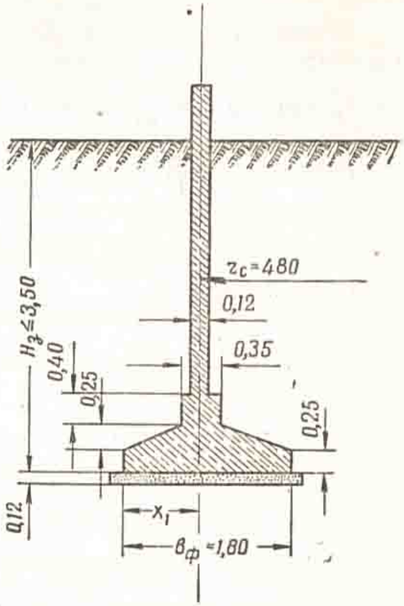
H_i — высота рассматриваемой зоны;

q_0 — скоростной напор у поверхности земли.

Для определения момента, опрокидывающего башню, необходимо подсчитать величины и плечи действующих на каждую зону сил. Расстояние от поверхности земли до точки приложения силы давления ветра в данной зоне определяют по формуле:

$$H = H_0 + \frac{2}{3} \cdot H_i.$$

Плечо относительно верхнего обреза фундамента соответственно на 3,0 м больше (фиг. 290).



Фиг. 290. Радиальное сечение фундамента башни.

Расчет давления ветра по зонам и соответствующие им опрокидывающие моменты относительно поверхности земли и верхнего обреза фундамента приведены в таблице 23.

Таблица 23

Определение моментов, опрокидывающих башню

№ зон	Высота зоны H_i	Высота до низа зоны H_0	Скоростные напоры (кг/м²)	Давление ветра на единицу площади	Площадь сечения (м²)	Полное давление на зону (кг)	У поверхности земли: плечо H (м)	У поверхности земли: опрокидывающий момент (кгм)	У верхнего обреза фундамента: плечо H (м)	У верхнего обреза фундамента: опрокидывающий момент (кгм)
I	9,40	33,65	65	39	108,5	4 240	39,92	169 000	42,92	182 000
II	11,22	22,43	55	33	109,0	3 600	29,91	107 800	32,91	118 500
III	11,22	11,21	44	27	109,0	2 940	18,69	54 900	21,69	63 800
IV	11,21	—	40	24	109,0	2 620	7,48	19 600	10,48	27 400
					Итого . . .	13 400		351 300		391 700

Поверка напряжений в корпусе башни. Поверку производим для сечения на уровне земли с учетом ослабления дверными проемами. Кроме того, для варианта с железобетонным фундаментом необходимо произвести поверку сечения на уровне верхнего обреза фундамента.

Поверку ведем на два случая загружения.

1. Резервуар наполнен водой и все временные нагрузки действуют.

2. Опорожненный резервуар при одновременном отсутствии всех вертикальных временных нагрузок и при полном давлении ветра.

1. Сечение на уровне земли. Толщина стенки ствола $\delta = 12$ см. Сечение ослаблено одним дверным проемом шириной $b = 0,85$ м.

Площадь сечения:

$$F_{\text{н}} = \frac{3,14}{4}(9,72^2 - 9,48^2) - 0,85 \cdot 0,12 = 3,49 - 0,10 = 3,39 \text{ м}^2.$$

Момент инерции определяем, пренебрегая смещением центра тяжести сечения:

$$I_{\text{н}} = (1 - k)\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \left(1 - \frac{0,10}{3,39}\right)0,049(9,72^4 - 9,48^4) = 40,5 \text{ м}^4.$$

Момент сопротивления:

$$W_{\text{н}} = \frac{2I_{\text{н}}}{D} = \frac{2 \cdot 40,5}{9,72} = 8,37 \text{ м}^3.$$

Первый случай загружения. Вертикальная сила:

$$\sum Q_i = 1\,025,6 \text{ т}; \quad F_{\text{н}} = 3,39 \text{ м}^2;$$

$$\sum M_i = 351,3 \text{ тм}; \quad W_{\text{н}} = 8,37 \text{ м}^3.$$

Напряжение в бетоне без учета работы арматуры:

$$\sigma_б = \frac{\Sigma Q_i}{F_{\text{н}}} \pm \frac{\Sigma M_i}{W_{\text{н}}} = \frac{1\,025,6}{3,39} \pm \frac{351,3}{8,37} = 303 \pm 42,0;$$

$$\sigma_б^{\text{макс}} = 303 + 42,0 = 345 \text{ т/м}^2 = 34,5 \text{ кг/см}^2 < \frac{170}{3,0} = 56,6 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_б^{\text{мин}} = 303 - 42 = 261,0 \text{ т/м}^2 = 26,1 \text{ кг/см}^2 < 56,6 \text{ кг/см}^2.$$

Второй случай загружения:

$$\sum Q_i = 565,0 \text{ т};$$

$$\sum M_i = 351,3 \text{ тм};$$

$$\sigma_б = \frac{565,0}{3,39} \pm \frac{351,3}{8,37} = 166,6 \pm 42,0;$$

$$\sigma_б^{\text{макс}} = 165,6 + 42 = 208,6 \text{ т/м}^2 = 20,36 \text{ кг/см}^2 < 56,6 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_б^{\text{мин}} = 165,6 - 42 = 124,6 \text{ т/м}^2 = 12,46 \text{ кг/см}^2 < 56,6 \text{ кг/см}^2.$$

Растягивающие напряжения не возникают.

2. Сечение у верхнего обреза фундамента.

Площадь поперечного сечения ствола $F = 3,49$ м².

Момент инерции бетонного сечения $I = 42,1$ м⁴.

Момент сопротивления $W = \frac{42,1}{4,86} = 8,70$ м³.

Первый случай загружения:

$$\sum Q_i = 1\,025,6 + 26,0 = 1\,051,6 \text{ т};$$

$$\sum M_i = 391,7 \text{ тм}.$$

Напряжение в бетоне без учета работы арматуры:

$$\sigma_б = \frac{1\,051,6}{3,49} \pm \frac{391,7}{8,70} = 298,0 \pm 45,0.$$

$$\sigma_б^{\text{макс}} = 298 + 45 = 343 \text{ т/м}^2 = 34,3 \text{ кг/см}^2 < 56,6 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_б^{\text{мин}} = 298 - 45 = 253 \text{ т/м}^2 = 25,3 \text{ кг/см}^2 < 56,6 \text{ кг/см}^2.$$

Второй случай загружения:

$$\sum Q_i = 565{,}0 + 26 = 591{,}0 \text{ т};$$

$$\sum M_i = 391{,}7 \text{ тм};$$

$$\sigma_б = \frac{591}{3{,}53} \pm \frac{391{,}7}{8{,}70} = 167{,}5 \pm 45;$$

$$\sigma_б^{макс} = 167{,}5 + 45 = 212{,}5 \text{ т/м}^2 = 21{,}25 \text{ кг/см}^2 < 56{,}6 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_б^{мин} = 167{,}5 - 45 = 122{,}5 \text{ т/м}^2 = 12{,}25 \text{ кг/см}^2 < 56{,}6 \text{ кг/см}^2.$$

Арматура ствола. Ствол предполагается армировать 16 стержнями $\varnothing$ 25 мм для поддержки передвижной опалубки и вертикальной монтажной арматурой $\varnothing$ 8 мм с расстоянием между стержнями

$$a = \frac{3{,}14 \cdot 9{,}60}{5 \cdot 16} = 37{,}5 \text{ см}$$

(из расчета четыре монтажных на один стержень $\varnothing$ 25 мм).

Сечение арматуры:

$$F_a = 16 \cdot 4{,}91 + 4 \cdot 16 \cdot 0{,}51 = 78{,}54 + 32{,}16 = 110{,}7 \text{ см}^2.$$

Насыщение арматурой:

$$\mu = \frac{F_a}{F_б} = \frac{110{,}7}{35\,300} = 0{,}0031 \ (0{,}31\%).$$

з) Фундамент башни

Фундамент проектируем для грунтов средней плотности с допускаемым давлением $[\sigma_{гр}] = 2{,}5$ кг/см². Фундамент принимаем железобетонным с шириной подошвы по низу (фиг. 290) $b_ф = 1{,}80$ м. Располагаем фундамент таким образом по отношению к стволу башни, чтобы последний приходился над центром тяжести поперечного сечения подошвы фундамента.

Тогда расстояние от внешней грани фундамента до оси ствола определится из следующего соотношения:

$$x_1 = \left(\frac{\frac{r_1}{r_2} + 2}{\frac{r_1}{r_2} + 1} \right) \frac{b_ф}{3},$$

т. е.

$$x_1 = \frac{b_ф - r_c}{2} + \sqrt{\frac{r_c^2}{4} - \frac{b_ф^2}{12}},$$

так как

$$r_1 = r_c + x_1 \text{ и } r_2 = r_c + x_1 - b_ф,$$

где r_1 — радиус внешней окружности фундамента;

r_2 — то же, внутренней;

r_c — средний диаметр ствола башни (см. фиг. 290).

Знак (+) перед корнем берется потому, что x_1 должно быть действительным положительным числом. В нашем случае

$$b_ф = 1{,}80 \text{ м}; \ r_c = 4{,}80 \text{ м}.$$

Следовательно:

$$x_1 = \frac{b_ф - r_c}{2} + \sqrt{\frac{r_c^2}{4} - \frac{b_ф^2}{12}} = \frac{1{,}80 - 4{,}80}{2} + \sqrt{\frac{4{,}80^2}{4} - \frac{1{,}8^2}{12}} = -1{,}50 + 2{,}32 = 0{,}82 \text{ м}.$$

Таким образом

$$r_1 = r_c + x_1 = 4{,}80 + 0{,}82 = 5{,}62 \text{ м};$$
$$r_2 = r_1 - b_ф = 5{,}62 - 1{,}80 = 3{,}82 \text{ м}.$$

При таких размерах

$$F_ф = \pi (r_1^2 - r_2^2) = 3{,}14 (5{,}62^2 - 3{,}82^2) = 53{,}40 \text{ м}^2;$$
$$W_ф = \frac{\pi}{2} \frac{r_1^4 - r_2^4}{2r_1} = 1{,}57 \frac{5{,}62^4 - 3{,}82^4}{2 \cdot 5{,}62} = 109{,}60 \text{ м}^3.$$

Давление на грунт определится, если будет известен вес плиты фундамента.

Примем среднюю толщину подушки $\delta_ф = 0{,}30$ м.
Тогда:

$$Q_ф = \pi \delta_ф (r_1^2 - r_2^2) = 53{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 2\,400 = 38\,000 \text{ кг}.$$

Полное давление на подушку по первому случаю загружения:

$$\sum Q = 1\,064{,}6 \text{ т}.$$
$$\sum M = 391{,}7 + 13{,}4 \cdot 0{,}5 = 398{,}4 \text{ тм}.$$

Давление на грунт:

$$\sigma_{гр} = \frac{\Sigma Q}{F_ф} \pm \frac{\Sigma M}{W_ф} = \frac{1\,064{,}6}{53{,}4} \pm \frac{398{,}4}{109{,}6} = 19{,}9 \pm 3{,}70;$$
$$\sigma_{гр}^{макс} = 19{,}9 + 3{,}70 = 23{,}60 \text{ т/м}^2 = 2{,}36 \text{ кг/см}^2 < 2{,}5 \text{ кг/см}^2;$$
$$\sigma_{гр}^{мин} = 19{,}9 - 3{,}70 = 16{,}2 \text{ т/м}^2 = 1{,}62 \text{ кг/см}^2 < 2{,}5 \text{ кг/см}^2.$$

Второй случай загружения:

$$\sum Q = 603{,}0 \text{ т}; \ \sum M = 398{,}4 \text{ тм};$$
$$\sigma_{гр} = \frac{603}{53{,}4} \pm \frac{398{,}4}{109{,}6} = 11{,}3 \pm 3{,}70;$$
$$\sigma_{гр}^{макс} = 15{,}0 \text{ т/м}^2 = 1{,}50 \text{ кг/см}^2 < 2{,}5 \text{ кг/см}^2;$$
$$\sigma_{гр}^{мин} = 7{,}6 \text{ т/м}^2 = 0{,}76 \text{ кг/см}^2 < 2{,}5 \text{ кг/см}^2.$$

5. СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПОДЗЕМНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РЕЗЕРВУАРА ЕМКОСТЬЮ 300 м³ ДЛЯ РАЙОНА, ПОДВЕРЖЕННОГО СЕЙСМИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ

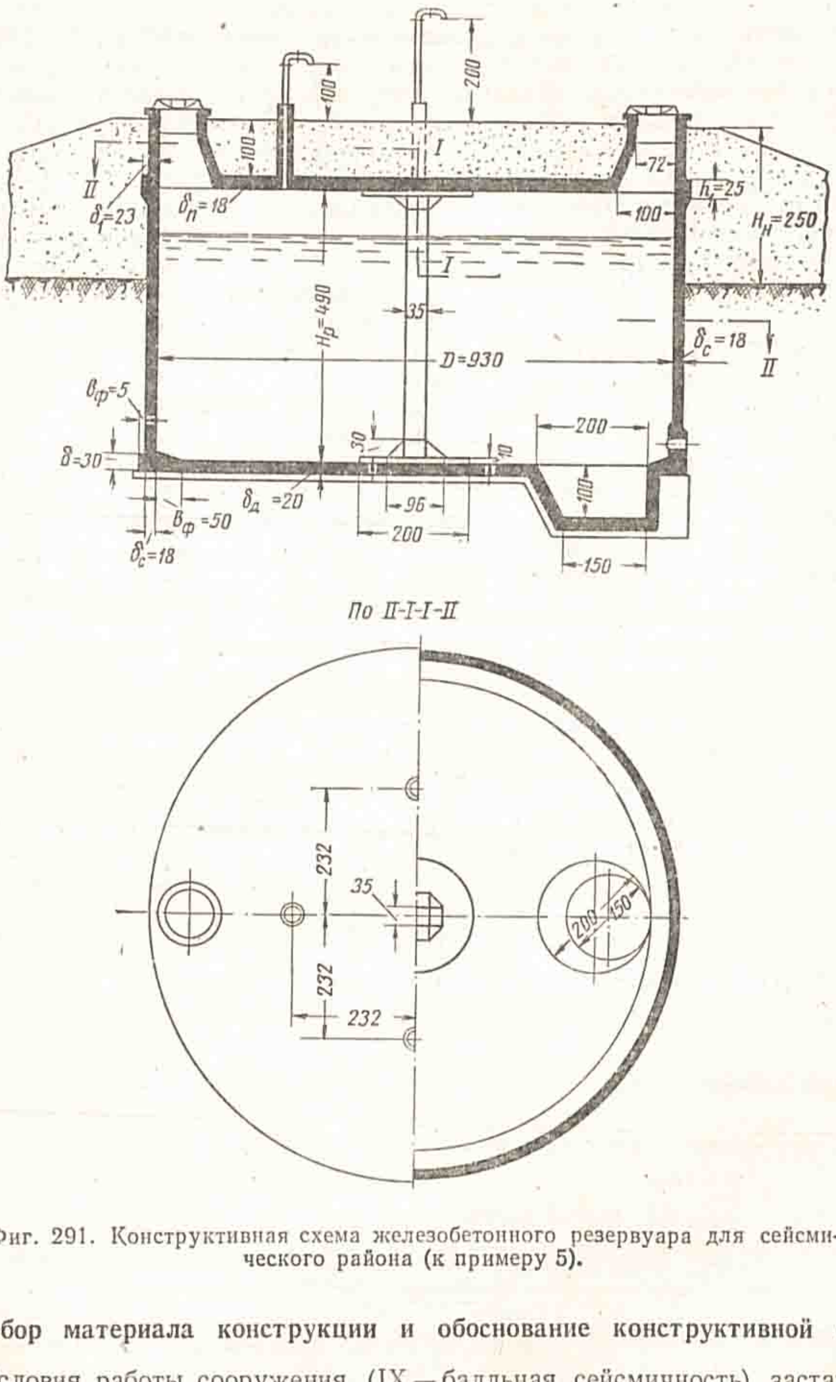
а) Условия работы резервуара

Резервуар (фиг. 291) предназначен для содержания в нем чистой воды. Район расположения резервуара относится к числу основных сейсмических пунктов СССР, с расчетной балльностью IX по шкале ОСТ ВКС 4537 (см. «Инструкцию по проектированию гражданских и промышленных зданий и сооружений, возводимых в сейсмических районах», Стройиздат НКСтроя, 1940, стр. 27).

Грунт в месте расположения резервуара (по данным изысканий) на глубине 3 м представляет собой глину серовато-бурого цвета, плотную, грубую, мало пластичную, слабо влажную, по физическим свойствам близкую к тяжелым суглинкам. Указания на лессовидность отсутствуют. Грунтовые воды (верховодка) залегают выше подошвы фундамента на 1,40 м.

В связи с близостью воды допускаемое давление на грунт принято равным 2 кг/см².

Перед началом строительных работ по возведению резервуара необходимо произвести бурение или шурфование на глубину не менее 4 м ниже подошвы фундамента резервуара, чтобы убедиться в соответствии принятых грунтовых условий действительным, а также в наличии достаточно мощного подстилающего пласта.



Фиг. 291. Конструктивная схема железобетонного резервуара для сейсмического района (к примеру 5).

б) Выбор материала конструкции и обоснование конструктивной схемы

Условия работы сооружения (IX — балльная сейсмичность) заставляют подходить к выбору материала конструкции и конструктивной схемы сооружения со специальными требованиями (см. гл. I, § 6).

Проектируемый резервуар имеет сравнительно небольшие размеры, при которых железобетонная цилиндрическая оболочка способна воспринять возможные горизонтальные силы инерции. Сейсмические волны вертикального направления могут быть при данных размерах переданы на безреберную плиту. Опыт изучения крупных землетрясений показал, что чаще всего от толчков вертикального и косого направлений страдают железобетонные колонны, которые не в состоянии оказать достаточных сопротивлений сдвигу, а иногда и внецентренному сжатию.

Поэтому, с одной стороны, в целях уменьшения влияния сейсмического толчка на колонны, на них нужно передать как можно меньшую часть нагрузки от перекрытия. С другой стороны, в сооружениях небольших размеров, как это имеет место в данном случае, желательно уменьшить число колонн с тем, чтобы почти все срезывающие усилия воспринимались цилиндрической оболочкой.

Эти соображения позволяют признать удовлетворительной схему цилиндрического резервуара с плоскими безреберными покрытием и днищем при одной колонне в центре (на колонну в этом случае передается меньше $^1/_3$ всей нагрузки). При соответствующем развитии капители и устройстве утолщений около стен резервуара можно добиться хорошей работы плиты на продавливание и на главные растягивающие напряжения при изгибе.

Следует выбирать поперечное сечение колонны достаточно большим, чтобы не опасаться потери устойчивости ее от продольного изгиба. Все сдвигающие усилия, передаваемые покрытием при сейсмическом толчке горизонтального направления, считаются передаваемыми на оболочку, которая и проектируется соответствующей жесткости.

При возведении резервуара необходимо избегать устройства рабочих швов в местах примыкания стен и колонн к перекрытию и днищу, а также у низа капители. Эти швы следует делать не доходя до капители колонны или верха стенки на 40 – 50 см. Не следует также делать рабочих швов по контуру капители и надкапительной плиты при бетонировании плит покрытия и днища резервуара.

в) Основные данные для расчета

Материалы:

Бетон М-200, вибрированный; $\gamma_б = 2{,}6$ т/м^3;

арматура из стали марки Ст. 3, холодносплющенная, периодического профиля; $\sigma_т = 3\,500$ кг/см^2.

Грунт:

объемный вес

$$\gamma_г = 1{,}8 \text{ т/м}^3;$$

без учета сейсмичности угол естественного откоса

$$\varphi = 35°; \quad tg^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}27;$$

с учетом сейсмичности

$$\varphi_c = 29°; \quad tg^2\left(45° - \frac{\varphi_c}{2}\right) = 0{,}35;$$

коэффициент постели

$$k_г = 5 \text{ кг/см}^3 = 5\,000 \text{ т/м}^3.$$

Материал засыпки (взрыхленный грунт):

$$\gamma_1 = 1{,}6 \text{ т/м}^3;$$

без учета сейсмичности

$$\varphi_1 = 30°; \quad tg^2\left(45° - \frac{\varphi_1}{2}\right) = 0{,}33;$$

с учетом сейсмичности

$$\varphi_2 = 24°; \quad tg^2\left(45° - \frac{\varphi_2}{2}\right) = 0{,}44.$$

Снеговая нагрузка:

$$g_c = 70 \text{ кг/м}^2.$$

Коэффициенты запаса прочности и сейсмические силы. 1) Коэффициенты запаса в периоды между землетрясениями (по табл. 7 приложения II).

Стенки и колонны на внецентренное и центральное сжатие $k_с = 2,0$.

Плиты покрытия и днища:

изгиб $k_и = 1,8$; главные растягивающие напряжения без учета работы отгибов $k'' = 3,0$;

осевое растяжение $k_т = 1,30$.

2) В момент землетрясения (с учетом сейсмических сил): $k_с = 1,6$; $k_и = 1,6$; $k'' = 2,4$; $k_т = 1,20$.

Коэффициент устойчивости против скольжения во время землетрясения $k_{ск} = 1,15$.

Горизонтальные сейсмические силы инерции приняты согласно п. 7в «Инструкции по проектированию промышленных зданий и сооружений, возводимых в сейсмических районах».

$$P_с = 0,1P,$$

где P — вертикальная суммарная нагрузка на соответствующий элемент сооружения;

$P_с$ — расчетная горизонтальная составляющая сил инерции, прикладываемая к центру тяжести нагрузок на соответствующий элемент сооружения.

Основные предпосылки к расчету резервуара. Определение внутренних усилий разбивается на два самостоятельных этапа.

1. Определение расчетных M, N, Q в элементах сооружения, возникающих в периоды между землетрясениями.

2. Учет усилий, вызываемых землетрясением.

Подбор сечений элементов резервуара производится по наибольшему из возможных усилий.

В первом случае получается полярно-симметричное загружение.

Характеристика жесткости стенки:

$$\lambda_с = \frac{\sqrt{r\delta_с}}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}.$$

Характеристика жесткости днища:

$$\lambda_д = \sqrt[4]{\frac{4EI_д}{bk_г(1-\nu^2)}} = \sqrt[4]{\frac{E\delta_д^3}{3bk_г(1-\nu^2)}}.$$

Здесь: E — модуль упругости бетона,

$\delta_с$ — толщина стенки,

$\delta_д$ — толщина днища.

Заданная и общая основная системы резервуара показаны на фигуре 292, при $\nu = 0$.

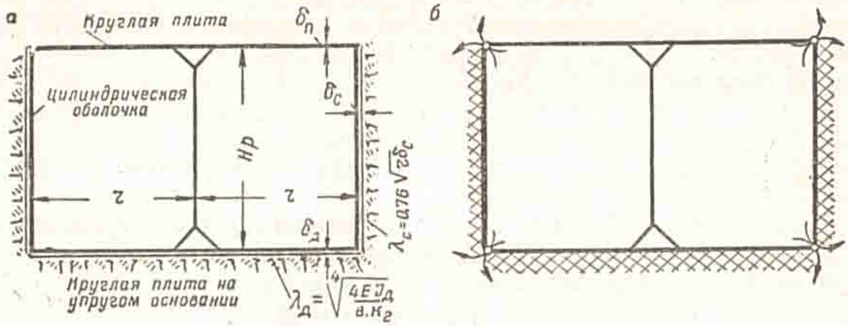
Расчетную схему днища можно расчленить на две при условии, что

$$\frac{r}{\lambda_д} > 3.$$

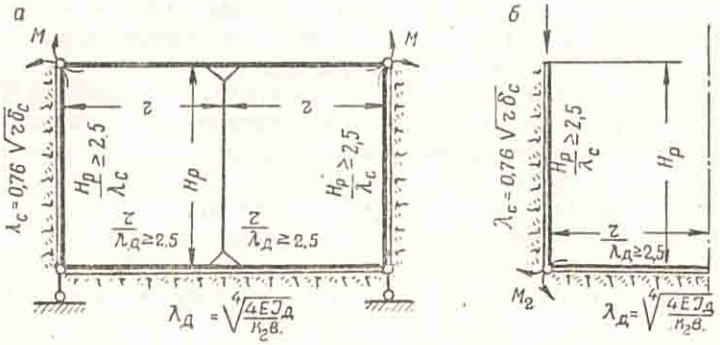
Тогда общая основная система резервуара распадается на две, каждая с одним неизвестным. Основные системы — расчлененные — показаны на фигуре 293.

Влияние сил инерции масс скажется, с одной стороны, в возникновении значительных сдвигающих сил, а с другой — в появлении дополнительных кольцевых изгибающих моментов. Эти моменты будут возникать главным образом от нагрузки силами инерции масс, распределенных по высоте стенки, в то время как от нагрузки на покрытие резервуара в стенках будут преобладать лишь сдвигающие силы. Последние целиком можно передать на стенки резервуара, учитывая, что цилиндрическая жесткость оболочки значительно превышает жесткость колонны.

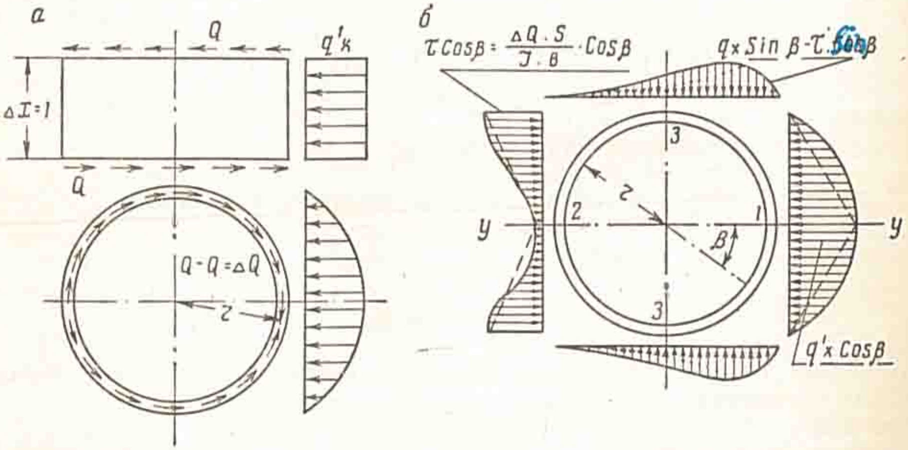
Кольцевые изгибающие моменты с достаточной для практики степенью точности могут быть определены из условий равновесия между приращением нагрузки на длине $\Delta x = 1$ и приращением сдвигающих сил, действую-



Фиг. 292. Расчетная схема резервуара:
а—заданная система; *б*—основная система.



Фиг. 293. Расчлененные основные системы:
а—основная система *I* для расчета верхнего узла резервуара; *б*—основная система *II* для расчета нижнего узла резервуара.



Фиг. 294. Схема распределения сдвигающих усилий в оболочке резервуара от сил инерции при землетрясении:
а—схема внешних воздействий на элементарное кольцо; *б*—расчетные сдвигающие усилия.

щих на элемент цилиндрической оболочки на том же участке $\Delta x = 1$ (фиг. 294).

Если пренебречь в запас прочности нагрузкой, возникающей в направлении y, ввиду ее незначительности, а оставшуюся нагрузку распределить по закону ломаной линии (это приведет также к дополнительному увеличению запаса прочности конструкции), то для наибольших значений изгибающего кольцевого момента получим простые выражения:

$$\begin{aligned} &\text{в точке } 1 \quad M_1 = -0{,}155 q'_x r^2 \\ &\text{»} \quad \text{»} \quad 2 \quad M_2 = -0{,}094 q_x r^2 \\ &\text{»} \quad \text{»} \quad 3 \quad M_3 = +0{,}115 q_x r^2 \\ &\qquad\qquad N = 0{,}043 q_x r \end{aligned}$$

(Пуассоново отношение принято $\nu = 0$).

г) Подсчет нагрузок и предварительный подбор сечений элементов резервуара

Покрытие резервуара. Приближенно наибольший изгибающий момент в круглой плите, опертой по контуру и в центре, может быть принят:

в центре $M_0 \approx \frac{g_п r^2}{8}$;

в пролете $M_{макс} \approx \frac{g_п r^2}{15}$.

Вес земляной засыпки при заданной толщине слоя засыпки в 1 м (учитывая увеличение за счет сил инерции во время землетрясения коэффициентом $k_з = 1{,}10$)

$$g_з = \gamma_1 h_з k_з = 1{,}60 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}10 = 1{,}76 \text{ т/м}^2.$$

Собственный вес плиты толщиной $\delta_п = \frac{r}{30}$:

$$g_{с.в} = \gamma_б \frac{r}{30} k_з = 2{,}6 \frac{4{,}70}{30} 1{,}10 = 0{,}45 \text{ т/м}^2.$$

Общая нагрузка, учитывая 0,04 т/м² на штукатурку и 0,07 т/м² от снега, будет:

$$g_п = 1{,}76 + 0{,}45 + 0{,}11 = 2{,}32 \text{ т/м}^2.$$

Следовательно:

$$M_0 = \frac{2{,}32 \cdot 4{,}7^2}{8} = 6{,}41 \text{ тм};$$

$$M_{макс} = \frac{2{,}32 \cdot 4{,}7^2}{15} = 3{,}42 \text{ тм}.$$

Необходимую толщину плиты определяем по пролетному моменту, учитывая наличие надкапительной плиты:

$$\delta_п = h_0 + a = 0{,}09\sqrt{M_{макс}} + 0{,}02 = 0{,}09\sqrt{3{,}42} + 0{,}02 \cong 0{,}166 + 0{,}02 \cong 0{,}18 \text{ м}.$$

Принимаем толщину плиты покрытия:

$$\delta_п = 0{,}18 \text{ м} = 18 \text{ см}.$$

Толщина надкапительной плиты $\delta' = \frac{\delta_п}{2} = 9$ см.

Колонна. Принимаем приближенно, что на колонну передается 40% всей нагрузки:

$$P_к = \frac{g_п \pi r^2}{2{,}5} = 0{,}4 \cdot 2{,}32 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}70^2 = 64{,}4 \text{ т}.$$

Необходимая площадь сечения колонны при $\mu = 0{,}5\%$ и марке бетона 200 (см. Сахновский, «Железобетонные конструкции», 1952, стр. 235, табл. 26, строка 1):

$$F_б = 12{,}7 \cdot P_к = 12{,}7 \cdot 64{,}4 = 820 \text{ см}^2.$$

Размеры сторон при квадратном сечении колонны

$$d_к = \sqrt{F_б} = \sqrt{320} = 28{,}8 \text{ см}.$$

Принимаем $d_к = 35$ см.

$$\lambda = \frac{l_0}{d_к} = \frac{0{,}7 \cdot H_р}{d_к} = \frac{0{,}7 \cdot 4{,}90}{0{,}35} = 9{,}8 < 14.$$

Размер стороны восьмигранной капители из условий продавливания:

$$a_к = \frac{P_к k''}{8R_{ср}(\delta_п + \delta')} = \frac{64\,400 \cdot 2{,}4}{8 \cdot 43{,}5 \cdot 27} \approx 18{,}0 \text{ см}.$$

Учитывая опасность появления растяжения по косым площадкам, принимаем $a_к = 40$ см.

Стенка резервуара. Принимаем увеличение толщины оболочки, из-за возможности появления кольцевых изгибающих моментов, на 25% против обычной, определяемой из условий осевого растяжения кольца:

$$\delta_с = \frac{\alpha H_в r}{R_р}\left(k_т - \frac{200k}{\sigma_т}\right) = \frac{0{,}9 \cdot 4{,}7 \cdot 4{,}74}{170} 1{,}12 = 0{,}134 \text{ м}.$$

Принимаем $\delta_с = 0{,}18$ м $= 18$ см.

Днище резервуара. Учитывая необходимость увеличения толщины защитного слоя, принимаем толщину днища на 2 см больше толщины покрытия, т. е.

$$\delta_д = 20 \text{ см}.$$

д) Статический расчет резервуара на симметричную нагрузку в период между землетрясениями

Подсчет нагрузок. Покрытие резервуара. Вес земляной засыпки:

$$g_з = \gamma_з h_з = 1{,}6 \cdot 1{,}0 = 1{,}6 \text{ т/м}^2.$$

Собственный вес плиты покрытия:

$$g_{с.в} = \gamma_б \delta_п = 2{,}6 \cdot 0{,}18 = 0{,}468 \cong 0{,}47 \text{ т/м}^2.$$

Штукатурка и затирка общей толщиной 3 см:

$$g_ш = \gamma_ц \delta_ш = 2{,}2 \cdot 0{,}03 = 0{,}066 \text{ т/м}^2.$$

Снеговая нагрузка $g_с = 0{,}07$ т/м².
Суммарная нагрузка:

$$g_п = 1{,}60 + 0{,}468 + 0{,}066 + 0{,}07 = 2{,}204 \cong 2{,}20 \text{ т/м}^2.$$

Стенка резервуара. Давление воды внизу стенки, в случае возможного переполнения, считая полезную глубину воды $H_в = 4{,}70$ м:

$$g_в = \gamma_в H_в = 4{,}70 \text{ т/м}^2.$$

Давление земли при пустом резервуаре:

1) в верхней точке (по осевой поверхности покрытия) от засыпки

$$g_2 = \gamma_з h_з \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi_1}{2}\right) = 1{,}6 \cdot 1{,}09 \cdot 0{,}33 = 0{,}576 = 0{,}60 \text{ т/м}^2;$$

2) в нижней точке, считая по осевой плоскости днища

$$H = h_з + \delta_п + H_р + \frac{\delta_д}{2} = 1{,}0 + 0{,}18 + 4{,}90 + 0{,}1 = 6{,}18 \text{ м};$$

Высота подсыпки над материком

$$H_н = 2{,}5 \text{ м, приведенная ее высота } H_{пр} = 2{,}5\frac{1{,}6}{1{,}8} = 2{,}22 \text{ м};$$

глубина погружения резервуара в материк

$$H - H_{н} = 6,18 - 2,50 = 3,68 \text{ м};$$

приведенная глубина

$$H_1 = 3,68 + 2,22 = 5,90 \text{ м};$$

давление в нижней точке

$$g_1 = \gamma_з H_1 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = 1,8 \cdot 5,90 \cdot 0,27 = 2,67 \approx 3,0 \text{ т/м}^2.$$

Расчет верхнего узла. Учитывая, что:

$$\lambda_с \cong 0,76\sqrt{r\delta_с} = 0,76\sqrt{4,74 \cdot 0,18} = 0,70 \text{ м};$$

$$\frac{H_р}{\lambda_с} = \frac{4,90}{0,70} = 7,0 > 3,0;$$

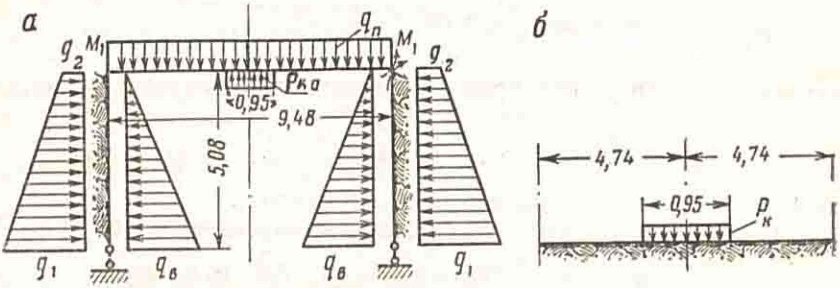
$$\lambda_д = \sqrt[4]{\frac{E\delta_п^3}{3k_г}} = \sqrt[4]{\frac{18 \cdot 10^5 \cdot 0,2^3}{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^3}} = \sqrt[4]{0,931};$$

$$\lambda_д \cong 0,965 \text{ м};$$

$$\frac{r}{\lambda_д} = \frac{4,74}{0,965} = 4,91 > 3,0,$$

можно считать верхний узел раздельно от нижнего.

Нетрудно видеть, что, пренебрегая разностью просадок стенки и колонны, можно считать, вследствие симметрии загружения, колонну цен-



Фиг. 295. Расчетные схемы для верхнего узла резервуара:
а—основная система *Iа*; *б*—основная система *Iб*.

трально сжатой, и основную систему *I* (верхнего узла) разложить на две упрощенные системы *Iа* и *Iб* (фиг. 295), которые можно также считать раздельно.

Отпор колонны в основной системе *Iа* вычисляется из условия отсутствия просадки плиты покрытия у края капители:

$$P_{к.о} = \frac{g_п}{2\beta^2} \cdot \frac{5 - 6\beta^2 + \beta^4}{6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta}.$$

Здесь $\beta = \frac{b}{2r} = \frac{0,95}{9,48} \approx 0,1;$

$\beta^2 = 0,01;$

$\beta^4 = 0,0001.$

Влияние момента $M_1 = 1$ увеличивает отпор на:

$$P_1 = \frac{16(1 - \beta^2)}{r^2\beta^2(6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta)}.$$

Момент в узле определится из соотношения:

$$M_1 = \frac{\Sigma a_{10}}{\Sigma a_{11}} = -\frac{a_{10}^{п} + a_{10}^{со}}{a_{11}^{п} + a_{11}^{со}}.$$

Расчет ведем на три возможных случая загружения:

1) резервуар наполнен не засыпанным;
2) засыпанный резервуар опорожнен от воды;
3) резервуар наполнен в засыпанном состоянии.

Первый случай загружения. Имеем (перемещения взяты $EI_п$-кратными) для основной системы Ia (фиг. 295):

$$a_{10}^{п} = \frac{g_{св} r^3}{8} \left(\frac{1 + 1{,}5\beta^2 - 2\beta^4 + 0{,}5\beta^6 + 6\beta^2 \ln \beta}{6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta} \right).$$

Здесь:

$$g_{св} = 0{,}55 \ \text{т/м}^2;$$

$$a_{10}^{п} = + \frac{0{,}55 \cdot 4{,}74^3}{8} \left(\frac{1 + 0{,}015 - 0{,}0002 + 0{,}0000005 - 6 \cdot 0{,}01 \cdot 2{,}303}{6 - 0{,}07 + 0{,}0001 - 0{,}06 \cdot 2{,}303} \right) = $$
$$= \frac{0{,}55 \cdot 104{,}6 \cdot 0{,}877}{8 \cdot 5{,}79} = 1{,}09;$$

$$a_{10}^{со} = - \frac{g_в \lambda_c^4}{4H_р} \frac{I_п}{I_c} = \frac{4{,}70 \cdot 0{,}7^4}{4 \cdot 5{,}08} \cdot 1 = -0{,}055 \approx -0{,}06.$$

Соответственно:

$$a_{11}^{п} = r \left(\frac{2 - \beta^2 + 6\beta^2 \ln \beta - \beta^4}{6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta} \right) = 1{,}517 \approx 1{,}52;$$

$$a_{11}^{со} = \frac{\lambda_c}{2} \frac{I_c}{I_п} = \frac{0{,}70}{2} 1 = 0{,}35.$$

Следовательно:

$$M_1' = - \frac{1{,}09 - 0{,}06}{1{,}52 + 0{,}35} = - \frac{1{,}03}{1{,}87} = -0{,}551 \ \text{тм} \approx -0{,}55 \ \text{тм}.$$

Сдвигающая сила у верхнего края цилиндрической стенки:

$$Q_в' = - \frac{M_1'}{\lambda_c} = + \frac{0{,}55}{0{,}7} = +0{,}79 \ \text{т}$$

(положительным принято направление Q от центра).

Реактивная нагрузка на 1 м² площади капители колонны:

$$p_к' = p_{к.о}' + p_1' = \frac{g_{св}}{2\beta^2} \left(\frac{5 - 6\beta^2 + \beta^4}{6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta} \right) + \frac{16 (1 - \beta^2) M_1'}{r^2 \beta^2 (6 - 7\beta^2 + \beta^4 + 6\beta^2 \ln \beta)} =$$
$$= \frac{0{,}55 (5 - 0{,}06 + 0{,}0001)}{2 \cdot 0{,}01 (6 - 0{,}07 + 0{,}0001 - 0{,}138)} - \frac{16 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}55}{22{,}46 \cdot 0{,}01 \cdot 5{,}79} = 23{,}4 - 6{,}8 = 16{,}6 \ \text{т/м}^2.$$

Нагрузка на колонну:

$$P_к' = p_к' \frac{\pi a_п^2}{4} = 16{,}6 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}95^2 = 11{,}8 \ \text{т}.$$

Изгибающий радиальный момент в плите покрытия:

$$M_r = \frac{3 g_п r^2}{16} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] - \frac{p_к' r^2}{16} \left\{ \beta^4 \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] + 4\beta^2 \ln \frac{r}{r_0} \right\} + M_1.$$

Изгибающий момент кольцевого направления:

$$M_t = \frac{g_п r^2}{16} \left[3 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] - \frac{p_к r^2}{16} \left\{ \beta^2 (1 - \nu^2) \left[1 + \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] - 4\beta^2 \ln \frac{r}{r_0} \right\} + M_1.$$

Для стенки резервуара имеем:

$$M_c' = M_1' \eta_1 + (M_1' + Q_в' \lambda_c) \eta_2;$$
$$T_2 = T_{20} - \frac{2r}{\lambda_c^2} [M_1' \eta_2 - (M_1' + Q_в' \lambda_c) \eta_1].$$

Эпюры моментов в покрытии и стенке приведены на фигуре 296.

Решение основной системы *Iб* (фиг. 295).

Если считать нагрузку на днище, передаваемую от колонны, распределенной по кругу диаметром, равным размеру капители $a_к = 0{,}95$ м, то момент радиального направления может быть определен из условия ~~угла~~ отсутствия поворота реального сечения у края капители, учитывая, что, ввиду жесткости участка длиной a, последний не будет изгибаться.

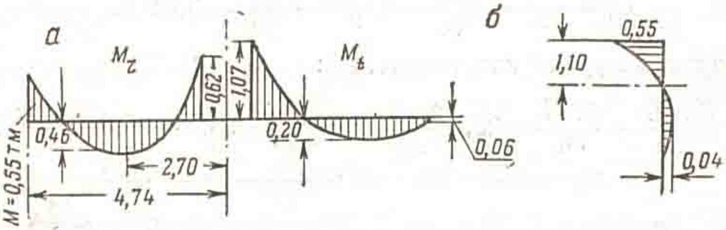
Для этого достаточно решить два уравнения:

$$M'a^{д}_{11} + Q'a^{д}_{12} = 0;$$

$$M'a^{д}_{21} + Q'\left(a^{д}_{22} + \frac{4EI_д}{k_г a_к}\right) + \frac{p_к EI_д}{k_г} = 0.$$

Из 1-го уравнения

$$Q' = -\frac{a^{д}_{11}}{a^{д}_{12}} M'.$$



Фиг. 296. Эпюры изгибающих моментов в покрытии и стенке резервуара по первому случаю загружения:
а—эпюры моментов в плите покрытия; *б*—эпюра моментов в стенке.

Подставив это значение во второе уравнение, получим:

$$M'a^{д}_{12} - M'\frac{a^{д}_{11}}{a^{д}_{12}}\left(a^{д}_{22} + \frac{4EI_д}{k_г a_к}\right) + \frac{p_к EI_д}{k_г} = 0.$$

В нашем случае:

$$a^{д}_{11} = \lambda_д = 0{,}965; \quad a^{д}_{12} = \frac{\lambda^2_д}{2} = 0{,}465; \quad a^{д}_{22} = \frac{\lambda^3_д}{2} = 0{,}45;$$

$$k_г = 5\,000 \text{ т/м}^3; \quad \frac{EI_д}{k_г} = \frac{\lambda^4_д}{4} = 0{,}216.$$

После подстановки этих значений в уравнение, получим:

$$M'\left[0{,}465 - \frac{0{,}965}{0{,}465}\left(0{,}45 + \frac{0{,}216\cdot 4}{0{,}965}\right)\right] + P_к \cdot 0{,}216 = 0.$$

Отсюда

$$M' = 0{,}092P_к.$$

Для первого случая загружения:

$$P_к = 16{,}6 + \frac{2{,}4\cdot 4{,}9\cdot 0{,}016}{3{,}14\cdot 0{,}95^2} = 17{,}3 \text{ т/м}^2;$$

$$M' = 0{,}092\cdot 17{,}3 = 1{,}54 \text{ тм};$$

$$Q' = \frac{2M'}{\lambda_д} = 3{,}21 \text{ т}.$$

Давление на грунт под колонной:

$$\sigma'_{гр} = p_к - \frac{4Q'}{g} + g_в + g_{св} = 16{,}6 - 13{,}5 + 4{,}7 + 0{,}52 = 8{,}32 \text{ т/м}^2 = 0{,}83 \text{ кг/см}^2.$$

Второй случай загружения.

Для основной системы Ia:

$$g_п = 2{,}20 \text{ т/м}^2; \quad g_1 = 3{,}0 \text{ т/м}^2; \quad g_2 = 0{,}60 \text{ т/м}^2;$$

$$b_{10}^{п} = \frac{a_{10}^{п} g_п}{g_{св}} = \frac{1{,}09 \cdot 2{,}20}{0{,}55} = 4{,}36; \quad b_{11}^{п} = a_{11}^{п} = 1{,}52;$$

$$b_{10}^{со} = -\frac{g_2 \lambda_с^4}{4H_в}\left(1 - \frac{H_в}{\lambda_с}\right) + \frac{g_1 \lambda_с^4}{4H_в} = -\frac{0{,}5 \cdot 0{,}24}{4 \cdot 5{,}08} \cdot \left(1 - \frac{5{,}08}{0{,}7}\right) + \frac{3{,}0 \cdot 0{,}24}{4 \cdot 5{,}08} =$$

$$= -0{,}007(1 - 7{,}25) + 0{,}0355 = 0{,}080;$$

$$b_{11}^{со} = a_{11}^{со} = 0{,}35;$$

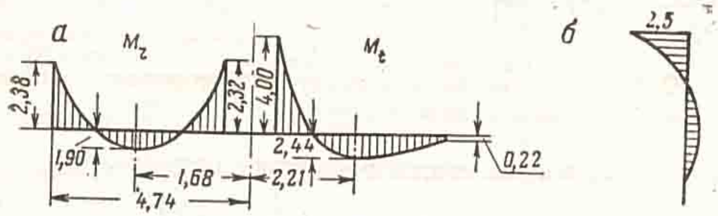
$$M_1'' = -\frac{4{,}36 + 0{,}08}{1{,}52 + 0{,}35} = -2{,}38 \text{ тм}.$$

Сдвигающая радиальная сила у верха цилиндрической стенки:

$$Q_1'' = \frac{g_2 \lambda_с}{2} - \frac{M_1''}{\lambda_с} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}7}{2} + \frac{2{,}38}{0{,}70} = 3{,}61 \text{ т}.$$

Реактивная нагрузка над капителью:

$$p_к = \frac{p'_{к.о} g_п}{g_{св}} + \frac{p_1' M_1''}{M_1'} = 23{,}4 \frac{2{,}20}{0{,}55} - 6{,}8 \frac{2{,}38}{0{,}55} = 93{,}6 - 29{,}5 \doteq 64{,}0 \text{ т/м}^2.$$



Фиг. 297. Эпюры изгибающих моментов в покрытии и стенке резервуара по второму случаю загружения:
а—эпюры моментов в плите покрытия; *б*—эпюра моментов в стенке.

Нагрузка на колонну:

$$P_к = \frac{\pi a_к^2}{4} p_к = 0{,}706 \cdot 64{,}0 = 45 \text{ т}.$$

Эпюры изгибающих моментов в покрытии и стенке по второму случаю загружения приведены на фигуре 297.

Для днища резервуара под колонной получаем:

$$M'' = \frac{p_к}{\frac{2}{\lambda_д^2} + \frac{8}{a_к \lambda_д}} = 0{,}092 p_к = +5{,}9 \text{ тм};$$

$$Q'' = \frac{2M''}{\lambda_д} = \frac{p_к}{\frac{1}{\lambda_д} + \frac{4}{a_к}} = +0{,}191 p_к = 12{,}2 \text{ т}.$$

Давление на грунт под колонной:

$$\sigma_{гр}'' = p_к'' - \frac{4Q''}{a_к} + g_{св} = 64{,}1 - 61{,}5 + 0{,}52 = 13{,}72 \text{ т/м}^2 = 1{,}37 \text{ кг/см}^2.$$

Радиальный момент в плите днища распределится по закону [приближенно по формуле (9) главы III]:

$$M_r'' = M'' \eta_1 + (M'' + Q'' \lambda_д) \eta_2,$$

где $\eta_1 = e^{-\varphi}\cos\varphi$;

$$\eta_2 = e^{-\varphi}\sin\varphi$$

$$\varphi = \frac{x}{\lambda_д};$$

x — расстояние по радиусу до рассматриваемой точки от края капители.

Для кольцевого момента получаем:

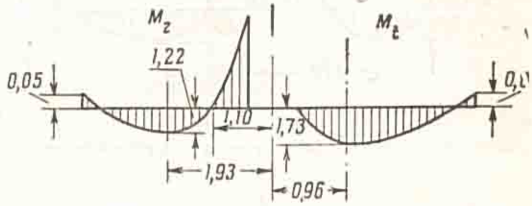
$$M''_t = \frac{W'}{r} = \frac{\lambda_д}{2r}\left[M''\eta_4 + (M'' - Q''\lambda_д)\,\eta_3\right];$$

здесь

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2;$$
$$\eta_4 = \eta_1 - \eta_2;$$

r — расстояние от центра плиты до рассматриваемой точки.

Эпюры M''_r и M''_t см. фигуру 298.



Фиг. 298. Эпюры изгибающих моментов в днище по второму случаю загружения.

Давление на грунт в любой точке плиты:

$$\sigma_{гр} = g_{св} + \frac{2}{\lambda_д^2}\left[M''\eta_1 - (M'' - Q''\lambda_д)\,\eta_1\right].$$

Т р е т и й с л у ч а й з а г р у ж е н и я. Из основной системы Ia имеем:

$$c_{10}^{п} = b_{10}^{п} = 4{,}36; \quad c_{11}^{п} = a_{11}^{п} = 1{,}52;$$
$$c_{10}^{co} = b_{10}^{co} + a_{10}^{co} = 0{,}08 - 0{,}06 = 0{,}02; \quad c_{10}^{co} = a_{10}^{co} = 0{,}35;$$
$$M_1''' = \frac{-(c_{10}^{п} + c_{10}^{co})}{c_{11}^{п} + c_{11}^{co}} = \frac{-(4{,}36 + 0{,}02)}{1{,}52 + 0{,}35} = \frac{-4{,}38}{1{,}87} = -2{,}34 \text{ тм};$$
$$Q_1''' = \frac{g_2\lambda_c}{2} - \frac{M_1'''}{\lambda_c} = 0{,}21 + 3{,}34 = 3{,}55 \text{ т}.$$

Нагрузка на капитель колонны:

$$p_к''' = p_{к0}''' + \frac{p_1^2 M_1'''}{M_1^i} = 93{,}6 - 28{,}9 = 64{,}7 \text{ т/м}^2.$$

Нагрузка на колонну: $P_к = 0{,}706 \cdot 64{,}7 = 45{,}7$ т.

Значение радиального изгибающего момента в плите:

$$M_r''' = \frac{3 \cdot 2{,}2 \cdot 22{,}46}{16}\left[1 - \left(\frac{r}{4{,}74}\right)^2\right] - \frac{64{,}7 \cdot 22{,}46}{16} \times$$
$$\times 0{,}0001\left[1 - \left(\frac{4{,}74}{r}\right)^2 - 0{,}04\ln\frac{r}{4{,}74} - 2{,}34.\right.$$

Изгибающий кольцевой момент в плите:

$$M_t''' = \frac{2{,}2 \cdot 22{,}46}{16}\left[3 - \left(\frac{r}{4{,}74}\right)^2\right] - \frac{64{,}7 \cdot 22{,}46}{16} \times$$
$$\times\left\{\left[0{,}01\,(4 - 0{,}01)\,1 + \left(\frac{4{,}74}{r}\right)^2\right] - 0{,}04\ln\frac{r}{4{,}74}\right\} - 2{,}34.$$

Эпюры изгибающих моментов в плите покрытия по третьему случаю загрузки приведены на фигуре 299.

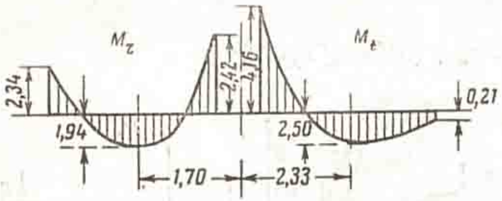
Для днища резервуара под капителью колонны получим:

$$M = 0{,}092 p_к = 0{,}092\,(64{,}7 + 0{,}7) = 6{,}0 \text{ тм};$$
$$Q = 0{,}191 p_к = 12{,}4 \text{ т}.$$

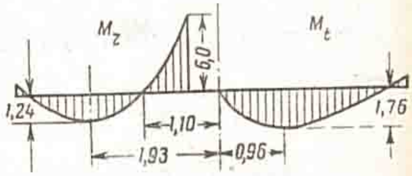
Давление на грунт под колонной:

$$\sigma'''_{гр} = p_к - \frac{4Q}{a_к} + g_в + g_{св} = 65,4 - 52,6 + 4,70 + 0,52 = 18,02 \text{ т/м}^2 = 1,8 \text{ кг/см}^2.$$

Эпюры моментов в днище по третьему случаю загружения см. фигуру 300.



Фиг. 299. Эпюры изгибающих моментов в покрытии по третьему случаю загружения.



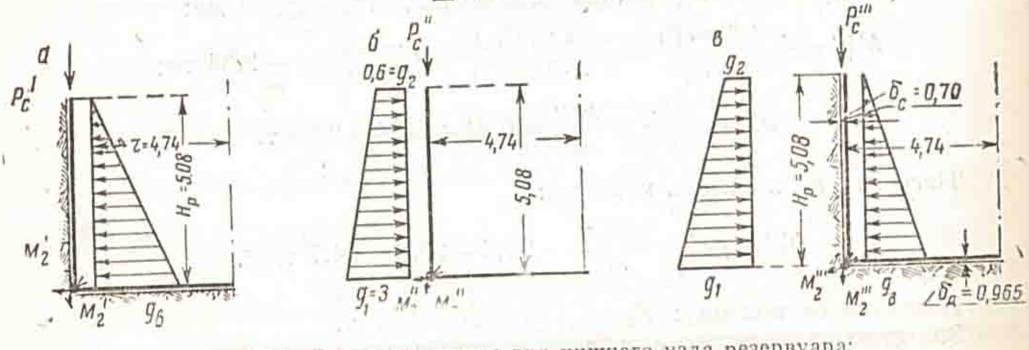
Фиг. 300. Эпюры изгибающих моментов в днище по третьему случаю загружения.

Нижний узел резервуара (основная система II, фиг. 301). Из решения системы Ia получаем значение $P_с$:

$$P_с = \frac{g_п \pi r^2 - P_к}{2\pi r} - P_{св}.$$

Для изгибающего момента M_2 из условий неизменяемости угла между стенкой и днищем:

$$M_2 = \frac{-\sum a_{20}}{\sum a_{22}} = -\frac{a_{20}^{со} + a_{20}^{д}}{a_{22}^{со} + a_{22}^{д}}.$$



Фиг. 301. Расчетные схемы для нижнего узла резервуара:
а — по первому случаю загружения; *б* — по второму случаю загружения; *в* — по третьему случаю загружения.

Распределение изгибающих моментов и давления на грунт определяем как в балке на упругом основании.

Плита днища:

радиальный изгибающий момент

$$M_r^д = M_2\eta_1 + (M_2 + P_с\lambda_д)\,\eta_2,$$

кольцевой изгибающий момент

$$M_t^д = \frac{\lambda_д}{2(r_0 - r)}\,[M_2\eta_4 + (M_2 + P_с\lambda_д)\,\eta_3],$$

давление на грунт

$$\sigma_{гр} = \frac{2}{\lambda_д^2}\,[M_2\eta_2 - (M_2 + P_с\lambda_д)\,\eta_1] + \sigma_0$$

(знак плюс — сжатие).

Здесь σ_0 — давление на грунт от собственного веса.

Стенка резервуара. Меридиональный изгибающий момент:

$$M = M_2\eta_1 + (M_2 + Q_2\lambda_c)\,\eta_2;$$

кольцевые усилия

$$T_2 = T_{20} - \frac{2r}{\lambda_c^2}\left[M_2\eta_2 - (M_2 + Q_2\lambda_c)\,\eta_1\right]$$

(знак плюс — растяжение).

Здесь T_{20} — кольцевое статически определимое усилие;

$T_{20} = g_x r$,

где g_x — давление на стенку в рассматриваемой точке;

$Q_2 = -\frac{M}{\lambda_c} + Q_{20}$, где Q_2 — перерезывающая сила в нижней точке стенки;

Q_{20} — то же, при шарнирном опирании края;

x — расстояние от низа стенки до рассматриваемой точки;

$$\varphi = \frac{x}{\lambda_c}.$$

Рассмотрим последовательно три случая загружения.

Первый случай загружения (фиг. 301, *б*).

$$P_c' = \frac{0{,}55\cdot 3{,}14\cdot 4{,}74^2 - 11{,}8}{2\cdot 3{,}14\cdot 4{,}74} + 0{,}18\cdot 5{,}08\cdot 2{,}6 = \frac{38{,}7 - 11{,}8}{29{,}8} + 2{,}33 = 3{,}28 \text{ т.}$$

По формулам (9), (17) и (18) главы III:

$$a_{20}^{co} = \frac{g_в\lambda_c^4}{4}\left(1 - \frac{H}{\lambda_c}\right) = \frac{4{,}70\cdot 0{,}7^4}{4}\left(1 - \frac{5{,}08}{0{,}7}\right) = -1{,}76;$$

$$a_{22}^{co} = \frac{\lambda_c}{2} = 0{,}35;$$

$$a_{20}^{д} = P_c'\frac{\lambda_д^2 I_c}{2I_д} = 3{,}28\,\frac{0{,}965^2\cdot 0{,}18^3}{2\cdot 0{,}20^3} = 1{,}12;$$

$$a_{22}^{д} = \lambda_д\frac{I_c}{I_д} = 0{,}965\,\frac{0{,}18^3}{0{,}20^3} = 0{,}7;$$

$$M_2' = -\frac{-1{,}76 + 1{,}12}{0{,}35 + 0{,}7} = +0{,}61 \text{ тм.}$$

Распределение изгибающих моментов в днище и давления на грунт:

$$M_r^д = 0{,}61\eta_1 + (0{,}61 + 3{,}28\cdot 0{,}965)\,\eta_2 = 0{,}61\eta_1 + 3{,}77\eta_2;$$

$$M_t^д = \frac{0{,}48}{r_0 - r}\left[0{,}61\eta_4 + (0{,}61 + 3{,}28\cdot 0{,}965)\,\eta_3\right] = \frac{1}{r_0 - r}\,(0{,}292\eta_4 + 1{,}81\eta_3);$$

$$\sigma_{гр} = -\frac{2}{0{,}962^2}\left[0{,}61\eta_2 - (0{,}61 + 3{,}16)\,\eta_1\right] + 0{,}52 =$$

$$= -1{,}31\eta_2 + 8{,}1\eta_1 + 0{,}52 \text{ (знак плюс — сжатие).}$$

Распределение усилий в стенке резервуара $\left(\text{учитывая, что } Q_2 = \frac{0{,}61}{0{,}70} + \frac{4{,}7\cdot 0{,}7}{2} = 2{,}53 \text{ т}\right)$:

$$M' = 0{,}61\eta_1 + (0{,}61 - 2{,}53\cdot 0{,}7)\,\eta_2 = 0{,}61\eta_1 - 1{,}16\eta_2;$$

$$T_2' = g_1\left(1 - \frac{x}{4{,}7}\right)r - \frac{2r}{\lambda_c^2}\left[0{,}61\eta_2 + 1{,}16\eta_1\right] =$$

$$= (4{,}7 - x)\,4{,}74 - 19{,}35\left[0{,}61\eta_2 + 1{,}16\eta_1\right] =$$

$$= 22{,}26 - 4{,}74x - 11{,}80\eta_2 - 22{,}26\eta_1.$$

Эпюры моментов, кольцевых сил и давления на грунт от первого загружения приведены на фигуре 302.

Второй случай загружения.

$$P''_{\text{c}}=\frac{2,20\cdot 3,14\cdot 22,46-45}{6,28\cdot 4,74}+2,38=\frac{110}{29,8}+2,38=6,07\ \text{т};$$

$$b_{20}^{\text{co}}=\frac{g_1\lambda_{\text{c}}^4}{4H_{\text{p}}}\left(\frac{H_{\text{p}}}{\lambda_{\text{c}}}-1\right)+\frac{g_2\lambda_{\text{c}}^4}{4H_{\text{p}}}=$$

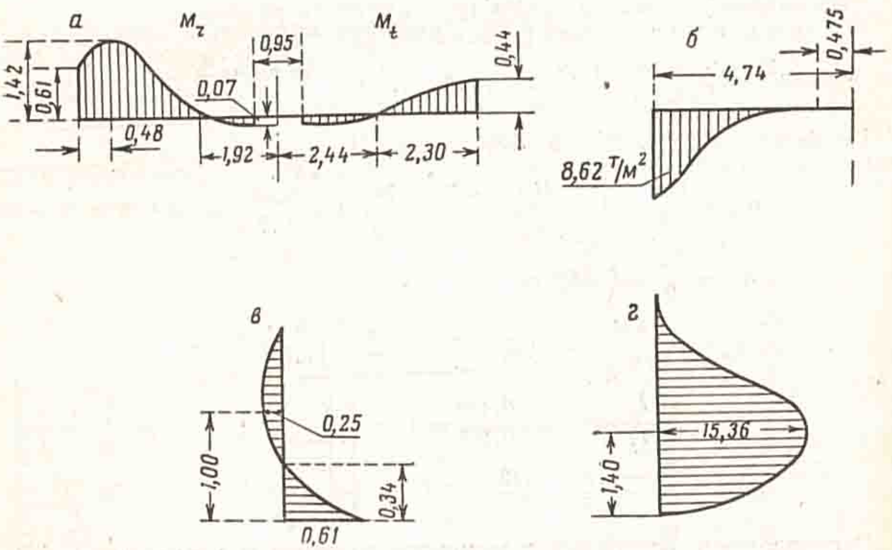
$$=\frac{3,0\cdot 0,241}{4\cdot 5,08}\left(\frac{5,08}{0,7}-1\right)+\frac{0,6\cdot 0,241}{4\cdot 5,08}=2,21+0,07=2,28;$$

$$b_{22}^{\text{д}}=0,35;$$

$$b_{20}^{\text{д}}=P''_{\text{c}}\frac{\lambda_{\text{д}}^2 I_{\text{c}}}{2I_{\text{д}}}=2,06;\quad b_{22}^{\text{д}}=\lambda_{\text{д}}\frac{I_{\text{c}}}{I_{\text{д}}}=0,7;$$

$$M''_2=\frac{2,28+2,06}{0,35+0,7}=-\frac{4,34}{1,05}=-4,13\ \text{тм};$$

$$Q''_2=+\frac{4,13}{0,7}+\frac{3,0\cdot 0,7}{2}=5,9+1,05=6,95\ \text{т}.$$



Фиг. 302. Эпюры изгибающих моментов в днище и в стенке, кольцевых сил в стенке и давления на грунт по первому случаю загружения:

а—эпюра изгибающих моментов в днище; б—эпюра давления на грунт; в—эпюра меридиональных изгибающих моментов в стенке; г—эпюра кольцевых сил в стенке.

Для днища получим:

$$M_r^{\text{д}}=-4,13\eta_1+(-4,13+6,07\cdot 0,965)\,\eta_2=-4,13\eta_1+1,73\eta_2;$$

$$M_t^{\text{д}}=\frac{-0,48}{r_0-r}[-4,13\eta_4+(-4,13+6,07\cdot 0,965)\,\eta_3]=$$

$$=-\frac{1}{r_0-r}(-2,00\eta_4+0,83\eta_3);$$

$$\sigma''_{\text{гр}}=-\frac{2}{0,965^2}(-4,13u_2-(-4,13+5,86)\,\eta_1+$$

$$+0,52+4,7=5,22+8,90\eta_2+3,74\eta_1.$$

Соответственно для стенки:

$$M''=-4,13\eta_1+(-4,13+6,95\cdot 0,7)\,\eta_2=-4,13\eta_1+0,73\eta_2;$$

$$T''_2=-\left(3-\frac{2,4x}{5,08}\right)4,74-\frac{2\cdot 4,74}{0,7^2}[-4,13\eta_2-0,73\eta_1]=$$

$$=-14,22+2,24x+80\eta_2+14,22\eta_1.$$

Эпюры изгибающих моментов, кольцевых сил и давления на грунт по второму случаю загружения даны на фигуре 303.

Третий случай загружения.

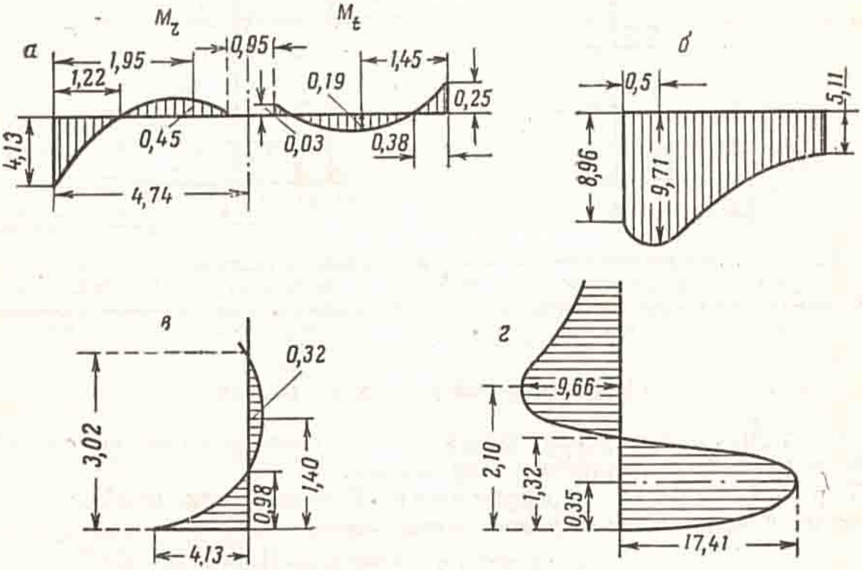
$$P_c''' = \frac{1,55-45,7}{29,8} + 2,38 = 3,68 + 2,38 = 6,06 \text{ т};$$

$$c_{20}^{co} = b_{20}^{co} = 2,28 - 1,76 = +0,52; \quad c_{22}^{co} = 0,35;$$

$$c_{20}^{д} = 6,06\,\frac{0,965^2}{2}\cdot\frac{0,18^3}{0,20^3} = 2,05; \; c_{22}^{д} = 0,70;$$

$$M_2''' = -\frac{2,05+0,52}{1,05} = -2,45 \text{ тм};$$

$$Q_2''' = +\frac{2,45}{0,7} + \frac{3\cdot 0,7}{2} - \frac{4,7\cdot 0,7}{2} = 2,90 \text{ т}.$$



Фиг. 303. Эпюры изгибающих моментов в днище и в стенке, кольцевых сил в стенке и давления на грунт по второму случаю загружения:

а—эпюра изгибающих моментов в днище; *б*—эпюра давления на грунт; *в*—эпюра меридиональных изгибающих моментов в стенке; *г*—эпюра кольцевых сил в стенке.

Усилия в днище:

$$M_r^{д} = -2,45\eta_1 + (-2,45 + 6,06\cdot 0,965)\,\eta_2 = -2,45\eta_1 + 3,40\eta_2;$$

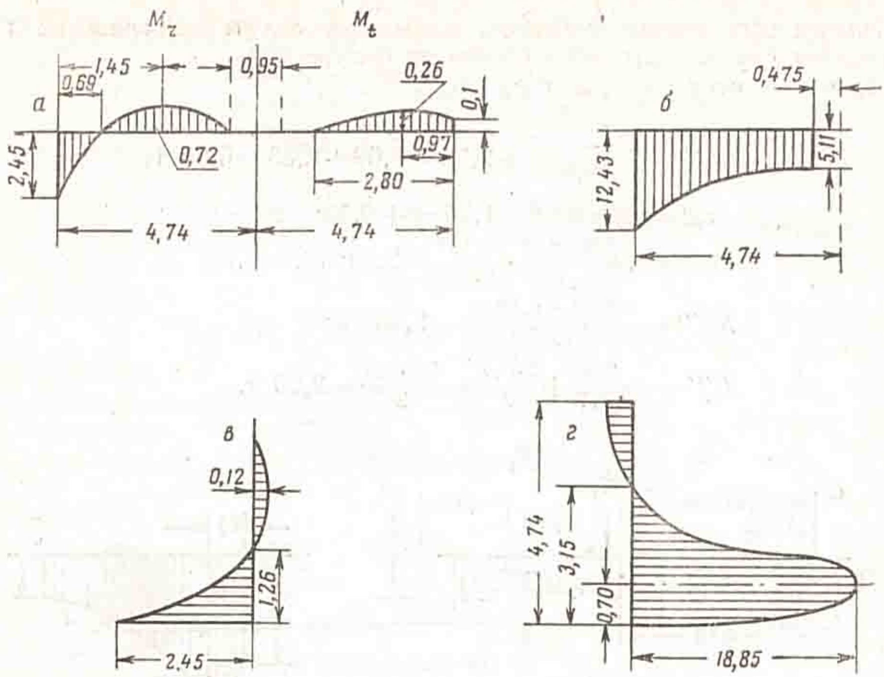
$$M_t^{д} = \frac{0,48}{r_0 - r}(-2,45\eta_4 + 3,40\eta_3) = \frac{1}{r_0 - r}(-1,18\eta_4 + 1,64\eta_3);$$

$$\sigma_{гр}''' = -\frac{1}{0,465}[-2,45\eta_2 - (-2,45 + 5,85)\,\eta_1] +$$
$$+ 0,52 + 4,70 = 5,22 + 5,27\eta_2 + 7,21\eta_1.$$

Усилия в стенке:

$$M_2''' = -2,45\eta_1 + (-2,45 + 2,90\cdot 0,7)\,\eta_2 = -2,45\eta_1 - 0,42\eta_2;$$
$$T_2 = 8,04 - 2,5x + 47,4\eta_2 - 8,04\eta_1.$$

Эпюры изгибающих моментов, кольцевых сил и давления на грунт приведены на фигуре 304.



Фиг. 304. Эпюры изгибающих моментов в днище и в стенке, кольцевых сил в стенке и давления на грунт по третьему случаю загружения:

а—эпюра изгибающих моментов в днище; *б*—эпюра давления на грунт; *в*—эпюра меридиональных изгибающих моментов в стенке; *г*—эпюра кольцевых сил в стенке.

е) Влияние сейсмического толчка

Рассмотрим, какие усилия возникают в стенке резервуара при сейсмическом толчке горизонтального направления.

Первый случай загружения. Возьмем как наиболее опасное сечение на глубине $0{,}8H_р$. В этой точке имеем:

$$g = 4{,}70 \cdot 0{,}8 = 3{,}76 \text{ т/м}^2.$$

Кольцевой изгибающий момент в этом сечении:

$$M_т = +0{,}1 \cdot 0{,}155 \cdot gr^2 = +0{,}1 \cdot 0{,}155 \cdot 3{,}76 \cdot 4{,}74^2 = +1{,}31 \text{ тм}.$$

В других сечениях кольцевой изгибающий момент принимается пропорциональным давлению воды.

Нормальная растягивающая сила от сил инерции: $N_т = 0{,}1 \cdot gr = 0{,}376 \cdot 4{,}74 = 1{,}78$ т (в сечении под углом 90° к сечению с $M_т$, т. е. в радиальном направлении).

В этой точке $M_з = 0{,}1 \cdot 0{,}115 \cdot gr^2 = 0{,}115 \cdot 0{,}376 \cdot 22{,}46 = 0{,}97$ тм.

Таким образом, наибольшее суммарное растягивающее усилие в сечении стенки по первому случаю загружения:

$$N_{макс} = 18{,}85 + 1{,}78 = 20{,}63 \text{ т}.$$

Момент в этом сечении $M_з = -0{,}97$ тм.

Второй случай загружения. В сечении с наибольшим кольцевым изгибающим моментом имеет место давление земли:

$$g_з = 2{,}52 \text{ т/м}^2.$$

Кольцевой изгибающий момент в стенке:

$$M_т = -0{,}1 \cdot 2{,}52 \cdot 0{,}155 \cdot 22{,}46 = -0{,}88 \text{ тм}.$$

Кольцевая сжимающая сила — максимум сейсмических усилий:

$$N_т = -0,252 \cdot 4,74 = -1,20 \text{ т};$$
$$M_з = 0,115 \cdot 0,252 \cdot 22,46 = 0,65 \text{ тм}.$$

Третий случай загружения. Наибольший кольцевой изгибающий момент:

$$M_т = 0,1 \cdot 3,76 \cdot 0,155 \cdot 22,46 - 0,1 \cdot 2,52 \cdot 0,094 \cdot 22,46 = 0,78 \text{ тм}.$$

Наибольшее растягивающее усилие во время землетрясения по третьему случаю загружения:

$$N_{макс} = 18,85 + 1,20 = 20,05 \text{ т}.$$

Влияние вертикального сейсмического толчка. Первый случай загружения. Увеличение момента и давления на колонну в верхнем узле основной системы *I*:

$$\Delta g_п = 0,1 g_п = 0,055 \text{ т/м}^2;$$
$$\Delta M' = \frac{-0,1 a_{10}^{п}}{a_{11}^{п} + a_{11}^{со}} = \frac{-0,109}{1,87} = -0,06 \text{ тм};$$
$$\Delta p'_к = 2,34 - 12 \cdot 2 \cdot 0,06 = -2,34 - 0,73 = 1,61 \text{ т/м}^2;$$
$$\Delta P'_к = 0,785 \cdot 0,95^2 \cdot 1,61 = 1,14 \text{ т}.$$

Соответственно в основной системе *Iб*:

$$\Delta M'_1 = 0,092 \cdot p'_к = 0,148 \text{ тм};$$
$$\Delta Q'_1 = \frac{2 \cdot 0,148}{0,965} = 0,31 \text{ т}.$$

Увеличение давления на грунт под колонной:

$$\Delta \sigma'_{гр} = \Delta p'_к - \frac{4 \Delta Q}{a_к} = 1,61 - 1,30 = 0,31 \text{ т/м}.$$

В основной системе *II* получим $\Delta P'_с = 0,09$ т/м².

$$\Delta M'_2 = -\frac{\Delta a_{20}^{д}}{a_{22}^{д} + a_{22}^{со}} = -\frac{0,09 \cdot 0,352}{1,05} = -0,03 \text{ тм};$$
$$\Delta Q'_2 = -\frac{\Delta M'_2}{\lambda_с} = +\frac{0,03}{0,7} = 0,04 \text{ т}.$$

Второй случай загружения. В основной системе *Iа* $\Delta g''_п = 0,22$ т/м²;

$$\Delta M''_1 = -\frac{0,1 \cdot b_{10}^{п}}{b_{11}^{п} + b_{11}^{со}} = -\frac{0,436}{1,87} = -0,233 \text{ тм};$$
$$\Delta Q''_1 = -\frac{\Delta M''_1}{\lambda_с} = \frac{0,233}{0,7} = 0,33 \text{ т};$$
$$\Delta p''_к = 9,36 - 2,92 = 6,44 \text{ т/м}^2.$$

Дополнительная нагрузка на колонну:

$$\Delta P''_к = 0,785 \cdot 0,95^2 \cdot 6,44 = 4,53 \text{ т}.$$

В основной системе *Iб* усилия увеличатся на:

$$\Delta M''_1 = 0,092 \cdot \Delta P''_к = 0,59 \text{ тм};$$
$$\Delta Q''_1 = 0,191 \cdot \Delta p''_к = 1,23 \text{ т};$$
$$\Delta \sigma'' = \Delta p''_к - \frac{4 \Delta Q''}{a_к} = 6,44 - 5,28 = 1,16 \text{ т/м}^2.$$

В основной системе II:

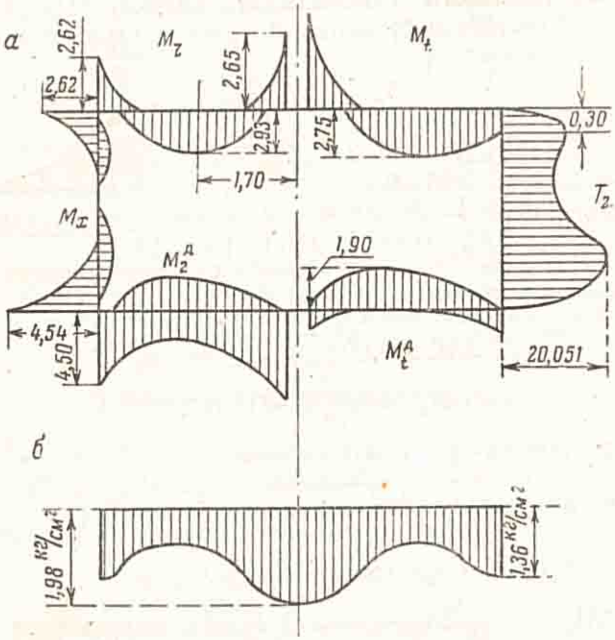
$$\Delta P''_c = 0{,}37 \text{ т/м}; \; \Delta b''_{10} = \Delta p''_c \frac{\lambda_л^2 I_c}{2I_д} = 0{,}206;$$

$$\Delta M''_2 = \frac{0{,}206}{1{,}05} = 0{,}196 \text{ тм};$$

$$\Delta Q''_2 = \frac{0{,}196}{0{,}7} = 0{,}266 \text{ т}.$$

По третьему случаю загружения будут такие же увеличения усилий.

Полученные значения позволяют построить огибающие эпюры усилий (см. фиг. 305).



Фиг. 305. Расчетные усилия в резервуаре:
а — огибающие эпюры усилий в покрытии, в днище и в стенке резервуара; *б* — огибающая эпюра давления на грунт.

6. РАСЧЕТ ПОДЗЕМНОГО РЕЗЕРВУАРА С КАМЕННОЙ СТЕНКОЙ, УСИЛЕННОЙ БЕЗОПАЛУБОЧНЫМ ЖЕЛЕЗОБЕТОНОМ

а) Конструкция и материал резервуара

Резервуар проектируем круглым в плане. Конструкция стен представляет собой кирпичную кладку, в которую забетонировано несколько железобетонных колец, обеспечивающих прочность стенок при заполненном, но не засыпанном резервуаре. Такая конструкция дает возможность применить стенку толщиной $2 - 2^1/_2$ кирпича. Возведение кирпичной усиленной стенки значительно проще, чем железобетонной, так как не требует опалубки. Чтобы резервуар был пригодным для грунтов, содержащих грунтовые воды, днище и перекрытие проектируем железобетонными безбалочного типа. Стенку и колонны принимаем из кирпича марки 100 на цементном растворе марки 50, железобетонные кольца в стенке, днище и перекрытие из бетона марки 140, арматуру из стали марки Ст. 3 холодносплющенную периодического профиля. Внутренние поверхности стенки и днища, а также колонны штукатурятся цементным раствором состава 1 : 2 с добавкой церезита (около

5% от веса цемента) с последующим железнением. Оштукатуривание может быть заменено торкретированием. Наружная поверхность стенки до уровня грунтовых вод штукатурится таким же раствором с последующим железнением, а выше этого уровня покрывается гудроном. Стенка может выполняться также из любого местного постелистого камня, который по строительным свойствам должен быть не хуже кирпича. Нижняя поверхность перекрытия покрывается цементной штукатуркой состава 1 : 2. Верхняя поверхность перекрытия и лаза покрываются гудроном. Расчет резервуара производим на вес слоя грунта над резервуаром толщиной 1 м. При уменьшении высоты засыпки над резервуаром должно соблюдаться условие, чтобы гидростатическое давление грунтовых вод на единицу площади днища не превышало веса днища, подготовки, колонны, перекрытия и засыпки на перекрытии (на единицу площади основания резервуара). Заглубление резервуара определяется из условия, чтобы объем выемки равнялся объему насыпи. Резервуар имеет приямок, в сторону которого днищу придается уклон $i = 1\%$. Вентиляция резервуара осуществляется с помощью трех труб, устанавливаемых на перекрытие. Спуск в резервуар производится через лаз по металлической стремянке. Проектируемый резервуар предназначается для воды, но может также применяться и для темных нефтепродуктов; в последнем случае должно быть произведено соответствующее изменение в оборудовании.

б) Геометрические размеры резервуара

Заданная емкость резервуара $V = 600$ м³. Принятые геометрические размеры резервуара следующие (фиг. 306).

$D_1 = 13{,}00$ м	$H_1 = 4{,}43$ м	$h_6 = 0{,}07$ м
$D_2 = 12{,}10$ »	$H_2 = 4{,}80$ »	$h_7 = 0{,}22$ »
$c = 1{,}03$ »	$H_3 = 4{,}29$ »	
$b = 0{,}64$ »	$H_в = 4{,}58$ »	
$a = 1{,}50$ »	$h_4 = 0{,}22$ »	
	$h_5 = 0{,}15$ »	

В соответствии с принятыми размерами проверяем емкость резервуара:

$$V = \frac{\pi D_1^2}{4} H_1 + \frac{\pi h_5}{12} (D_1^2 + D_2^2 + D_1 D_2) - 4c^2 h_6 - 4\frac{h_7}{3}(a^2 + b^2 + \sqrt{a^2 + b^2}) -$$

$$- 4b^2 H_3 = \frac{3{,}14 \cdot 13{,}0^2}{4} 4{,}43 + \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15}{12}(13{,}0^2 + 12{,}10^2 + 13{,}0 \cdot 12{,}10) -$$

$$- 4 \cdot 1{,}5^2 \cdot 0{,}07 - 4\frac{0{,}22}{3}(1{,}03^2 + 0{,}64^2 + \sqrt{1{,}5^2 + 1{,}03^2}) - 4 \cdot 0{,}64^2 \cdot 4{,}29 = 599{,}76 \text{ м}^3,$$

или округленно $V = 600$ м³.

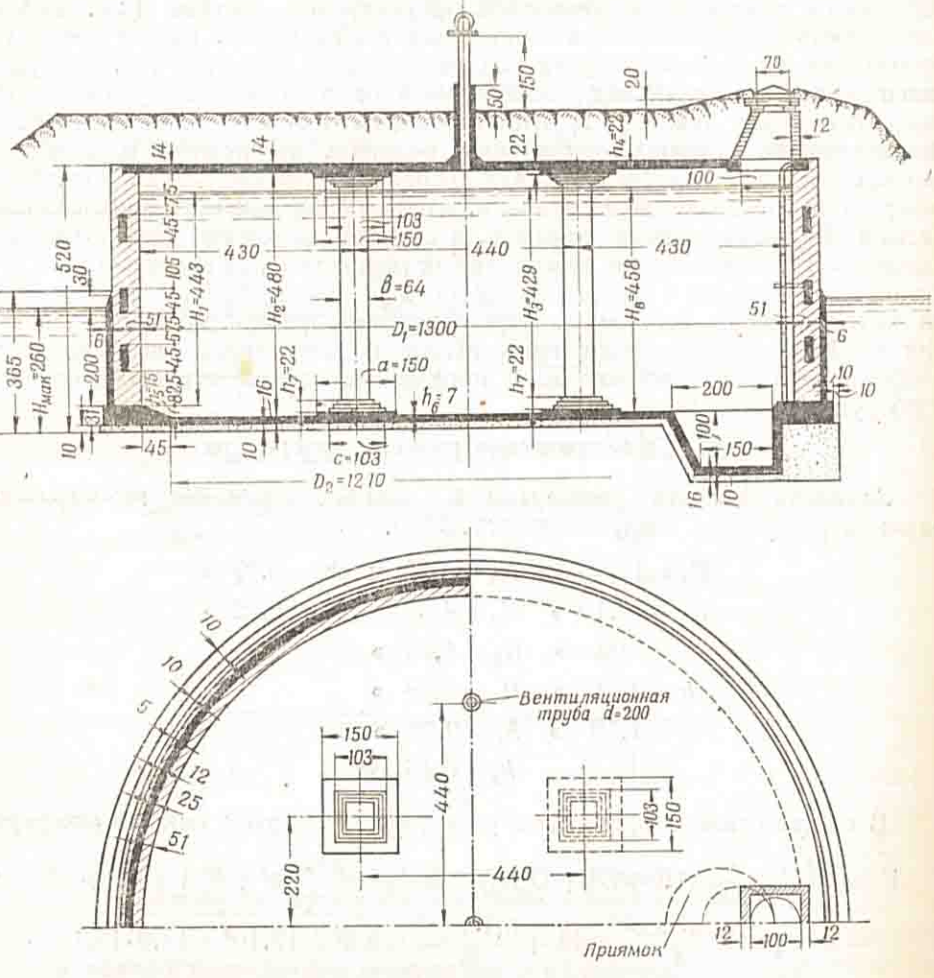
в) Характеристика принятых грунтов, действующие силы и нагрузки

Объемный вес грунта $\gamma_г = 1\,600$ кг/м³.
Угол естественного откоса $\varphi = 30°$.
Допускаемое давление на грунт $[\sigma_{гр}] = 1{,}5$ кг/см².
Коэффициент постели грунта $k_г = 5$ кг/см³.
Уровень грунтовых вод находится на высоте 2,6 м от низа подготовки.
При расчете перекрытия в качестве действующих нагрузок принимаем:
1) вес конструкции перекрытия,
2) вес утепляющего грунта слоем 1 м,
3) вес снегового покрова 0,1 т/м² (в соответствии с ОСТ 90058—40 § 4 для 3-го климатического района). Проезд какого-либо транспорта по резервуару не допускается.

При расчете стенки нагрузками на нее являются: давление воды (изнутри), давление грунта (снаружи) и давление от перекрытия. Нагрузками для днища являются давление грунтовых вод и реактивное давление грунта.

Нагрузка на покрытие. Вес засыпки:

$$g_з = \gamma_г h_2 = 1{,}6 \cdot 1{,}0 = 1{,}6 \text{ т/м}^2.$$



Фиг. 306. Конструктивная схема резервуара с каменной стенкой, усиленной безопалубочным железобетоном. Объем резервуара 600 $м^3$ (к примеру 6).

Собственный вес плиты:

$$g_п = \delta_п \gamma_б = 0{,}13 \cdot 2{,}4 = 0{,}336 \text{ т/м}^2.$$

Полная нагрузка

$$g = g_з + g_п + p_с = 1{,}6 + 0{,}336 + 0{,}1 = 2{,}036 \approx 2 \text{ т/м}^2.$$

г) Расчет покрытия

Покрытие резервуара плоское, безбалочного типа. Расчет производим в соответствии с инструкцией ЦНИПС по расчету и проектированию безбалочных перекрытий. Схемы и размеры конструкций покрытия показаны на общей схеме резервуара (фиг. 306). При принятом количестве колонн (4 колонны) получается перекрытие с квадратными панелями пролетом 4,33 м. Капители и колонны кирпичные. Размеры капители и надкапительной плиты см. на фигуре 307.

Определение изгибающих моментов в плите. Сопряжение покрытия и колонны проектируем таким образом, чтобы момент на колонну не передавался; для этого между капителью и колонной прокладывается толевая прокладка.

Расчетные пролеты плиты (см. фиг. 306 и 307).

Крайние пролеты:

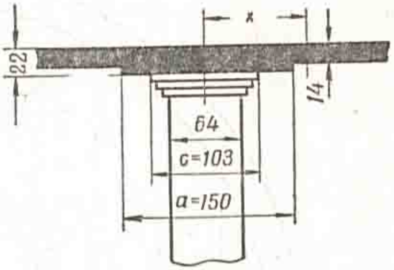
$$l_1 = l_0 - \frac{c}{3} + \frac{0,24}{3} = 4,30 - \frac{1,03}{3} + 0,08 = 4,05 \text{м}.$$

Средние пролеты:

$$l_2 = l - \frac{2}{3}c = 4,40 - \frac{2}{3}\,1,03 \approx 3,70 \text{ м}.$$

Разностью осадок стен и колонн пренебрегаем. Для расчета вырезаем полосу шириной, равной расстоянию между осями пролетов, т. е. 4,35 м.

Ввиду того что пролеты незначительно отличаются по величине и момент на колонны не передается, покрытие рассчитываем как неразрезную балку с равными пролетами $l_p = 4,05$ м.



Фиг. 307. Схема капители колонны резервуара.

$$p = g\,\frac{l_c + l_0}{2} = 2 \cdot 4,35 = 8,70 \text{ т/пог. м}.$$

Изгибающие моменты определяем по таблицам.

Пролетные моменты:

крайние пролеты

$$M_к = 0,08\, pl_p^2 = 0,08 \cdot 8,70 \cdot 4,05^2 = 11,32 \text{ тм};$$

средний пролет

$$M_c = 0,025 pl_p^2 = 0,025 \cdot 8,70 \cdot 4,05^2 = 3,55 \text{ тм}.$$

Опорные моменты:

$$M_o = -0,10 pl_p^2 = -0,10 \cdot 8,70 \cdot 4,05^2 = -14,2 \text{ мт}.$$

Полученные величины моментов распределяем на пролетную и надколонную полосы (см. фиг. 308) согласно инструкции ЦНИПС.

1) Средние панели.

Опорные моменты:

надколонная полоса

$$M_1 = -14,2 \cdot 0,75 = -10,65 \text{ тм};$$

пролетная полоса

$$M_2 = -14,2 \cdot 0,25 = -3,55 \text{ тм}.$$

Моменты в средних пролетах:

надколонная полоса

$$M_3 = 3,55 \cdot 0,55 = 1,96 \text{ тм};$$

пролетная полоса

$$M_4 = 3,55 \cdot 0,45 = 1,59 \text{ тм}.$$

Моменты в крайних пролетах:

надколонная полоса

$$M_5 = 11,32 \cdot 0,5 = 5,66 \text{ тм};$$

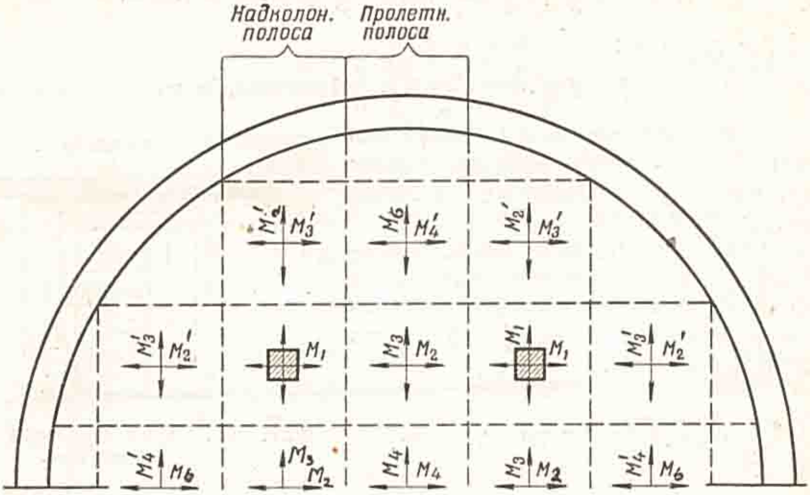
пролетная полоса

$$M_6 = 11,32 \cdot 0,5 = 5,66 \text{ тм}.$$

2) Моменты в пристенных панелях:

$$M_2' = 0{,}8M_2 = -0{,}8 \cdot 3{,}55 = -2{,}84 \text{ тм};$$
$$M_4' = 0{,}8M_4 = 0{,}8 \cdot 1{,}59 = 1{,}27 \text{ тм}.$$

При подборе сечения арматуры вышеуказанная инструкция ЦНИПС рекомендует уменьшать вычисленные значения изгибающих моментов на 30%.



Фиг. 308. Схема распределения изгибающих моментов в безбалочном покрытии резервуара.

Наибольший момент в пролете на 1 м ширины плиты:

$$M_6 = \frac{5{,}66 \cdot 2}{4{,}4} = 2{,}58 \text{ тм}.$$

Толщину плиты подбираем по таблице 16 из $\frac{\text{И—123—49*}}{\text{МСПТИ}}$ при $\mu = 0{,}8\%$:

$$h_0 = 0{,}202\sqrt{\frac{0{,}7kM_6}{b}} = 0{,}202\sqrt{\frac{0{,}7 \cdot 1{,}8 \cdot 2\,580}{1{,}0}} = 11{,}5 \text{ см}.$$

Так как арматура перекрестная, то мы защитный слой для одного направления принимаем 2 см, а для другого 3 см (до осей арматур). Толщина плиты в пролете $h_п = 11{,}5 + 2{,}5 = 14$ см. На опоре: $h_п = 22$ см; $h_0 = 19{,}5$ см. Определение сечения арматуры сведено в таблицу 24.

д) Проверка плиты покрытия на продавливание

Напряжение на скалывание определяем по формуле:

$$\tau = \frac{q\,(l^2 - 4x^2)}{8x \cdot 0{,}9h_0},$$

где x — расстояние от центра колонны до расматриваемого сечения. Сечение при $x = 0{,}75$ м: $h_п = 0{,}14$ м; $h_0 = 0{,}115$ м;

$$\tau = \frac{2{,}0\,(4{,}4^2 - 4 \cdot 0{,}75^2)}{8 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}115} = 27{,}5 \text{ т/м}^2 = 2{,}75 \text{ кг/см}^2 < 5{,}3 \text{ кг/см}^2.$$

---

* Инструкция по расчету сечений элементов железобетонных конструкций $\frac{\text{И—123—49}}{\text{МСПТИ}}$. Государственное издательство по строительству и архитектуре, 1953.

Таблица 24

Таблица подбора сечений безбалочного покрытия

Панели	Сечение	Моменты на расчетную полосу (кгм)		Моменты на 1 м полосы (кгм)		Толщина плиты (см)		$A=\frac{0,7\kappa M}{bh_0^2}$	μ%	Расчетная площадь арматуры (см²)	Принято арматуры (см²)
		надколонная полоса	пролетная полоса	надколонная полоса	пролетная полоса	$h_п$	h_0				
Средние	Опоры . .	$M_1=-10650$		$M_1=-4\,850$		22	19,5	16,40	0,50	9,75	12 ⌀'* 10=9,38
			$M_2=-3\,550$		$M_2=-1\,610$	14	11,5	15,30	0,47	5,41	7 ⌀' 10=5,48
	Средние пролеты	$M_3=1\,960$		$M_3=890$		14	11,5	8,48	0,25	2,88	8 ⌀' 7=3,08
			$M_4=1\,590$		$M_4=724$	14	11,5	6,9	0,20	2,30	7 ⌀' 7=2,67
	Крайние пролеты	$M_5=5\,660$		$M_5=2\,580$		14	11,5	24,5	0,77	8,85	11 ⌀' 10=8,61
			$M_6=5\,660$		$M_6=2\,580$	14	11,5	24,5	0,77	8,85	11 ⌀' 10=8,61
Пристенные	Опора . .		$M'_2=-2\,840$		$M'_2=-1\,290$	14	11,5	12,3	0,37	4,28	12 ⌀' 7=4,62
	Средний пролет		$M'_4=1\,270$		$M'_4=578$	14	11,5	5,5	0,16	1,84	6 ⌀' 7=2,30

* Здесь и в дальнейшем тексте диаметр арматуры периодического профиля условно обозначен знаком ⌀'.

Сечение при $x = 0,5$ м: $h_п = 0,22$ м; $h_0 = 0,195$ м;

$$\tau = \frac{2,0\,(4,4^2 - 4\cdot 0,5^2)}{8\cdot 0,5\cdot 0,9\cdot 0,195} = 52,4 \text{ т/м}^2 = 5,24 \text{ кг/см}^2 < 5,3 \text{ кг/см}^2.$$

Проверяем сечение при $x = 0,32$ м (без учета работы кирпичной кладки).
1) Без учета капители:

$$h = 0,22 \text{ м}; \; h_0 = 0,195 \text{ м};$$

$$\tau = \frac{2\,(4,4^2 - 4\cdot 0,32^2)}{8\cdot 0,32\cdot 0,9\cdot 0,195} = 85 \text{ т/м}^2 = 8,5 \text{ кг/см}^2.$$

2) Если учесть работу капители: $h = 0,42$ м;

$$\tau = \frac{2\,(4,4^2 - 4\cdot 0,32^2)}{8\cdot 0,32\cdot 0,9\cdot 0,395\cdot 10} = 4,18 \text{ кг/см}^2,$$

е) Расчет колонны

Колонна рассчитывается на одновременное загружение примыкающих панелей.

Высота колонны $H_к = 4,80 - 2\cdot 0,2 = 4,40$ м.
Сечение колонны $F_к = 0,64^2 = 0,41$ м².
Нагрузка на колонну

$$P = gl^2 + F_к H_к \gamma_к = 2,0\cdot 4,05^2 + 0,41\cdot 4,4\cdot 1,8 = 42,8 \text{ т}.$$

Коэффициент защемления колонны принимаем $\varepsilon = 1$:

$$\frac{H_к}{b_к} = \frac{4,40}{0,64} = 6,88.$$

Упругая характеристика кладки $\alpha = 1\,000$; $\varphi = 0,95$.
Напряжение в колонне

$$\sigma_к = \frac{P}{\varphi F_к} = \frac{42\,800}{0,95\cdot 4\,100} = 11 \text{ кг/см}^2.$$

ж) Расчет стенки

Расчет стенки производим для двух случаев загружения:
1) резервуар заполнен, но не засыпан;
2) резервуар засыпан, но опорожнен.

Конструкция стенки. Внизу стенка жестко связана с днищем, вверху на стенку свободно опирается перекрытие (фиг. 309).

Предварительно толщину стенки определяем по формуле:

$$\delta_c = \left(\frac{0,65\gamma H_в r}{R_{кр}}\right)\left(\frac{k_т - \frac{200k}{\sigma_т}}{1 - p + pm}\right) = \left(\frac{0,65\cdot 1,0\cdot 4,58\cdot 6,76}{40}\right) \times$$
$$\times\left(\frac{1,4 - \frac{200\cdot 1,8}{3\,500}}{1 - 0,1 + 0,1\cdot 3,38}\right) = 0,516 \text{ м}.$$

Здесь $\gamma = 1,0$ — объемный вес воды;
$H_в = 4,58$ м — высота слоя воды в резервуаре,
$r = 6,76$ — радиус резервуара до оси стенки,
$k_т = 1,4$ — коэффициент запаса против появления трещин;
200 кг/см² — напряжение в арматуре в момент появления трещин;
$k = 1,8$ — коэффициент запаса прочности в арматуре;

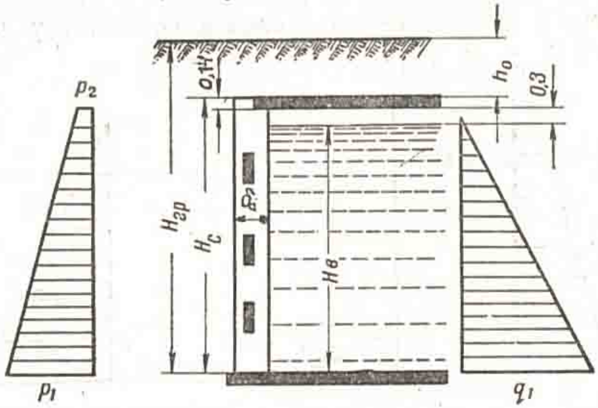
$\sigma_т = 3\,500$ кг/см^2 — предел текучести арматуры;

$\rho = \frac{F_б}{F_к}$ — содержание железобетона в кирпичной кладке;

$$m = \frac{R_б}{R_к};$$

$R_{бр} = 13{,}5$ кг/см^2 — предел прочности бетона на растяжение;
$R_{кр} = 4{,}0$ кг/см^2 — предел прочности на растяжение кирпичной кладки.

Принимаем $\delta_c = 0{,}51$ м (2 кирпича).



Фиг. 309. Схема нагрузок на стенку резервуара.

Давление воды в основании стенки $q = 4{,}58$ т/м^2. Давление грунта у нижнего края стенки:

$$p_1 = \gamma_г H_{гр} \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = 1{,}6 \cdot 5{,}94 \operatorname{tg}^2 30^\circ = 3{,}16 \text{ т/м}^2.$$

$H_{гр}$ — высота от низа стенки до поверхности земли (фиг. 309).
Давление грунта у верхнего края стенки:

$$p_2 = \gamma_г h_з \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = 1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}333 = 0{,}53 \text{ т/м}^2.$$

Характеристика жесткости стенки:

$$\lambda_c = 0{,}76 \sqrt{\delta_c r} \sqrt{\frac{1}{1 - \rho + \rho m}} = 0{,}76 \sqrt{0{,}51 \cdot 6{,}76} \sqrt{\frac{1}{1 - 0{,}1 + 0{,}1 \cdot 3{,}38}} =$$

$$= 0{,}76 \cdot 1{,}86 \cdot 0{,}95 = 1{,}34 \text{ м}; \quad \frac{H_c}{\lambda_c} = \frac{4{,}94}{1{,}34} = 3{,}74 > 3.$$

Следовательно, стенку следует рассчитать как длинную балку на упругом основании.

Определение нижних краевых усилий в стенке. Расчет нижнего узла производим при отсутствии грунтовых вод для указанных выше случаев загружения.

Днище считаем нерастяжимым и, следовательно, деформациями узла будут поворот и смещение по вертикали (расчетную схему см. фиг. 310).

Деформации шарнирно опертого нижнего края стенки:

поворот от $M = 1$ $a_{11}^{со} = \frac{\lambda_c}{2} = \frac{1{,}34}{2} = 0{,}67;$

поворот от давления грунта (фиг. 227,*б*):

$$a_{1p}^{со} = \frac{\lambda_c^4}{4H_c}(p_2 - p_1) + p_1 \frac{\lambda_c^3}{4} = \frac{1{,}34^4}{4 \cdot 4{,}94}(0{,}53 - 3{,}16) + 3{,}16 \frac{1{,}34^3}{4} = 1{,}42;$$

поворот от давления воды:

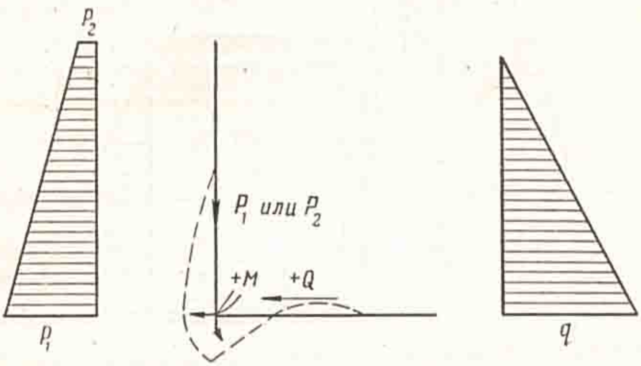
$$a_{1q}^{\text{co}} = q\frac{\lambda_{\text{c}}^4}{4H_{\text{c}}}\left(1 - \frac{H_{\text{c}}}{\lambda_{\text{c}}}\right) = -1{,}98.$$

Вертикальная сила, передающаяся через стенку на узел:

в первом случае загружения – вес стенки и соответствующей части перекрытия без нагрузки

$$P_1 = 0{,}51 \cdot 4{,}94 \cdot 1{,}80 + 0{,}14 \cdot 2{,}40\frac{4{,}30}{2} = 4{,}55 + 0{,}75 = 5{,}30 \text{ т};$$

во втором случае загружения – вес стенки и соответствующей части пере-



Фиг. 310. Основная система нижнего узла стенки.

крытия с нагрузкой

$$P_2 = 0{,}51 \cdot 4{,}94 \cdot 1{,}80 + 2{,}0\,\frac{4{,}30}{2} + 1{,}0 \cdot 0{,}51 \cdot 1{,}60 = 4{,}55 + 4{,}35 + 0{,}82 = 9{,}67 \text{ т}.$$

Момент инерции сечения стенки:

$$I_{\text{c}} = \frac{b\delta_{\text{c}}^3}{12} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}51^3}{12} = 0{,}011 = 11 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Модуль упругости кирпичной кладки стенки

$$E_{\text{к}} = 0{,}8\alpha R_{\text{к}} = 0{,}8 \cdot 1\,000 \cdot 36 = 28\,800 \text{ кг/см}^2,$$

где $\alpha = 1\,000$ – упругая характеристика кладки;

$R_{\text{к}} = 36$ кг/см² – предел прочности кладки на сжатие.

Днище рассматриваем как балку на упругом основании, нагруженную на конце сосредоточенной силой P.

Момент инерции сечения днища:

$$I_{\text{д}} = \frac{b\delta_{\text{д}}^3}{12} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}16^3}{12} = 0{,}34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Характеристика жесткости днища:

$$\lambda_{\text{д}} = \sqrt[4]{\frac{4E_{\text{б}}I_{\text{д}}}{bk_{\text{г}}}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 14 \cdot 10^5 \cdot 34 \cdot 10^{-5}}{1{,}0 \cdot 5\,000}} = \sqrt[4]{\frac{1\,900}{5\,000}} = 0{,}785 \text{ м},$$

где $E_{\text{б}} = 14 \cdot 10^5$ т/м² – модуль упругости бетона;

$k_{\text{г}} = 5\,000$ т/м³ – коэффициент постели грунта.

Отношение жесткостей стенки и днища

$$\xi = \frac{E_{\text{к}}I_{\text{c}}}{E_{\text{б}}I_{\text{д}}} = \frac{288 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^{-3}}{14 \cdot 10^5 \cdot 34 \cdot 10^{-5}} = 6{,}7;$$

$$\frac{l_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} = \frac{3{,}55}{0{,}785} = 4{,}53 > 3{,}0 \text{ (фиг. 311)}.$$

Днище можно рассматривать как длинную балку на упругом основании. Деформации свободного края днища:

$$\text{поворот от } M=1 \ a_{11}^{д}=\lambda_д=0{,}785;$$

$$\text{поворот от } P=1 \ a_{1p}^{д}=\frac{\lambda_д^2}{2}=\frac{0{,}785^2}{2}=0{,}31.$$

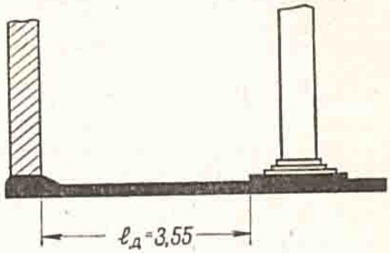
Момент и поперечная сила в основании стенки определяются из уравнений:

в первом случае загружения

$$M_I=-\frac{a_{1q}^{co}+P_1a_{1p}^{д}\xi}{a_{11}^{co}+a_{11}^{д}\xi}=-\frac{-1{,}98+5{,}3\cdot0{,}31\cdot6{,}7}{0{,}67+0{,}785\cdot6{,}7}=$$

$$=-1{,}52 \text{ тм};$$

$$Q_I=\frac{q\lambda_c}{2}-\frac{M_I}{\lambda_c}=\frac{4{,}5\cdot1{,}34}{2}+\frac{1{,}52}{1{,}34}=1{,}87 \text{ т};$$



Фиг. 311. Расчетный крайний пролет днища резервуара.

во втором случае загружения

$$M_{II}=-\frac{a_{1p}^{co}+P_2a_{1p}^{д}\xi}{a_{11}^{co}+a_{11}^{д}\xi}=-\frac{1{,}42+9{,}67\cdot0{,}31\cdot6{,}7}{0{,}67+0{,}785\cdot6{,}7}=-3{,}60 \text{ тм};$$

$$Q_{II}=\frac{p_1\lambda_c}{2}-\frac{M_{II}}{\lambda_c}=\frac{3{,}16\cdot1{,}34}{2}+\frac{3{,}6}{1{,}34}=2{,}12+2{,}68=4{,}80 \text{ т}.$$

Для сравнения определяем моменты при жесткой заделке стенки:

первый случай загружения

$$M_з=\frac{\lambda_c^2}{2}\left(\frac{\lambda_c}{H_c}-1\right)q=\frac{1{,}34^2}{2}\left(\frac{1{,}34}{4{,}94}-1\right)4{,}5=-2{,}94 \text{ тм};$$

второй случай загружения

$$M_з=\frac{\lambda_c^2}{2}\left[\frac{\lambda_c}{H_c}(p_1-p_2)-p_1\right]=2{,}2 \text{ тм}.$$

Краевые значения M и Q для днища:

в первом случае загружения

$$M_д=M_I+P_1\frac{\delta_c}{2}=-1{,}52+5{,}3\frac{0{,}51}{2}=-0{,}17 \text{ тм};$$

$$Q_д=P_1=5{,}3 \text{ т};$$

во втором случае загружения

$$M_д=M_{II}+P_2\frac{\delta_c}{2}=-3{,}6+9{,}67\frac{0{,}51}{2}=-1{,}16 \text{ тм};$$

$$Q_д=P_2=9{,}67 \text{ т}.$$

Определение моментов и кольцевых усилий] в стенке. Уравнение меридиональных моментов:

$$M_x=M\eta_1+(M+Q\lambda_c)\eta_2.$$

Уравнение кольцевых усилий:

$$T_{2x}=T_{20}-\frac{2r}{\lambda_c^2}[M\eta_2-(M+Q\lambda_c)\eta_1].$$

В этих уравнениях:

M_x — момент в сечении x,

T_{2x} — кольцевое усилие в сечении x,

T_{20} — статически определяемое кольцевое усилие в сечении x от давления воды или грунта;

M и Q — краевые усилия (определены выше);

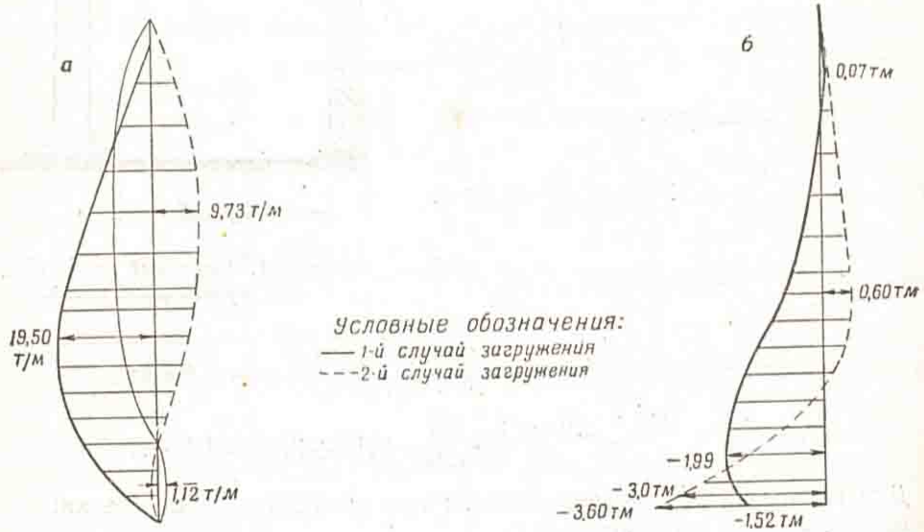
$\eta_1 = e^{-\varphi} \cos \varphi$;

$\eta_2 = e^{-\varphi} \sin \varphi$,

$\varphi = \frac{x}{\lambda_c}$ — отношение текущей ординаты к характеристике жесткости.

Знаки в уравнениях приняты согласно фигуре 310.

Нижние краевые усилия имеют значения:



Фиг. 312. Расчетные эпюры в стенке резервуара:
а—эпюра кольцевых усилий T_2; *б*—эпюра меридиональных изгибающих моментов M_x

в первом случае загружения

$$M = -1{,}52 \text{ тм}; \; Q = 1{,}87 \text{ т};$$

во втором случае загружения

$$M = -3{,}6 \text{ тм}; \; Q = 4{,}80 \text{ т}.$$

После подстановки краевых значений уравнения меридиональных моментов и кольцевых усилий примут вид:

в первом случае загружения

$$M_x = -1{,}52\eta_1 + (-1{,}52 - 1{,}87 \cdot 1{,}34)\,\eta_2 = -1{,}52\eta_1 - 4{,}02\eta_2;$$

$$T_{2x} = T_{20} - \frac{2 \cdot 6{,}76}{1{,}34^2}\left[-1{,}52\eta_2 - (-1{,}52 - 1{,}87 \cdot 1{,}34)\,\eta_1\right] = T_{20} + 11{,}4\eta_2 - 30{,}2\eta_1;$$

$$T_{20} = (H_в - x)\,r = (4{,}5 - x)\,6{,}76;$$

во втором случае загружения

$$M_x = -3{,}6\eta_1 + (-3{,}6 + 4{,}80 \cdot 1{,}34)\,\eta_2 = -3{,}6\eta_1 + 2{,}85\eta_2;$$

$$T_{2x} = T_{20} - \frac{2 \cdot 6{,}76}{1{,}34^2}\left[-3{,}6\eta_2 - (-3{,}6 + 4{,}8 \cdot 1{,}34)\,\eta_1\right] = T_{20} + 27{,}1\eta_2 + 21{,}4\eta_1;$$

$$T_{20} = -(H_{гр} - x)\,\mathrm{tg}^2\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)\gamma r = -(5{,}94 - x)\,3{,}6.$$

Вычисленные M и T_{2x} сведены в таблицы 25 и 26. Эпюры кольцевых усилий и меридиональных моментов в стенке показаны на фигуре 312.

Таблица 25

Кольцевые усилия и моменты в стенке
(первый случай загружения: резервуар наполнен, но не засыпан)

$$T_{2x} = T_{20} - 30{,}2\,\eta_1 + 11{,}4\eta_2;$$
$$T_{20} = (4{,}5 - x)\ 6{,}76;\ M_x = -1{,}52\eta_1 - 4{,}02\eta_2$$

φ	$x=\varphi\lambda_c=$ $=1{,}34\varphi$	η_1	η_2	Кольцевые усилия					Моменты		
				$4{,}5-x$	$(4{,}5-x)\times 6{,}76$	$-30{,}2\,\eta_1$	$11{,}4\,\eta_2$	T_{2x}	$-1{,}52\,\eta_1$	$-4{,}02\,\eta_2$	M_x
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	1,0	0	4,50	30,4	30,2	0	0,2≈0	−1,52	0	1,52
0,2	0,27	0,802	0,163	4,23	28,6	−24,2	1,86	6,26	−1,22	−0,65	−1,87
0,4	0,54	0,517	0,261	3,96	26,8	−18,6	2,98	11,18	−0,94	−1,05	−1,99
0,6	0,80	0,453	0,310	3,70	25,0	−13,6	3,54	14,94	−0,69	−1,25	−1,94
0,8	1,07	0,313	0,322	3,43	23,20	− 9,45	3,58	17,43	−0,48	−1,30	−1,78
1,0	1,34	0,199	0,310	3,16	21,40	− 6,00	3,54	18,94	−0,30	−1,25	−1,55
1,2	1,61	0,109	0,281	2,89	19,50	− 3,30	3,20	19,40	0,18	−1,13	−1,31
1,4	1,88	0,042	0,243	2,62	17,17	− 1,27	2,77	19,50	0,06	−0,98	−1,04
1,6	2,14	−0,006	0,202	2,36	16,00	0,18	2,30	18,48	0,010	−0,81	−0,80
1,8	2,32	−0,038	0,161	2,18	14,70	1,15	1,83	17,68	0,06	−0,55	−0,59
2,0	2,68	−0,056	0,123	1,82	12,30	1,69	1,40	15,39	0,09	−0,49	−0,40
2,3	3,08	−0,067	0,075	1,42	9,60	2,02	0,85	12,47	0,10	−0,30	−0,20
2,6	3,48	−0,054	0,038	1,02	6,80	1,93	0,43	9.16	0,010	−0,15	−0,14
2,9	3,88	−0,053	0,013	0,62	4,18	1,6	0,15	5,93	0,08	−0,05	0,03
3,2	4,28	−0,041	−0,0024	0,22	1,49	1,24	−0,03	2,66	0,06	0,01	0,07
3,7	4,94	−0,021	−0,0013	—	—	0,60	−0,15	− 0,09	0,03	0,04	0,07

Таблица 26

Кольцевые усилия и моменты в стенке (второй случай загружения: резервуар засыпан, но опорожнен)

$$T_{2x} = T_{20} + 21{,}4\eta_1 + 27{,}1\eta_2;\ T_{20} = -(5{,}94 - x)\ 3{,}6;$$
$$M_x = -3{,}6\eta_1 + 2{,}85\eta_2$$

φ	$x=\varphi\times$ $\times\lambda_c=$ $=1{,}34\varphi$	η_1	η_2	Кольцевые усилия					Моменты		
				$5{,}94-x$	$-(5{,}94-x)\times 3{,}6$	$21{,}4\eta_1$	$27{,}1\eta_2$	T_{2x}	$-3{,}6\eta_1$	$2{,}85\eta_2$	M_x
0	0	1,0	0	5,94	−21,40	21,4	0	0	−3,6	0	−3,6
0,2	0,27	0,802	0,163	5,67	−20,40	17,10	4,42	1,12	−2,89	0,46	−2,43
0,4	0,54	0,617	0,2161	5,40	−19,40	13,20	7,10	0,9	−2,22	0,74	−1,48
0,6	0,80	0,453	0,310	5,14	−18,50	9,70	8,40	−0,40	−1,53	0,88	−0,75
0,8	1,07	0,313	0,322	4,87	−17,50	6,70	8,70	−2,10	−1,12	0,92	−0,20
1,0	1,34	0,199	0,310	4,60	−15,50	4,26	8,40	−3,84	−0,71	0,88	0,17
1,2	1,51	0,109	0,281	4,33	−15,60	2,34	7,60	−5,66	−0,39	0,80	0,51
1,4	1,88	0,042	0,243	4,06	−14,60	0,90	5,60	−7,10	−0,15	0,70	0,55
1,6	2,14	−0,006	0,202	3,80	−13,70	0,12	5,50	−8,08	0,02	0,58	0,60
1,8	2,32	−0,038	0,161	3,62	−13,00	−0,81	4,38	−9,43	0,14	0,46	0,60
2,0	2;68	−0,056	0,123	3,26	−11,70	−1,20	3,32	−9,58	0,20	0,35	0,55
2,3	3,08	−0,067	0,075	2,86	−10,30	−1,43	2,03	−9,73	0,24	0,21	0,45
2,6	3,48	−0,064	0,038	2,46	− 8,90	−1,38	1,03	−9,25	0,23	0,11	0,34
2,9	3,88	−0,053	0,013	2,06	− 7,45	−1,13	0,35	−8,23	0,19	0,04	0,23
3,2	4,28	−0,041	−0,0024	1,56	− 6,00	−0,88	−0,05	−5,94	0,15	−0,007	0,14
3,7	4,94	−0,021	−0,013	—	—	—	—	—	0,07	−0,04	0,03

з) Подбор сечений стенки и арматуры

Подбор сечений стенки в кольцевом направлении. Конструкция стенки резервуара принимается согласно фигуре 313. Кладка стенки резервуара выполняется из кирпича М-100 на цементном растворе М-50.

Коэффициент запаса против появления трещин определится по формуле:

$$k_т = \frac{\delta_c h_п R_{кр}[1 - \rho + \rho m]}{N} + \frac{200k}{\sigma_т},$$

где $\delta_c = 0{,}51$ м — толщина стены;

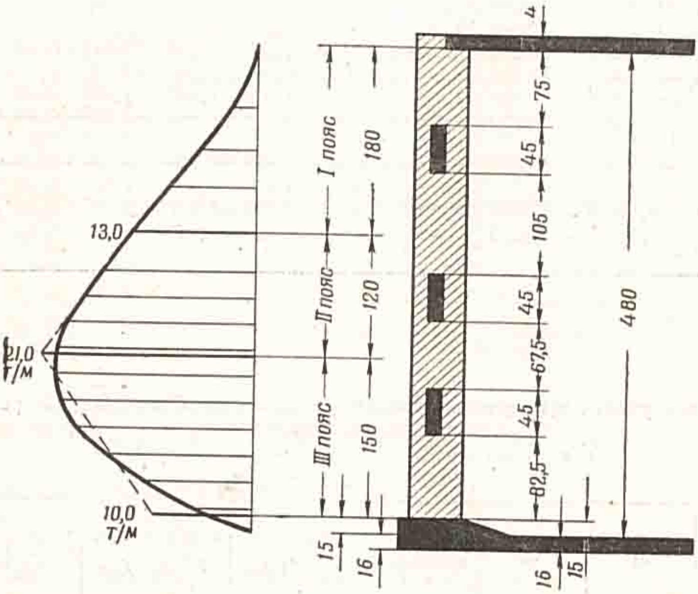
$R_{кр} = 40$ т/м² — предел прочности на растяжение кирпичной кладки:

$\rho = \frac{F_б}{F_к}$ $F_б = 0{,}14 \cdot 0{,}45 = 0{,}063$ м² — площадь сечения кольца;

$F_к = h_п\delta_c - F_б$ — площадь сечения кладки пояса;

$h_п$ — высота пояса;

$m = \frac{R_{бр}}{R_{кр}} = \frac{13{,}5}{4{,}0} = 3{,}38$ — отношение пределов прочности на растяжение бетона и кирпичной кладки.



Фиг. 313. Разбивка стенки на пояса и расчетная эпюра кольцевых усилий T_2.

Принятый коэффициент запаса на трещины $k_т = 1{,}40$.

Первый пояс:

$$\rho = \frac{0{,}063}{1{,}85 \cdot 0{,}51 - 0{,}063} = 0{,}072; \quad m = 3{,}38;$$

$$(1 - \rho + \rho m) = (1 - 0{,}072 + 0{,}072 \cdot 3{,}38) = 1{,}17; \quad h_п = 1{,}85 \text{ м};$$

$$k_т = \frac{0{,}51 \cdot 1{,}85 \cdot 40 \cdot 1{,}17}{12{,}0} + \frac{200 \cdot 1{,}8}{3\,500} = 3{,}25 > 1{,}40.$$

Второй пояс:

$$m = 3{,}38; \quad \rho = \frac{0{,}063}{1{,}20 \cdot 0{,}51 - 0{,}063} = 0{,}114;$$

$$h_п = 1{,}2 \text{ м};$$

$$(1 - \rho + \rho m) = (1 - 0{,}114 + 0{,}114 \cdot 3{,}38) = 1{,}27;$$

$$k_т = \frac{0{,}51 \cdot 1{,}20 \cdot 40 \cdot 1{,}27}{20{,}40} + \frac{200 \cdot 1{,}8}{3\,500} = 1{,}66 > 1{,}40.$$

Третий пояс:

$$m = 3{,}38;\quad h_{п} = 1{,}50 \text{ м};\quad \delta_c = 0{,}51 \text{ м};$$

$$\rho = \frac{0{,}063}{1{,}60 \cdot 0{,}51 - 0{,}063} = 0{,}083;$$

$$(1 - \rho + \rho m) = (1 - 0{,}083 + 0{,}083 \cdot 3{,}38) = 1{,}2;$$

$$k_т = \frac{0{,}51 \cdot 1{,}60 \cdot 40 \cdot 1{,}2}{24{,}8} + \frac{200 \cdot 1{,}8}{3\,500} = 1{,}66 > 1{,}40.$$

Подбор сечения кольцевой арматуры. Количество кольцевой арматуры в каждом поясе определяется так, чтобы она могла воспринять все кольцевые усилия; следовательно, требуемое сечение арматуры:

$$F_a = \frac{kN}{\sigma_т},$$

где $k = 1{,}8$ — коэффициент запаса;

$\sigma_т = 3\,500$ кг/см² — предел текучести арматуры;

N — кольцевое усилие пояса.

Таблица определения требуемой площади сечения кольцевой арматуры для стенки по поясам

№ пояса	Высота пояса	Усилие в поясе вверху пояса (в т)	Усилие в поясе внизу пояса (в т)	N на весь пояс (в т)	Количество арматуры: F_a расчетная (см²)	Количество арматуры: принято (см²)
I	1,85	0	13,0	12,00	6,18	7 ⌀′ 11 = 6,63
II	1,20	13,00	20,0	20,40	10,50	10 ⌀′ 11 = 9,60
III	1,60	21,00	10,0	24,80	12,70	12 ⌀′ 11 = 12,4

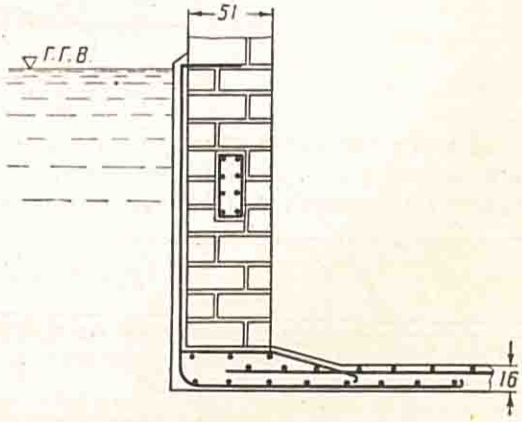
Подбор сечения вертикальной арматуры. Ввиду больших меридиональных моментов, из днища по стенке выпускается арматура (делается железобетонная рубашка на высоту 2,0 м; фиг. 314).

Вертикальную арматуру в основании стенки определяем по второму случаю загружения по щековому моменту (т. е. на высоте 0,15 м):

$$M = 3{,}00 \text{ тм};\ N = 0{,}51 \cdot 4{,}79 \cdot 1{,}8 - 0{,}51 \cdot 1{,}0 - 1{,}5 + 2\,\frac{4{,}3}{2} = 9{,}50 \text{ т}.$$

Сечение арматуры определяем по формулам для расчета армокаменных конструкций:

$$F_a = k_т \left[\frac{M - N\,(z - h_0 + d)}{\sigma_a z} \right] = 1{,}40 \left[\frac{300\,000 - 9\,500\,(48 - 52 + 28)}{200 \cdot 48} \right] = 11{,}0 \text{ см}^2,$$



Фиг. 314. Схема армирования нижнего узла.

где $k_т = 1{,}40$ — коэффициент запаса против появления трещин;

$h_0 = 52$ см — рабочая высота сечений;

$d = 28$ см — расстояние от центра тяжести сечения до сжатого края;

$\sigma_a = 200$ кг/см² — напряжение в арматуре, при котором в кладке или штукатурке возникают трещины.

$$z = \left(1 - \frac{10\mu}{R_к} - \frac{0{,}4N}{F_к R_к}\right) h_0 = \left(1 - \frac{10 \cdot 0{,}2}{36} - \frac{0{,}4 \cdot 9\,500}{5\,600 \cdot 36}\right) 51 = 48{,}0 \text{ см},$$

где z — плечо пары внутренних сил;

$\mu = 0,2$ — процент армирования;

$R_к = 36$ кг/см² — временное сопротивление кладки сжатию,

$F_к = 5\,600$ см² — площадь сечения.

Напряжение сжатия без учета арматуры:

$$\sigma_к = \frac{N}{F_к} + \frac{6M}{\delta_c^2} = \frac{9,500}{0,56} + \frac{6 \cdot 3,0}{0,56^2} = 17 + 57 = 74 \text{ т/м}^2 = 7,4 \text{ кг/см}^2.$$

Арматура на высоте 0,54 м:

Арматуру в этом сечении определяем по первому случаю загружения

$$M = 1,99 \text{ тм}; \; N = 0,51\,(4,94 - 0,54)\,1,8 + 0,14 \cdot 2,4\,\frac{4,3}{2} = 4,72 \text{ т};$$

$$z = \left[1 - \frac{10 \cdot 0,2}{36} - \frac{0,4 \cdot 4,74}{5\,600 \cdot 36}\right] 51 = 48,0 \text{ см};$$

$$F_a = 1,40\,\frac{(199\,000 - 4\,740\,(48,0 - 52 + 28)}{200 \cdot 48,0} = 12,8 \text{ см}^2.$$

Напряжение в сечении окончания рубашки, т. е. на высоте 2,00 м (проверяем по первому случаю загружения):

$$M = 0,93 \text{ тм}; \; N = 0,51\,(4,94 - 2,00)\;1,8 = 2,70 \text{ т};$$

$$\sigma_к = \frac{N}{F_к} - \frac{6M}{\delta_к^2} = \frac{2,7}{0,51} - \frac{6 \cdot 0,93}{0,51^2} = 5,3 - 21,4 = -16,1 \text{ т/м}^2 = 1,61 \text{ кг/см}^2.$$

Коэффициент запаса $k = \frac{R_к^р}{\sigma_к} = \frac{4}{1,61} = 2,50.$

Ввиду наличия в этом месте кольца такой коэффициент запаса может быть допущен.

Проверка на скалывание в основании стенки:

$$\tau = \frac{Q}{bz} = \frac{4\,800}{100 \cdot 48} = 1 \text{ кг/см}^2.$$

и) Расчет днища

Расчет днища производим на давление грунтовых вод при втором случае загружения (т. е. когда резервуар засыпан и опорожнен). Наивысший горизонт грунтовых вод определяем из условия, чтобы расчетная нагрузка на днище равнялась нагрузке на перекрытие, т. е.

$$g_д = g_п = 2 \text{ т/м}^2.$$

Это будет иметь место при $H_в = 2,6$ м от низа подготовки. Действительно, нагрузкой на днище является гидростатическое давление за вычетом веса днища и подготовки

$$g_д = 2,5 - 0,16 \cdot 2,4 - 0,10 \cdot 2,2 = 2 \text{ т/м}^2.$$

Днище резервуара плоское, безбалочного типа. Расчет днища производится в соответствии с инструкцией ЦНИПС по расчету и проектированию безбалочных перекрытий. Конструкция днища указана на чертеже резервуара (фиг. 317).

Определение изгибающих моментов в днище. (фиг. 315). Ввиду большой жесткости стенок и жесткого соединения стенок с днищем последнее рассчитываем как заделанное по периметру и величину моментов в крайних пролетах принимаем такой же, как в средних. Моменты определяем по формулам «Инструкции по расчету безбалочных перекрытий» ЦНИПС.

Сумма абсолютных величин моментов:

$$M_0 = 0{,}125 g l^3 \left(1 - \frac{2}{3}\frac{c}{l}\right)^2 = 0{,}125 \cdot 2{,}0 \cdot 4{,}4^3 \times \left(1 - \frac{2}{3}\frac{1{,}03}{4{,}4}\right) = 12{,}8 \text{ тм.}$$

Средние и крайние панели. Надколонная полоса: опорный момент

$$M_1 = 0{,}5 M_0 = -0{,}5 \cdot 12{,}8 = -6{,}4 \text{ тм;}$$

пролетный момент

$$M_2 = 0{,}2 \cdot M_0 = 0{,}2 \cdot 12{,}8 = 2{,}56 \text{ тм.}$$

Пролетная полоса: опорный момент

$$M_3 = -0{,}15 M_0 = -0{,}15 \cdot 12{,}8 = -1{,}92 \text{ тм;}$$

пролетные моменты

$$M_4 = 0{,}15 \cdot M_0 = 0{,}15 \cdot 12{,}8 = 1{,}92 \text{ тм.}$$

Пристенные панели

$$M'_3 = 0{,}8 M_3 = -0{,}8 \cdot 1{,}92 = -1{,}53 \text{ тм;}$$

$$M'_1 = 0{,}8 M_4 = 0{,}8 \cdot 1{,}92 = 1{,}53 \text{ тм.}$$

Радиальный момент в заделке плиты: .

$$M_r = -\frac{g l_p^2}{12} = -\frac{2 \cdot 4{,}3^2}{12} = -3{,}06 \text{ тм,}$$

так как $l_p = 1{,}05 l - \frac{c}{3} = 4{,}4 \cdot 1{,}05 - \frac{1{,}03}{3} = 4{,}3$ м.

Подбор сечений. При подборе сечений мы уменьшаем моменты на 30%. Защитный слой (до оси арматуры): для одного направления 3 см; для дру-

Фиг. 315. Схема изгибающих моментов в днище.

гого направления 4 см. При подборе арматуры расчетный защитный слой принимается средний, т. е. $a = \frac{3+4}{2} = 3{,}5$ см. Учитывая наличие грунтовых вод, толщину днища принимаем $\delta_д = 16$ см; $h_0 = \delta_д - a = 16 - 3{,}5 = 12{,}5$ см. При подборе сечений принят коэффициент запаса $k = 1{,}8$. Расчеты по подбору сечений сведены в таблицу 27.

Таблица 27

Подбор сечений арматуры днища

Панели	Сечение	Момент на расчетную площадь (кгм)		Момент на 1 м ширины $=\frac{M}{2,15}$ (кгм)		Толщина плиты (см)		$A=\frac{0,7\kappa M}{\textit{в}h_0^2}$	μ%	Расчетная площадь арматуры (см²)	Принято арматуры (см²)
		надколонная полоса	пролетная полоса	надколонная полоса	пролетная полоса	h	h_0				
Средние	Опора . .	$M_1=-6\,400$		$M_1=-2\,980$		24	20,5	8,93	0,27	5,53	10 ⌀′ 9=6,38
	Пролет . .	$M_2=2\,560$		$M_2=1\,190$		16	12,5	9,65	0,28	3,54	10 ⌀′ 7=3,85
	Опора . .		$M_3=-1\,920$		$M_3=-893$	16	12,5	7,23	0,21	2,62	8 ⌀′ 7=3,09
	Пролет . .		$M_4=1\,920$		$M_4=893$	16	12,5	7,23	0,21	2,62	8 ⌀′ 7=3,09
Пристенные	Опора . .		$M_3'=-1\,530$		$M_3'=-710$	16	12,5	5,75	0,17	2,12	5 ⌀′ 7=1,96
	Пролет		$M_4'=1\,530$		$M_4'=710$	16	12,5	5,75	0,17	2,12	5 ⌀′ 7=1,96

Радиальная арматура в месте присоединения днища к стенке:

$$M_2 = 2\,950 \text{ кгм}, \quad h = 31 \text{ см}, \quad h_0 = 28 \text{ см},$$

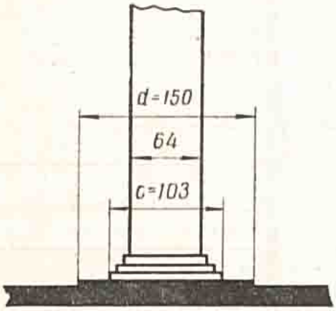
$$A = \frac{1{,}8 \cdot 295\,000}{100 \cdot 28^2} = 6{,}8, \ \mu = 0{,}20\%,$$

$$F_a = 0{,}20 \cdot 28 = 5{,}60 \text{ см}^2.$$

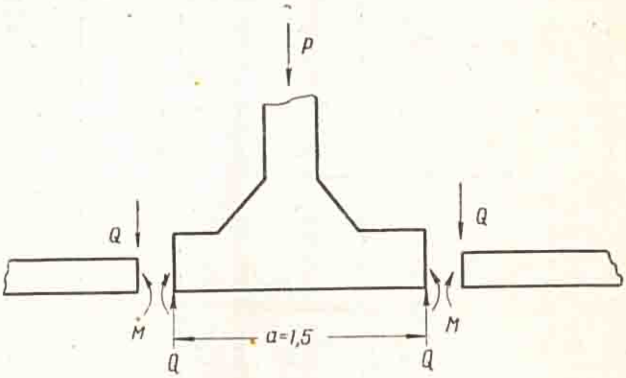
Принято $10 \varnothing' 9 = 6{,}38$ см².

к) Проверка давления на грунт

Давление на грунт проверяем для засыпанного и наполненного резервуара. Грунтовые воды отсутствуют. Для определения напряжения на грунт вырезаем полосу днища шириной 1 м и рассматриваем ее как балку



Фиг. 316. Конструкция основания колонны.



Фиг. 316а. Расчетная схема нижнего узла колонны (основная система).

на упругом основании, нагруженную на конце моментом и сосредоточенной силой. Проверку давления производим в сечении под стенкой и в сечении обреза надкапительной плиты.

Уравнение прогиба для балки на упругом основании:

$$w = EI_д y = \frac{\lambda_д^2}{2} [(M + P\lambda_д)\,\eta_1 + M\eta_2] + w_0.$$

Здесь $EI_д = 476$; $\lambda_д = 0{,}785$ м (определены при расчете упругого сопряжения стенки и днища);

w_0 — просадка от воды в резервуаре;

$w_0 = \frac{EI_д}{k_г}$;

x — расстояние до рассматривания сечения.

а) Сечение под стенкой: $M = 3{,}5$ тм; $P = 9{,}67$ т. При $x = 0$ — уравнение примет вид:

$$w = \frac{\lambda_д^2}{2} (M + P\lambda_д) + w_0.$$

Просадка

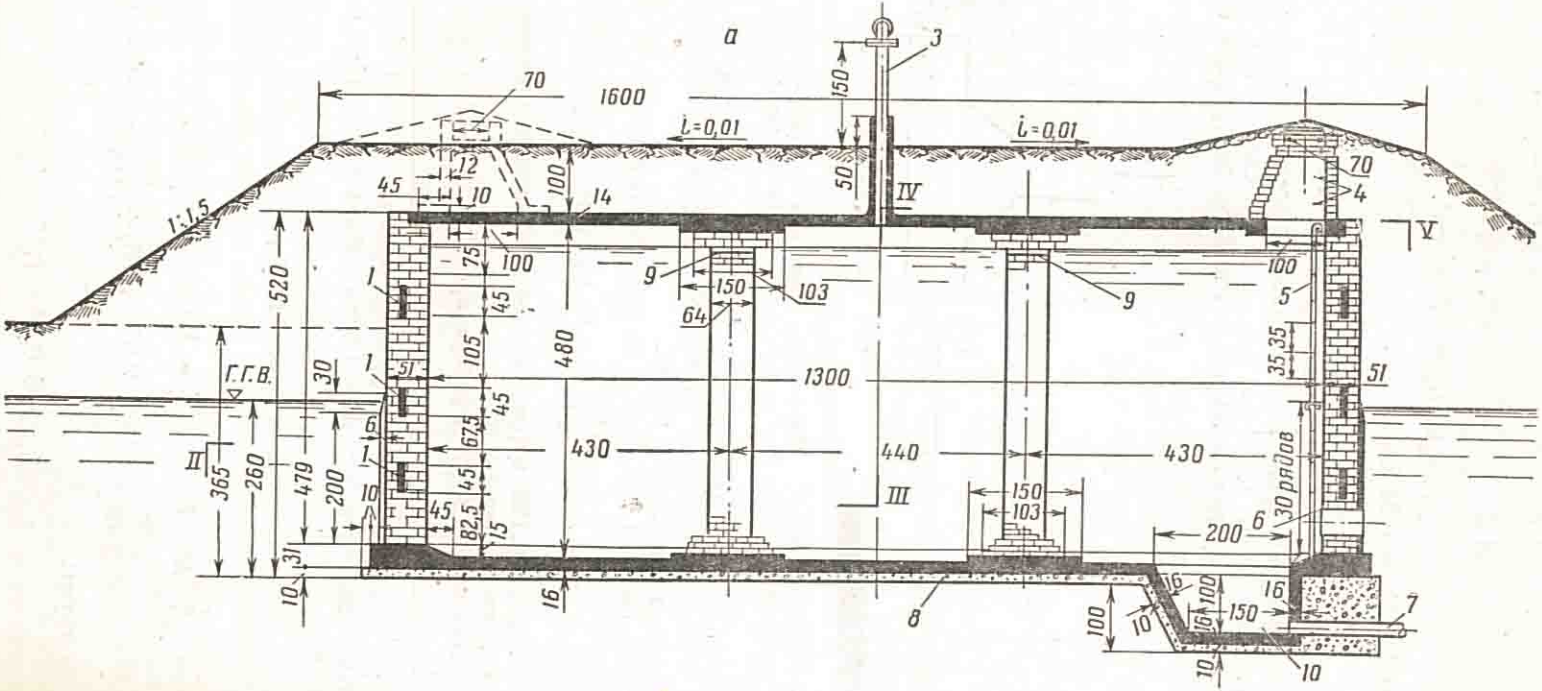
$$y = \frac{w}{EI_д} = \frac{\lambda_д^2}{2EI_д} (M + P\lambda_д) + \frac{w_0}{EI_д} =$$

$$= \frac{0{,}785^2}{2 \cdot 476} (-3{,}5 + 9{,}67 \cdot 0{,}785) + \frac{4{,}5}{5\,000} = 0{,}0035 \text{ м} = 0{,}35 \text{ см}.$$

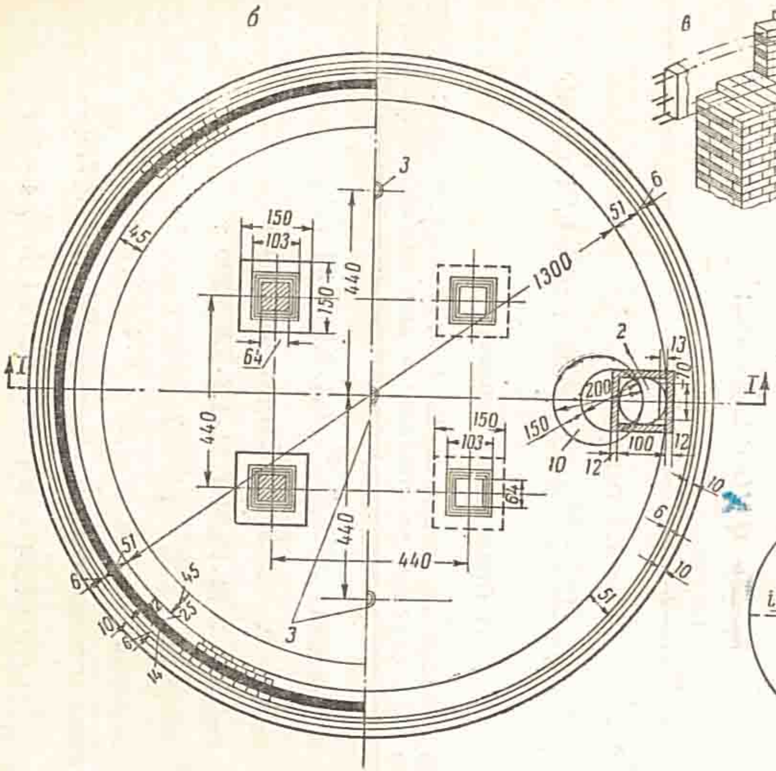
Давление на грунт:

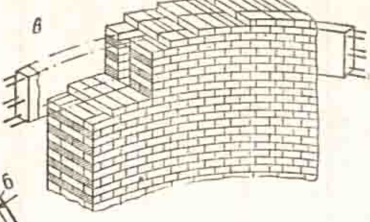
$$\sigma_{гр} = k_г y = 5 \cdot 0{,}35 = 1{,}75 \text{ кг/см}^2.$$

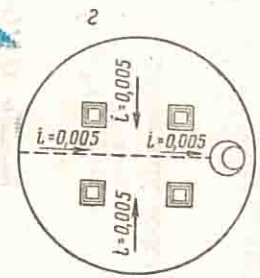
Давление на грунт под колонной (фиг. 316). Для определения давления на грунт под колонной определяем внутренние усилия в сечениях *а*



3
70
1600
i=0,01
i=0,01
150
50
IV
1:1,5
45
12
10
100
14
70
4
V
100
75
100
9
150
103
9
64
520
1
45
5
35 35
105
480
1
51
1300
51
Г.Г.В.
30
45
6
67,5
430
440
430
II
365
260
479
200
1
45
150
30 рядов
103
10
45
82,5
15
III
200
6
31
16
16
100
16
10
8
10
100
150
16
7
100
10
10







Выборка материалов

Наименование материалов	ф в мм	шт	Количество м²	м³	кг
Кирпичная кладка				103.84	
Бетон М-140				62.76	
Бетон сост. 1:5:10				20.79	
Арматурная сталь					4795.73
Штукатурка цемент. раст. сост. 1:2 с церезитом и желези.				9.73	
Затирка цементным раствор. состава 1:3			136.84		
Покраска гудроном			247.40		
Толь			32.14		
Люк		1	треста ВТКО ф711мм		
Крышка		1	треста ВТКО ф711мм		
Труб чугунных водопроводных ℓ=2,65 м (д/вентиляции)	d=200	3			
Колен чугунных водопров.	d=200	6			
Скобы	ф18	2			
Металлическая лестница		1	Спецификацию см. чертеж		

Экономические показатели сооружения

Расход на 1 м³ емкости резервуара:
- Бетона М-140 0,146 м³
- Арматурной стали 8,0 кг
- Кирпичной кладки 0,173 м³

Фиг. 317. Конструктивный чертеж резервуара с технико-экономическими показателями:

а—разрез по *I—I*; *б*—план по *II—III—IV—V*; *в*—деталь кирпичной кладки; *г*—схема уклонов для отвода воды. *1*—железобетонное кольцо сечением 14×45 см; *2*—крышка и люк диаметром 71 см; *3*—вентиляционная труба диаметром 200 мм; *4*—скобы из круглой стали диаметром 18 мм; *5*—лестница для спуска в резервуар; *6*—сальник для пропуска труб через стенку; *7*—грязевая труба диаметром 150 мм; *8*—бетонная подготовка состав 1:5:10; *9*—прокладка 2 слоя толя; *10*—приямок.

примыкания днища к надкапительной плите; для определения этих усилий вырезаем по диаметру полоску днища шириной 1 м и рассчитываем ее как балку на упругом основании. Участок надкапительной плиты на длине 1,5 м (фиг. 316а) рассматриваем как жесткий, а прочие участки рассматриваем как «длинную» балку на упругом основании. Нагрузку от колонны считаем сосредоточенной силой, принимая, что на надколонную полосу передается 75% от этой силы:

$$P = \frac{(2,4 \cdot 4^2 + 0,54^2 \cdot 18 \cdot 4,8)}{22}\, 0,75 = 14 \text{ т};$$

Уравнения деформации в рассматриваемом сечении:

$$a_{11}M + a_{12}Q = 0;$$

$$a_{21}M + a_{22}Q + \frac{(2Q - P)\,EI}{k_\text{г}F} = 0; \quad \lambda_\text{д} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk_\text{г}}};$$

$$k_\text{г} = \frac{4EI}{b\lambda_\text{д}^4}; \quad F = 1,5 \text{ м}^2; \quad a_{11} = \lambda_\text{д}; \quad a_{12} = a_{21} = -\frac{\lambda_\text{д}^2}{2};$$

$$a_{22} = \frac{\lambda_\text{д}^3}{2};$$

$\lambda_\text{д} = 0,785$ (определено ранее).

Из первого уравнения:

$$M = \frac{Q}{2}\lambda_\text{д}.$$

Подставляем во второе уравнение:

$$-\frac{\lambda_\text{д}^2}{2}\frac{Q}{2}\lambda_\text{д} + \frac{\lambda_\text{д}^3}{2}Q = \frac{(P - 2Q)\,\lambda_\text{д}^4}{\cancel{k_\text{г}F}\; 4F};$$

или при

$$\cancel{k_\text{г} = 4;} \quad Q \times (F + 2\lambda_\text{д}) = P\lambda_\text{д};$$

$$Q = \frac{P\lambda_\text{д}}{F + 2\lambda_\text{д}} = \frac{14 \cdot 0,785}{1,5 - 2 \cdot 0,785} = 3,85 \text{ т};$$

$$M = \frac{Q\lambda_\text{д}}{2} = \frac{3,58 \cdot 0,785}{2} = 1,4 \text{ тм};$$

$$\sigma_\text{гр} = \frac{P - 2Q}{F} + \sigma_\text{в} = \frac{14 - 2 \cdot 3,85}{1,5} + 4,5 = 9,06 \text{ т/м}^2 \approx 0,91 \text{ кг/см}^2.$$

л) Проверка на всплывание

Наивысший горизонт грунтовых вод 2,6 м от низа подготовки; проверку производим для двух случаев: засыпанного и незасыпанного резервуара.

1) Для засыпанного резервуара. Определение веса резервуара:

подготовка $\frac{3,14 \cdot 14,02^2}{4}\, 0,1 \cdot 2,2 = 34$ т

днище $\frac{3,14 \cdot 14,02^2}{4}\, 0,16 \cdot 2,4 = 59$ т

стенка $3,14 \cdot 13,51 \cdot 0,51 \cdot 1,8 \cdot 5,8 = 226$ т

покрытие $\frac{3,14 \cdot 14,02^2}{4}\, 2 = 310$ т

колонна $0,64^2 \cdot 4,29 \cdot 1,8 \cdot 4 = 13$ т

капители и подколонники $\Big\{[1,50^2(0,08 + 0,07) \times 2,4] +$

$+ \frac{0,22}{3}(1,03^2 + 0,64^2 + \sqrt{1,03^2 \cdot 0,64^2}) \times 1,8 \cdot 2\Big\}\, 4 = 5$ т

итого $\sum P = 647$ т

Гидростатическое давление:

$$P_в = \frac{3,14 \cdot 14,02^2}{4} 2,6 = 400 \text{ т}.$$

Коэффициент запаса на всплывание для засыпанного резервуара (без учета трения стенки о грунт):

$$k_u = \frac{647}{400} = 1,64 > 1,15.$$

2) Для незасыпанного резервуара. В этом случае определяем допускаемый горизонт грунтовых вод из условия, чтобы давление воды на днище равнялось весу подготовки, днища, колонны и покрытия:

подготовка	$0,10 \cdot 2,2 = 0,22$ т/м^2
днище	$0,16 \cdot 2,4 = 0,38$ т/м^2
колонна	$\frac{0,64^2 \cdot 4,8 \cdot 1,8}{4,4^2} = 0,18$ т/м^2
капители и подколонники	0,05 т/м^2
покрытие	$0,14 \cdot 2,4 = 0,34$ т/м^2
итого	1,17 т/м^2

Следовательно, допустим горизонт грунтовых вод при пустом незасыпанном резервуаре на глубине $h_{гр} = 1,17 \approx 1,2$ м.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть II

РЕЗЕРВУАРЫ И ВОДОНАПОРНЫЕ БАШНИ

Часть III

ПОДПОРНЫЕ СТЕНКИ

Стрешко Анатолий Иванович и др. Инженерные конструкции в гидромелиоративном строительстве.

Спец. редактор *В. М. Алексеев*. Редактор *Л. М. Кобыляков* Художник *М. З. Шлосберг*. Художественный редактор *Н. М. Хохрина*.

Технические редакторы *З. Д. Пересыпкина* и *А. И. Баллод*. Корректор *А. В. Гришина*

* * *

Сдано в набор 11/VIII 1955 г. Подписано к печати 22 XI 1955 г. Т10005. Бумага 70×108 1/16. Печ. л. 34,5 (47,26) + 3 вкл. Уч.-изд. л. 41,43. Тираж 10 000 экз. Заказ № 1138.

Цена 12 руб.

* * *

Сельхозгиз. Москва, Б-66, 1-й Басманный пер., д. 3.

16-я типография Главполиграфпрома Министерства культуры СССР. Москва, Трехпрудный пер., 9.

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
27	9 снизу	$H_{\text{ц}} l^2\ \ 30$	$H_{\text{ц}} l_0^2 < 30$
225	Подпись под фиг. 210	3—шлак 1,2 м	3—шлак 0,1—0,2 м
384	фиг. 294	$q_x \operatorname{Sin} \beta - \tau \operatorname{Cos} \beta$	$q_x \operatorname{Sin} \beta - \tau \operatorname{Sin} \beta$
389	4 и 5 сверху	из условия угла поворота реального сечения	из условия отсутствия поворота радиального сечения
418	18 сверху	$= \frac{(P-2Q)\lambda_{\text{д}}^4}{k_{\text{г}} F}$	$= \frac{(P-2Q)\lambda_{\text{д}}^4}{4F}$
418	20 сверху	$k_{\text{г}} = 4;\ Q = (F + 2\lambda_{\text{д}}) = P\lambda_{\text{д}}$	$Q \cdot (F + 2\lambda_{\text{д}}) = P\lambda_{\text{д}}$
487	7 снизу	$\sigma_h = \frac{(bmh^2 - 2P)^2}{b\,[bmh^3 - 6p\,(H+h)]} - mh$	$\sigma_h = \frac{(bmh^2 - 2P)^2}{b\,[bmh^3 - 6P\,(H+h)]} - mh$
527	5 снизу	таблице 18	таблице 21

Зак. 1138